

# Tras la cuarta dimensión

por

**Raúl Ibáñez Torres, Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea**

## 1. Flatland

*Flatland, A Romance of Many Dimensions* (Planilandia, una novela de muchas dimensiones), publicado por vez primera en 1884, es la historia de un cuadrado que vive en un mundo de dos dimensiones y realiza un viaje a una dimensión inferior y otro a una dimensión superior.

Este es un libro de ciencia ficción, no científico, que desde su publicación ha cautivado fuertemente a científicos y no científicos, arrastrando a sus lectores hacia el tema de la cuarta dimensión (o de las dimensiones superiores). La idea de este brillante libro es animar a sus lectores a romper con las cadenas de la limitada percepción y abrir la mente a nuevos caminos de “percepción”. Pero, es más que un libro de dimensiones, es también una sátira social, que al igual que “*los viajes de Guilliver*” o “*Alicia en el País de las Maravillas*” satiriza las actitudes de la Inglaterra victoriana en la que vivía su autor, aunque desde el punto de vista del conejo y no de Alicia.

**¿Por qué este libro ha impactado tanto y ha llegado a tanta gente?** En primer lugar, hemos de destacar la sencillez de las ideas que se utilizan en la historia, así como la sencillez del lenguaje utilizado para escribirla. No podemos olvidar que

su autor, como comentaremos en el siguiente apartado, era predicador de la iglesia anglicana (los sermones deben ser sencillos para que el pueblo pueda entenderlos) y era director de un colegio en Inglaterra, pero sobre todo era un estudioso de la Educación (era uno de los líderes del movimiento por las oportunidades educacionales para jóvenes hombres y mujeres de todas las clases sociales), y ambas cosas reflejan su interés por que la historia y las ideas del libro sean comprendidas por todos. Por otra parte, ya entonces, y sobre todo entonces, el tema de la cuarta dimensión atrajo la atención de mucha gente, no solo por las implicaciones científicas del mismo, sino que también por lo que tiene de misterioso y por su conexión con la filosofía, la teología, el espiritualismo, el arte,...



Figura 1: Portada de Flatland, 1884



Figura 2: Abbott

### 1.1 El autor: Edwin Abbott Abbott

Flatland fué firmado por "A square", es decir, "un cuadrado", pseudónimo de Edwin Abbott Abbott, haciendo un juego de palabras entre "un cuadrado" ("A square"), que es el protagonista de la novela, y "A al cuadrado" ("A squared") en alusión a las iniciales de sus apellidos.

Edwin Abbott Abbott nació en Londres, el 20 de diciembre de 1838, hijo del director de la Facultad de Filología de Marylebone. Su familia jugó un papel muy importante en la formación de sus ideas religiosas. Abbott asistió a la escuela en la ciudad de Londres, luego fué a Cambridge, donde recibió una formación clásica, siendo sus estudios dirigidos fundamentalmente hacia la Literatura, la Gramática y la Teología, aunque también estudió algunas nociones de Matemáticas. Se ordenó ministro de la iglesia anglicana, a pesar de sus profundas dudas, se casó y a la edad de 26 años regresó a la Escuela de la ciudad de Londres como director, tras una breve etapa como maestro en otras dos escuelas inglesas. En estos primeros años, trabajó con su padre sobre la bibliografía utilizada en los trabajos del Papa y en su obra "*Una Gramática Shakespeariana*". Además, publicó dos series de sermones en Oxford y Cambridge, para posteriormente abandonar su carrera como predicador, aunque siguió en contacto con el movimiento por una iglesia abierta e interesado en los Evangelios (publicó un controvertido artículo sobre los mismos en la Enciclopedia Británica). Como líder del movimiento por las oportunidades educacionales para jóvenes hombres y mujeres de todas las clases sociales, introdujo nuevas ideas en la Escuela de la Ciudad de Londres y en las reuniones de los directores de las escuelas inglesas. Nunca abandonó los temas teológicos en sus estudios y escritos, entre ellos encontramos tres novelas religiosas didácticas o un extenso estudio sobre las Escrituras. Flatland fué su único libro con cierto contenido matemático.

**¿Cómo una persona como Abbott, sin formación matemática especial, pudo ser el autor de uno de los libros que más ha impactado a la sociedad sobre el tema de la cuarta dimensión?** Tras el trabajo matemático de Gauss y Riemann, entre otros, sobre geometrías no Euclídeas y geometría multidimensional, se produjo cierto interés dentro de la sociedad en estos temas y, en particular, la cuarta dimensión fué uno de los temas tratados en las tertulias de finales del siglo *XIX*. Abbott era asíduo de ciertas tertulias y allí debió coincidir con Ch. H. Hinton, filósofo de la cuarta dimensión, o algún colega de este. Abbott vió claramente como esta idea, además de su propio atractivo, le podía servir para hablar metafóricamente sobre cuestiones teológicas (Dios, Fe, Escrituras,...) y sobre el mundo jerárquico de la Inglaterra victoriana.

## 1.2 Objetivos de la obra

Como ya hemos destacado, Flatland no es sólo un cuento sobre dimensiones. Podemos mencionar tres aspectos diferentes en esta obra: *i*) **Crítica Social**. Esta obra es una sátira sobre la sociedad victoriana en la que Abbott vivía, que era extremadamente formal y cruel (dureza contra las clases más necesitadas -"los irre-

gulares” en Flatland son conducidos a la muerte-; las mujeres no tienen ningún derecho; cuando el protagonista trata de enseñar sobre la tercera dimensión, es decir, nuevas ideas, es enviado a prisión,...); *ii*) **Científico**. Pensando en las dificultades que el protagonista, el cuadrado, tiene para entender la tercera dimensión, nosotros podemos comprender mejor nuestras dificultades al pensar en la cuarta dimensión. Además, la técnica de la analogía dimensional también nos sirve a nosotros para acercarnos más a la cuarta dimensión; *iii*) **Espiritual o Teológica**. Podemos ver Flatland como el camino utilizado por Abbott para hablar de ciertas experiencias espirituales intensas. Por ejemplo, el viaje del cuadrado a través de dimensiones superiores puede ser visto como una metáfora de las experiencias místicas “a realidades superiores”. También Abbott intenta enseñarnos que no deberíamos depender de los milagros como base de nuestras creencias (ya sea dentro de las religiones convencionales o no). Además, contrariamente a otras personas que intentan llegar a Dios o demostrar su existencia a través de la cuarta dimensión, Abbott intenta mostrar que los científicos nos pueden llevar muy lejos (progreso, descubrimientos, Universo,...) con su ciencia, pero nunca acercarnos a DIOS.

### **1.3 Flatland, la novela**

Flatland está dividido en dos partes, la primera titulada **Este Mundo**, está dedicada precisamente a la descripción del mundo de dimensión dos y de la sociedad en que vive el protagonista, el cuadrado. Es en esta parte donde se encierra fundamentalmente la crítica social. En primer lugar, el cuadrado/Abbott describe la naturaleza de Flatland, un mundo plano habitado por líneas rectas, triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos, y otras figuras. Las casas donde habitan las figuras son normalmente, a excepción de fortificaciones, cuarteles y edificios oficiales, pentagonales con el tejado mirando al norte, debido a que existe una atracción constante hacia el sur, lo cual hace que la lluvia sea siempre de norte a sur. Además, las casas, como se ve en la figura 3, poseen dos puertas, una para hombres y otra para mujeres.

A continuación, Abbott describe a los habitantes de este curioso mundo. Las mujeres son líneas rectas, los soldados y las clases más bajas de trabajadores son triángulos isósceles, la clase media está formada por triángulos equiláteros, los profesionales y caballeros son cuadrados y pentágonos, inmediatamente por encima de estos tenemos a la nobleza que son hexágonos y a partir de ahí va aumentando el número de lados, junto con la posición social dentro de la propia nobleza, finalmente cuando el número de lados es tan grande que la figura no se distingue de un círculo, tenemos a los sacerdotes. El ángulo de las figuras (para los triángulos isósceles el menor de ellos), que está obviamente relacionado con el número de lados, denota

además de la posición social, la inteligencia de la figura. Además, el hijo varón tiene siempre un lado más que su padre, aunque no siempre entre comerciantes y menos entre soldados y las clases más bajas de trabajadores. Cuando ocurre el milagro de que el hijo de un triángulo isósceles es equilátero, entonces se le separa de sus padres y lo adopta un equilátero sin hijos. Las mujeres son líneas rectas, sin ángulos, luego sin inteligencia y no tienen derechos en la sociedad descrita. Veamos uno de los párrafos del libro en el cual el cuadrado habla de las mujeres: *“No hay que pensar, sin embargo, ni por un momento que las mujeres estén desprovistas de afecto. Pero predomina, desgraciadamente, la pasión del momento en el sexo débil por encima de cualquier otra consideración. Se trata, claro, de una necesidad que surge de su desdichada conformación. Pues, como no tienen pretensión alguna de ángulo, siendo inferiores a este respecto a los más bajos isósceles, se hallan totalmente desprovistas de capacidad cerebral, y no tienen ni reflexión ni juicio ni previsión y apenas si disponen de memoria. Por ello, en sus ataques de furia, no recuerdan ningún derecho ni aprecian ninguna diferenciación”*.

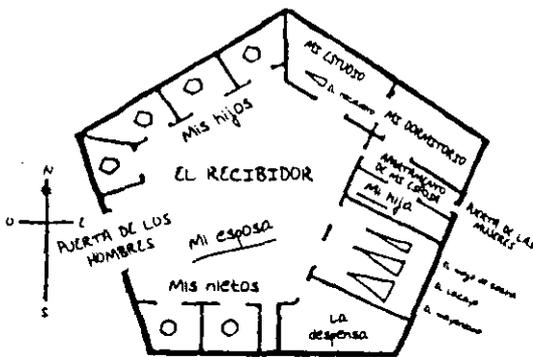


Figura 3: Casas

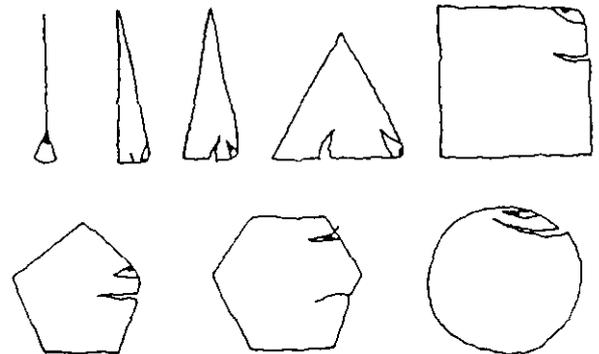


Figura 4: Habitantes

Existen tres formas en las que los habitantes de Flatland se reconocen unos a otros. Las clases más bajas lo hacen mediante el tacto, los equiláteros, cuadrados y pentágonos se reconocen mediante el sentido del oído, identificando la voz de sus visitantes. Entre las clases más altas utilizan la identificación visual: cuando ven a un habitante de Flatland ven un segmento de recta, pero la constante niebla les permite distinguir profundidad y, por lo tanto, ángulos.

En Flatland, toda figura es regular, la irregularidad de una figura significa, más o menos, lo que para nosotros pudiera ser una combinación de perversidad y delincuencia. Podemos leer en la descripción del cuadrado: *“El irregular, dicen, es desde que nace objeto de burla por parte de sus padres, sus hermanos y hermanas*

le ridiculizan, los criados no le hacen caso, la sociedad se mofa de él y le mira con desconfianza y le excluye de todos los puestos de responsabilidad, confianza y actividad útil. Todos sus movimientos son atentamente vigilados por la policía hasta que llega a la mayoría de edad y se le presenta a inspección, donde o se le destruye, si se descubre que excede el margen de desviación establecido, o bien se le empareda en una oficina del estado como empleado de séptima clase; no se le permite casarse”. En el lado opuesto de la sociedad tenemos a los sacerdotes que “son administradores de todos los negocios, las artes y las ciencias; tienen a su cargo la industria, el comercio, el generalato, la arquitectura, la ingeniería, la educación, el arte de gobierno, la legislación, la moralidad, la teología; ellos, sin hacer nada personalmente, son la causa impulsora de todo lo que merece la pena hacer, que hacen otros”. Su doctrina es que hay que atender a la configuración, los actos de cada figura son consecuencia de esta.

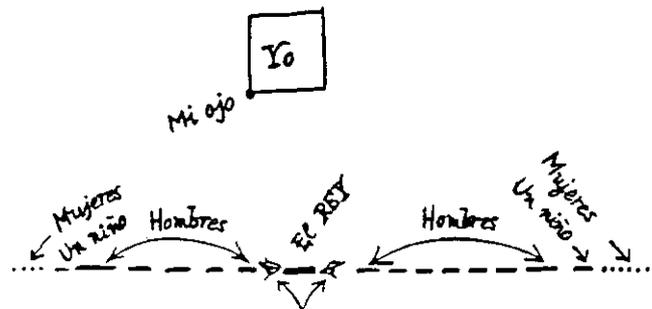


Figura 5: Linealandia

La segunda parte, titulada **Otros mundos**, se centra más en el problema de la analogía dimensional y en los aspectos teológicos, aunque mantiene la crítica social hasta el final de la obra. En primer lugar, el cuadrado visita linealandia en un extraño sueño, un mundo unidimensional habitado por segmentos y puntos. Allí, desde fuera de linealandia, habla con el rey de ese mundo y este no se explica quién o qué le está hablando, entonces el cuadrado trata de explicarle que él habita un mundo de dimensión dos y su propia existencia es bidimensional, pero el rey no entiende y el cuadrado no sabe como explicárselo. Primero trata de explicarle que si un punto se mueve en la única dirección de linealandia se obtiene un segmento, lo cual sí entiende el rey, pero si movemos el segmento “hacia arriba” se obtiene un cuadrado. Como el rey no comprende, el cuadrado atraviesa linealandia para mostrarle que tiene dos dimensiones, aunque el rey no interpreta que está viendo las diferentes secciones de un cuadrado, sino que el cuadrado es un segmento de linealandia que es capaz, de forma incomprensible para él, de aparecer y desaparecer.

Al despertarse al día siguiente, el cuadrado es misteriosamente visitado por una esfera, habitante de espaciolandia. Al principio, como le ocurría al rey de linealandia, nuestro protagonista no entiende de donde viene la voz que le habla. Ahora, es la esfera quien intenta explicarle su naturaleza tridimensional al cuadrado, explicándole que si un cuadrado se mueve en una nueva dirección “hacia arriba” se obtiene un cubo que tiene dimensión tres. Ante la negativa del cuadrado a entender a la esfera, esta decide atravesar Flatland, aunque el cuadrado piensa que es un sacerdote que se le aparece de forma mágica, crece como si pasara el tiempo rápidamente y misteriosamente decrece y desaparece. La esfera, impotente ante la incomprensión del cuadrado, toma una medida drástica y decide sacar al cuadrado de Flatland y este al ver su mundo desde fuera acaba comprendiendo el significado de la tercera dimensión a la que aludía la esfera. Finalmente, el cuadrado entiende la analogía dimensional y le comenta a la esfera que entonces existirá un espacio de cuatro dimensiones, aunque la esfera es entonces la que se queda confusa.

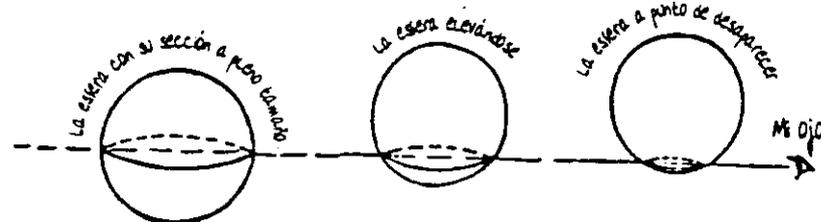


Figura 6: La Esfera atravesando Flatland

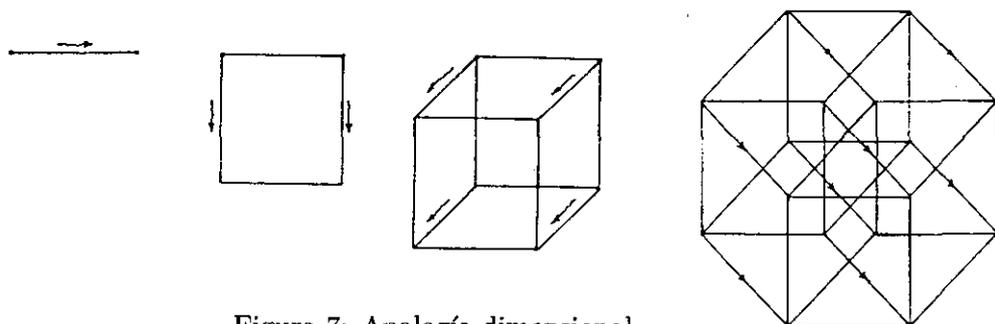


Figura 7: Analogía dimensional

La novela acaba con el cuadrado en la cárcel por intentar explicar a los habitantes de Flatland la existencia del espacio tridimensional y por escribir un tratado sobre el misterio de la tercera dimensión. Aquí se observa, por ejemplo, una analogía con las Escrituras y la persecución de los Apóstoles; también se mantiene la crítica social

al mostrar una sociedad que castiga a quienes intentar introducir nuevas ideas en la misma.

Me gustaría terminar este apartado mencionando otros textos de ciencia ficción que describen mundos fantásticos de dimensión dos y en los cuales hay una discusión sobre el tema dimensional. La primera persona en desarrollar la analogía dimensional en el siglo *XIX* fué el psicólogo y fisiólogo Gustave Fechner de Leipzig, en el relato corto "*Space has four dimensions*" (1846). El hombre-sombra era proyectado a una pantalla vertical por un proyector opaco. Ch. H. Hinton, de forma independiente y paralela a Abbott, escribió un relato corto titulado "*An episode of Flatland*" (1904). Con posterioridad, la inclusión de una nueva concepción del Universo dió lugar a una secuela de Flatland titulada "*Sphereland*" (1964), en la cual, su autor Dionys Burguer, con la misma filosofía de sencillez, hace una introducción geométrica al Universo de Einstein. En ella se discuten cuestiones como la simetría o la curvatura del espacio. Finalmente, la inclusión de la informática en la idea de Flatland, dió lugar a "*The Planiverse*" (A. K. Dewdney, 1984). Además, en la obra de Rudy Rucker podemos encontrar lo que su autor llama "*The further adventures of A Square*", en la cual el propio Rucker habla de cuestiones como la simetría, la curvatura del espacio, el tiempo,...

## 2. Un poco de historia: de Platón a Einstein, pasando por Gauss y Riemann

### 2.1 Platón

Una de las primeras alusiones a la importancia del estudio de los espacios en una progresión dimensional y a la idea de la analogía dimensional, idea clave en Flatland, la encontramos en la obra "*La República*" (libro VII) de Platón.

*i)* Sócrates conversa con Glaucón sobre la educación de los guardianes de un estado ideal y le dice que primero se empezaría con la aritmética y el estudio de la línea de los números, después se pasaría a la geometría plana, un conocimiento esencial para cualquiera encargado de la defensa militar o de la configuración de las ciudades. Cuando Sócrates pregunta qué debería ser lo siguiente, Glaucón sugiere que la Astronomía. Sócrates le regaña entonces por olvidar un paso esencial, que es la geometría sólida, una asignatura que él considera que estaba, en su tiempo, siendo descuidada en las escuelas. Solamente después de conducirse de la primera a la segunda dimensión, y después a la tercera, estaría un estudiante preparado para considerar los movimientos del cielo.

ii) El mito de la caverna. Platón nos pide que imaginemos una raza de hombres que permanecen encadenados en una caverna subterránea, encadenados de tal forma que lo único que ellos pueden ver son sombras en la pared de la caverna. Detrás de los hombres hay un pequeño muro y detrás un fuego. Encima del muro hay objetos que se mueven sobre el muro, de un lado a otro, y el fuego proyecta las sombras de estos objetos sobre la pared de la caverna. Los prisioneros piensan que estas sombras son la única realidad y no comprenden que su propia existencia es en cuerpos tridimensionales. Ellos hablan unos con otros, pero escuchando los ecos que rebotan de la pared y asumen que ellos y sus compañeros son también sombras.

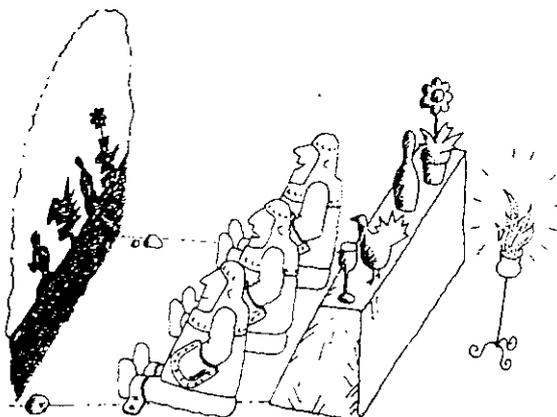


Figura 8: El mito de la caverna

Una de las cuestiones interesantes respecto a la relación del mito de la caverna con la cuarta dimensión (aparte de la analogía dimensional) es el hecho de que los prisioneros realmente creen que son seres bidimensionales, no siendo conscientes de su tridimensionalidad, como podríamos pensar nosotros mismos respecto de la cuarta dimensión, es decir, la posibilidad de ser proyecciones/secciones tridimensionales de un ser cuatridimensional.

## 2.2 La Revolución Geométrica: Gauss, Riemann,...

En el siglo *XIX* se produjo una revolución dentro de la geometría, como consecuencia de la aparición de las geometrías no Euclídeas y de una nueva perspectiva en el estudio de las superficies y de los espacios geométricos multidimensionales. Tras dos milenios de discusiones e intentos de solución fallidos por parte de matemáticos de todo el mundo sobre el problema del quinto postulado de Euclides o postulado de las paralelas, se pone fin al mismo probándose la existencia de las geometrías no

Euclídeas (Gauss, Lobachevsky, Bolyai)<sup>1</sup>. Por otra parte, fué Karl Friedrich Gauss (1777-1855) el primero en abordar sistemáticamente el estudio de las superficies del espacio Euclídeo. Gauss, motivado por algunos problemas planteados por la Astronomía, la Geodésia y la Cartografía, se preocupó por el estudio de las superficies. En particular, fué consejero científico de los gobiernos de Hannover y Dinamarca de cara a un estudio geodésico completo de sus territorios. La realización de este trabajo le planteó problemas como la realización de mapas de los territorios implicados. En 1827, en su obra "*Disquisitiones Generales circa Superficies Curvas*", Gauss estableció un nuevo método de estudio de las superficies que consistía en considerarlas como espacios geométricos en sí mismas (Gauss fué quien puso de manifiesto la conveniencia de pensar en las superficies como objetos que se pueden dotar localmente de coordenadas, germen del concepto de variedad diferenciable, y no como puntos de  $\mathbb{R}^3$  cuyas coordenadas satisfacen una cierta propiedad o como frontera de objetos sólidos) y dejó ver las distinciones entre los aspectos local y global e intrínseco y extrínseco en el estudio de las superficies del espacio Euclídeo. Esta idea fué reformulada y generalizada a espacios de dimensión superior por Bernard Riemann (1826-1866) en su Tesis "*Sobre la hipótesis en que se basa la Geometría*" (1854, Göttingen). Gauss y Riemann con su trabajo pusieron las bases de la geometría diferencial y dieron el salto del concepto de superficie en  $\mathbb{R}^3$  al de variedad de Riemann. La geometría diferencial, y también la geometría de Riemann dentro de ella, dieron además una nueva perspectiva a las otras ramas de las Matemáticas y de la Ciencia en general, como por ejemplo en la Física Matemática o en el estudio de las Ecuaciones Diferenciales.

Tras Gauss y Riemann, sus ideas empezaron a hacerse familiares para los matemáticos y científicos de la época, quienes además de desarrollar su estudio, las hicieron llegar a la sociedad. Gracias al esfuerzo de matemáticos como Helmholtz y a otros personajes no matemáticos, como Abbott o Hinton, estas se hicieron muy populares. Uno de nuestros objetivos a lo largo de este escrito será mostrar el interés que suscitó, en particular, la cuarta dimensión, en la sociedad y su influencia en los diferentes campos de la sociedad.

### 2.3 Los filósofos de la cuarta dimensión: Ch. H. Hinton

La cuarta dimensión empezó a interesar a finales del siglo *XIX* a científicos, pensadores, escritores, artistas, espiritualistas,...

---

<sup>1</sup>Véase el escrito "*Bosquejo histórico de las geometrías no euclídeas: antecedentes, descubrimiento, difusión, consistencia, modelos, aplicaciones físicas,...*" que apareció en la publicación de este seminario del curso 1997/98.

**¿Por qué una cuestión como la cuarta dimensión atrajo tanto, además de a científicos, a no científicos de finales del siglo XIX y principios del XX?** Quizás la respuesta a esta pregunta la podamos encontrar en los siguientes puntos: *i*) el atractivo que para el hombre es lo desconocido, lo misterioso, en definitiva, aquello que no es capaz de encerrar en su mente; *ii*) la cuarta dimensión pudo servir a algunas personas como válvula de escape a los problemas de la época, de la sociedad en la que vivían (por ejemplo, recordemos lo comentado sobre la Inglaterra victoriana); *iii*) la cuarta dimensión es un nuevo “universo” que explorar, con todo tipo de connotaciones (científicas, filosóficas, religiosas, artísticas,...). Recogiendo las ideas de lo anterior vemos que la cuarta dimensión fué un tema que permitió romper con lo establecido y crear a partir de ello nuevos sistemas de pensamiento, expresión artística,... En particular, a nivel artístico les permitió a los cubistas romper con la perspectiva renacentista e intentar pintar el objeto desde diferentes perspectivas; o filosóficamente, tras la insatisfacción del materialismo y del positivismo, la cuarta dimensión dió lugar a un sistema filosófico idealista e incluso místico, como el descrito por el inglés Ch. H. Hinton.

El personaje más importante dentro de la filosofía de la cuarta dimensión fué el inglés Charles Howard Hinton (1853-1907). Este personaje se preocupó de desarrollar todo un sistema filosófico alrededor de la cuarta dimensión y divulgar tanto su pensamiento, como las diferentes cuestiones implicadas alrededor de la cuarta dimensión (de algunas pocas hablaremos en este apartado). Además, este personaje tuvo una vida atormentada o cuando menos peculiar, como veremos a continuación.

Hinton estudió cuestiones matemáticas y físicas en Oxford. Su primer artículo fué “*What is the fourth dimension?*”, publicado en la revista de la Universidad de Dublin en 1880 y entre otras cuestiones discutía sobre un mundo dosdimensional. Este artículo fué publicado de nuevo en la revista del colegio de mujeres Cheltenham en 1883 y transformado en un panfleto, con el inadecuado y comercial título “*Ghosts Explained*” para Swann Sonnenschein & Co. en 1884, donde publicó otros nueve panfletos recogidos en la obra “*Scientific Romances*”. Los dos libros que recogen fundamentalmente su filosofía son “*A New Era of Thought*” (1888) y “*The Fourth Dimension*” (1904). Su última obra publicada fué “*An episode of Flatland*” (1904) en el que discute sobre un mundo dosdimensional y que parece ser que escribió en 1884 (sin ninguna conexión con el Flatland de Abbott).

A continuación, daremos algunas pinceladas sobre su vida. Nació en Londres en 1853. Su padre, James, pasó de ser un médico del oído a un filósofo-religioso en defensa de una nueva moralidad sexual. Se rodeó en estos últimos años de un círculo

de admiradoras, con las cuales tenía relaciones sexuales. Solía decir: “Cristo fué el salvador de los hombres, pero yo lo soy de las mujeres, y no le envidio a él en nada”. Ch. H. Hinton se graduó en Oxford en 1877 y se casó con Mary Boole, la hija mayor de G. Boole (quien introdujo las álgebras de Boole), y en 1880 obtuvo un puesto como profesor de ciencias en la Escuela de Uppingham, aunque siguió trabajando para obtener su doctorado en matemáticas. A pesar de su educación, Hinton se sentía a la deriva, ya que pensaba que todos esos conocimientos no le llevaban a un conocimiento real y fué este sentimiento el que le embarcó en viajes como el de la visualización mediante sus famosos cubos.

Hinton podía haber disfrutado de una vida confortable similar a la que tuvo su padre: tuvo cierta fama en esa época, era respetado como escritor por los intelectuales de la época y amado por muchas mujeres. El desastre llegó cuando en 1885 fué acusado de bigamia. Entonces, perdió su trabajo y sufrió una especie de exilio. Primero viajó a Yokohama (Japón), a una escuela de enseñanza media, luego se marchó a EEUU, al Departamento de Matemáticas de la Universidad de Princeton, después a la de Minnesota y finalmente acabó en Washington, donde trabajó en un observatorio naval y en la Oficina de Patentes.<sup>2</sup>

Una de las preocupaciones de Hinton era la de la visualización, tengamos en cuenta que en aquella época no existían los programas gráficos que existen en la actualidad. En primer lugar, estaba preocupado por el problema de la visualización de objetos en tres dimensiones. Para resolver ese problema, él tuvo la idea de memorizar un cubo formado por  $36 \times 36 \times 36$  cubitos, asignándole un nombre en latín de dos palabras (por ejemplo, “Glans Frenum”) a cada uno de los 46.656 cubitos, y aprendió a utilizarlo como si fuera un tipo de papel sólido. Cuando él quería visualizar algún objeto sólido, lo hacía ajustando su medida para que entrara en su cubo y entonces podía describir su estructura recitando las celdas ocupadas. Aunque esto suena increíble, realmente no es imposible y además, Hinton ideó un sistema para reducir el número de datos a memorizar. Aunque parezca una idea loca, esta fué una fantástica fuente de inspiración para Hinton. Desde el punto de vista de la cuarta dimensión, él creó una especie de retina cuatridimensional, como veremos más adelante. Además, esto le inspiró para aprender a pensar cuatridimensionalmente manipulando 81 cubos de colores correspondientes a un  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  hipercubo.

Aprovechemos que Hinton se preocupó por la divulgación de este tema, la cuarta

---

<sup>2</sup>Curiosamente, en 1905, mientras Hinton, cercano al final de su vida, estaba en la Oficina de Patentes de Washington, Einstein, en el inicio de su carrera como físico, estaba en la Oficina de Patentes de Berna en Suiza.

dimensión, para hablar de algunas curiosidades.

- Imaginemos que nuestro universo tridimensional forma parte de un espacio de dimensión cuatro, entonces nuestro mundo dividirá a este hiperespacio en dos regiones (al igual que un plano divide al espacio de dimensión tres) y Hinton sugiere los nombres de *Ana* y de *Katta*, para ser utilizados, más o menos, como las palabras “arriba” y “abajo”. Por poner un ejemplo, que algunos cristianos interesados por la cuarta dimensión han utilizado, podíamos pensar como el cielo perteneciente a Ana, por encima de nuestro mundo, y del infierno como parte de Katta.

Ahora, nos podemos cuestionar cómo nos vería un ser de dimensión cuatro mirando desde Ana a nuestro mundo. Volvamos a Flatland y a sus habitantes (o si lo preferimos pensemos que estamos viendo una ameba por un microscopio, que es un ser dosdimensional que habita entre los dos cristales). Tanto en el caso de la esfera que “visita” Flatland, como en el caso del biólogo, ¿cómo ven estos a los seres dosdimensionales? La respuesta es que ven todo su perímetro exterior y también ven su interior, como queda de manifiesto en la figura 9. Al igual que vimos en la figura 3 que ocurre con las casas. Es interesante destacar que los habitantes de Flatland se ven unos a otros un lado de su perímetro, de hecho se ven casi como segmentos (salvo por la profundidad); mientras que la esfera les ve todo su perímetro y su interior.

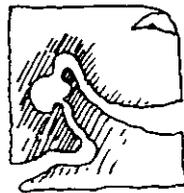


Figura 9: El cuadrado visto por la esfera

Pensemos ahora en nosotros, seres tridimensionales, ¿cómo nos vemos entre nosotros? Nos vemos un lado de nuestra superficie exterior, casi como planos (salvo por la profundidad). Pero, ¿cómo nos vería un ser cuatridimensional? Nos vería toda nuestra superficie exterior, es decir, por todas partes, y también nos vería nuestro interior (nuestro corazón, pulmones, venas,...).

- Otra cuestión interesante es la opuesta a la anterior, es decir, la de cómo veríamos nosotros, habitantes de este espacio tridimensional, a un ser de dimensión cuatro cayendo a través de nuestro espacio, o siguiendo con la analogía cristiana, a un ángel pasando del cielo al infierno. Una creencia habitual, por ejemplo entre los que

creen que los espíritus son seres cuatridimensionales, es la de pensar que nosotros veríamos a un tal ser como una unidad y semejante a nosotros. Sin embargo, la realidad sería más bien otra. Volviendo a Flatland, en la figura 10 podemos observar que vería nuestro amigo el cuadrado si uno de nosotros atravesara su mundo. Serían secciones de nuestro cuerpo, compuestas por un cierto número de formas irregulares cuyo perímetro exterior estaría formado por nuestra piel, o parte de nuestros ojos, o ... Un "hiperser" atravesando nuestro universo produciría un efecto similar, pero teniendo en cuenta el significado de la dimensión extra (En la figura 11 se ve un dibujo "jocoso" de esta situación).

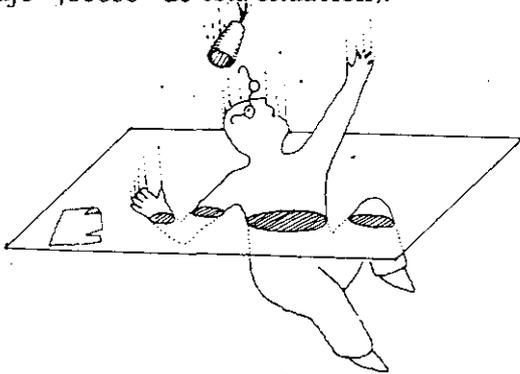


Figura 10: Hombre cayendo a través de Flatland

Figura 11: Criatura de la 4D

- La cuarta dimensión tiene algunos aspectos mágicos, como el hecho de que podemos salir de una habitación completamente cerrada o podemos robar dinero de una caja fuerte sin abrirla (e incluso, sin que nadie nos vea), leer el contenido de una carta cerrada, bebernos una Coca Cola sin abrir la botella, separar dos anillos enlazados o deshacer un nudo sin romper la cuerda. Un médico cuatridimensional podría operarnos del apéndice o del corazón, sin necesidad de practicar un corte en nuestra piel. Todas estas cuestiones se basan en la misma idea, salir de nuestro mundo a Ana, o a Katta, para regresar después con la acción realizada. Imaginemos que nos encontramos en una cárcel, de la que obviamente no podríamos salir en nuestro mundo de dimensión tres, sin embargo viajando a través de la cuarta dimensión podríamos salir de la cárcel, saliendo de nuestro mundo, y regresar de nuevo en el punto que sea de nuestro interés. Si pensamos en Flatland comprenderemos mejor estas ideas.

- Otra interesante cuestión a discutir es la de la simetría, que podemos relacionar con la pregunta ¿cómo podemos saber si una persona ha viajado a través de la cuarta dimensión? Siguiendo con la analogía dimensional volvamos de nuevo al mundo del cuadrado. Si rotamos a nuestro amigo el cuadrado alrededor de una de las líneas

que lo cruzan (como se ve en la figura 12), obtendríamos su imagen “a través del espejo”. Esta situación también la obtenemos si sacamos al cuadrado de Flatland, lo rotamos en el espacio y lo devolvemos a su mundo. Supongamos que los habitantes de Flatland con su cabeza apuntando al norte, tienen su ojo en su parte norte o noreste y su boca hacia el este. Si rotamos al cuadrado a través de un eje norte-sur obtendríamos su imagen a través del espejo, es decir, el ojo hacia el norte o noroeste y su boca hacia el oeste. Como no existe ningún habitante en Flatland con esa configuración, si nuestro cuadrado se encontrase con alguien así podría afirmar que ha viajado a través de la cuarta dimensión (aunque sólo sea en el giro). Pensemos

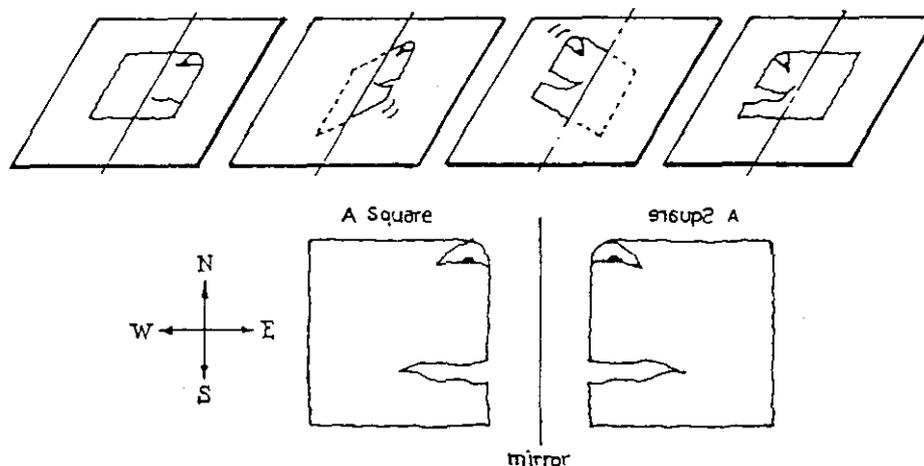


Figura 12: Cuadrado girado y su imagen a través del espejo

ahora que a nosotros nos giran en el espacio de dimensión cuatro alrededor de un plano que nos atraviesa de arriba a abajo, entonces se obtendría nuestra imagen a través del espejo, es decir, lo que antes teníamos en la izquierda ahora esta en la derecha, como por ejemplo el corazón, y al revés (véase el gracioso dibujo del pirata de la figura 13).

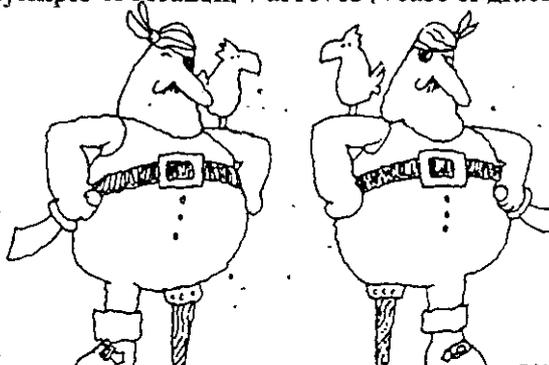


Figura 13: Pirata antes y después del viaje 4D

## 2.4 Dioses y Fantasmas: Religión, Místicos, Espiritualistas y Mediums

Muchos pensadores de finales del siglo *XIX* y principios del *XX* dedicaron sus esfuerzos al entendimiento de la cuarta dimensión y al desarrollo de sistemas de pensamiento ligados a la misma, pero desde diferentes perspectivas y muchas de ellas, se mezclaban entre sí. En este apartado vamos a tratar brevemente estas corrientes de pensamiento, pero desde la perspectiva de las “creencias”.

- **RELIGIÓN.** Hablando de forma sencilla sobre este tema, podemos ver dos orientaciones entre las personas que utilizaron la cuarta dimensión dentro de sus preocupaciones teológicas. Por un lado tenemos la postura ya comentada de Abbott, “no podemos llegar a Dios a través de la cuarta dimensión, a través de la ciencia”. Sin embargo, hubo muchos otros (cristianos, protestantes,...) que adoptaron de forma entusiasta la creencia de que el cielo, el infierno, nuestras almas, los ángeles y Dios mismo podrían estar “confortablemente alojados” en la cuarta dimensión (o en una dimensión superior). Las ideas de este espiritualismo cristiano pueden encontrarse en el libro de A. T. Schofield’s “*Another World*”. Dos pequeñas pegas a la visión de Schofield’s. ¿Porqué Dios en su perfección tendría que elegir la cuarta dimensión o cualquier otra dimensión superior para “existir/vivir”? Quizás habría que pensar en un espacio de dimensión infinita para su existencia (espacios de Hilbert). Por otra parte, contrariamente a la creencia usual y a la idea de Schofield’s, si un ángel o un espíritu -como seres cuatridimensionales- atravesase nuestro mundo, él no sería a priori un solo ente y de aspecto similar a los hombres, como ya hemos puesto de manifiesto en el apartado dedicado a Hinton.

- **MISTICISMO.** El pensamiento místico de finales del siglo *XIX* respecto a la cuarta dimensión, expresado por Ch. H. Hinton o por P. D. Ouspensky, entre otros, y que podemos ver recogido en el ensayo de Ouspensky “*The Fourth Dimension*” (1908), lo podemos resumir en el siguiente comentario. Si la cuarta dimensión existe, entonces una de las dos cuestiones siguientes es posible, o nosotros somos seres cuatridimensionales o sólo poseemos tres dimensiones y entonces no tenemos existencia. Si existiendo la cuarta dimensión, nosotros somos seres tridimensionales, esto significaría que no tendríamos existencia real, que sólo existiríamos en la mente de algún ser “supremo” y todos nuestros pensamientos, sentimientos, actos,... no son más que producto de la mente de ese ser, donde se desarrolla nuestra artificial existencia. Si no creemos ser seres pertenecientes a un mundo que depende de un ser superior, de sus caprichos, entonces debemos de ser seres con cuatro dimensiones. Es decir, nosotros, y no sólo espíritus o fantasmas, somos seres de cuatro dimensiones, pero sólo una parte de nosotros vive en nuestro universo y somos

conscientes sólo de esta parte de nuestro cuerpo, de nuestro ser. Es decir, somos seres que vivimos un tipo de condición, de existencia (la cuarta dimensión), pero sólo somos conscientes de parte, o nos imaginamos a nosotros ser otra cosa, seres tridimensionales. Recordemos a este respecto el mito de la caverna de Platón.

Para Hinton y Ouspensky la cuarta dimensión no es sólo un concepto espacial, sino un tipo de conciencia. El estudio matemático de la cuarta dimensión nos lleva de forma natural a una de las creencias del misticismo, que de forma sencilla podemos resumir como

**Todo es Uno, y el Uno es inentendible.<sup>3</sup>**

El “Uno” místico es el medio en que podemos alcanzar la unidad universal, es el hiperespacio que lo engloba todo (lo lejano y lo cercano, lo pasado y lo futuro, lo real y lo imaginario,...) junto en una gran unidad (la llamada unidad del misticismo), que para unos es Dios, para otros el Absoluto, o lo que el lector quiera, pero no lo podemos representar con símbolos humanos, lo que nos lleva a la segunda afirmación “el Uno es inentendible”. Pero, ¿qué nos quiere decir este pensamiento? Desde el punto de vista místico, nosotros podemos entender y saber qué es el Uno, en el sentido de que podemos sentir el espacio a nuestro alrededor o podemos abrir nuestros corazones para sentir vida, belleza, amor. Sin embargo, es sólo para la mente racional que es inentendible. Utilizaremos una sencilla analogía para entender esto, los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ . Dada la idea de número, podemos entender qué es  $\mathbb{N}$ , pero si insistimos en el conocimiento completo, es decir, la lista de todos los números naturales, entonces  $\mathbb{N}$  nos es inalcanzable, inentendible.

• **ESPIRITUALISTAS Y MEDIUMS.** El espiritualismo, es decir, la creencia de que los espíritus de los muertos están cercanos y deseosos de contactar con nosotros, nunca ha sido tan popular como a finales del siglo *XIX*. En esa época, una infinidad de mediums organizaban, a lo largo de EEUU y de Europa, innumerables sesiones para contactar con los espíritus. Los mediums estaban siempre bajo sospecha de fraude, ya que este mundo estaba lleno de anécdotas coloristas y parafernalia, pero nada de investigación científica. Los pocos científicos que creían en el espiritualismo, trataron de encontrar algún tipo de sólida teoría en la cual apoyar la creencia en fantasmas y espíritus. En este sentido, existieron dos tendencias: *i*) la primera, más popular entre los primeros espiritualistas, era que los espíritus son seres tridimensionales inmatrimales, que están formados por “ectoplasma” o por “energía vibracional”. Aunque si son inmatrimales, ¿cómo podían mover los objetos en las

---

<sup>3</sup>Véase también el ensayo de Hinton, “*Many Dimensions*” (1885).

sesiones de los mediums?; *ii*) mientras que la tendencia más apoyada a finales del siglo *XIX*, era que los espíritus son seres materiales, luego si no se les ve habitualmente es porque están fuera de nuestro espacio (por ejemplo, espíritus que viven en la cuarta dimensión) y nos visitan a su antojo.

La persona que hizo más popular la noción espiritualista de los fantasmas o espíritus como seres de la cuarta dimensión, fué Johann Carl Friedrich Zöllner (1834-1882). Zöllner era profesor de Astronomía en la Universidad de Leipzig. En un viaje a Inglaterra entró en contacto con Henri Slade, un medium norteamericano que acababa de salir de la cárcel por fraude. En el libro "*Trascendental Physics*" (1878) Zöllner explica los experimentos que realizó junto a Slade para demostrar la existencia de espíritus cuatrodimensionales. Algunos de los experimentos fueron: *i*) dados dos anillos de madera, uno de los experimentos consistía en que los espíritus los debían enlazar sin romperlos, a través de la cuarta dimensión; *ii*) el experimento de la cuerda de Zöllner consistía en hacer un nudo a una cuerda que estaba sellada en sus extremos, por supuesto con el sello del propio Zöllner (véase la figura 14); *iii*) los productos de la naturaleza suelen tener disposiciones según las cuales una de sus partes tiene una cierta dirección, como por ejemplo las caracolas de mar o las conchas, y una simetría cambiaría dicha dirección al obtener su imagen a través del espejo (una puede pasear tranquilamente por la playa y encontrar caracolas o cochas de los dos tipos).

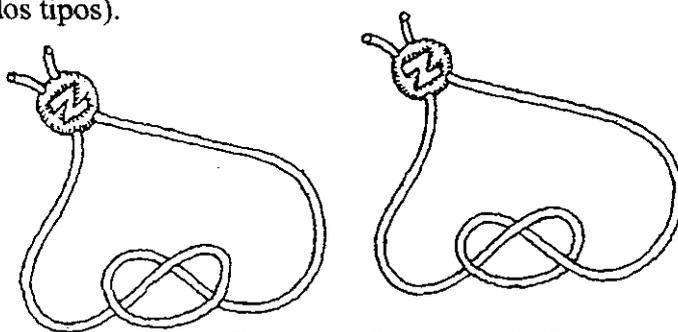


Figura 14: La cuerda de Zöllner

Pero, ¿tuvieron éxito los experimentos de Zöllner y Slade? La respuesta, por desgracia para ellos, es que NO, aunque Zöllner en su libro trató de hacer creer a sus lectores que sí se había demostrado, aunque con razonamientos nada satisfactorios. El efecto que tuvo el trabajo de Zöllner fué convertir en aquellos años (1878) a la cuarta dimensión en algo con muy mala reputación y alejado completamente de cualquier pensamiento científico.

## 2.5 Cuarta Dimensión y Expresión Artística

En este capítulo hacemos una breve descripción de la influencia de la cuarta dimensión en la literatura, la música y el arte.

• **LA LITERATURA.** En la creación literaria de finales del siglo *XIX* y del siglo *XX*, se encuentran un número considerable de obras influenciadas, que referencian o que hacen uso en sus argumentos de la cuarta dimensión. De entre ellas citaremos una muestra, fundamentalmente del siglo *XIX*, que aunque escueta sí muy interesante.

**Charles L. Dodgson (Lewis Carroll).** “*Dinámica de una partícula*” (1865), en él se describe un romance entre un par de criaturas lineales sobre una superficie plana, haciéndose referencia al quinto postulado de Euclides; “*A Través del Espejo*” (1872), en esta continuación de “*Alicia en el País de las Maravillas*”, Lewis Carroll hace ciertas alusiones a la cuarta dimensión como las imágenes a través del espejo y la simetría en la cuarta dimensión.

**Fiodor Dostoievsky.** “*Los hermanos Karamazov*” (1880), Iván Karamazov se refiere a las dimensiones superiores y a las geometrías no Euclídeas en el curso de su especulación sobre la existencia de Dios.

**Enrique Gaspar.** “*El Anacronópete*” (1887), esta historia del dramaturgo español trata de un científico que construye una máquina del tiempo, el anacronópete (del griego, “ana”-atrás; “cronos”-tiempo; “petes”-el que vuela), y viaja junto a otros pasajeros a tiempos pasados, entre otros, a la comuna de París, la China del siglo *III* d. C., el último día de Pompeya o la creación del Universo. Esta obra de Gaspar se anticipa a la obra de H. G. Wells. Como anécdota hemos de decir que originalmente era una zarzuela, cuyo manuscrito original data de 1881 y que se conserva en la Biblioteca Nacional.

**Oscar Wilde.** “*El fantasma de Canterville*” (1891), Oscar Wilde escribe en cierto momento de este relato: “*no había tiempo que perder, luego adoptando rápidamente la cuarta dimensión del espacio como un medio para escapar, el fantasma desapareció como a través de la pared y la casa quedó en calma*”.

**Rudyard Kipling.** “*Un error en la cuarta dimensión*” (1894), relato corto publicado en “*The Cosmopolitan*” (New York).

**H. G. Wells.** “*La máquina del tiempo*” (1895), como todo el mundo conoce en esta obra Wells considera el tiempo como la cuarta dimensión y abre la posibilidad de realizar viajes en el tiempo (en este caso el protagonista viaja al futuro); “*El*

*remarcable caso de los ojos de Davidson*" (1895), Wells utiliza la idea de un pliegue de nuestro espacio dentro de la cuarta dimensión para hacer que Davidson pueda observar eventos de una isla de los mares del sur mientras está comodamente en Londres; "*La visita maravillosa*" (1895), este relato está basado en la idea de mundos de tres dimensiones adyacentes dentro de la cuarta dimensión. Un ángel cae de su mundo celestial en un pueblo de Inglaterra. El ángel es consciente de la realidad cuatridimensional de la naturaleza de las cosas, y hace el papel de la esfera de Flatland, donde los habitantes del pueblo inglés son "el cuadrado" de la historia; "*La historia de Plattner*" (1896-97), en este relato se habla del problema de la simetría. G. Plattner es un desafortunado profesor de ciencias en un instituto, que por una explosión química pasa a la cuarta dimensión y al regresar cuenta lo que allí vió. Además, la certeza de que estuvo en la cuarta dimensión la tienen al observar que tiene el corazón a la derecha; "*El hombre invisible*" (1897), en este libro podemos leer que el personaje principal adquiere su estatus de hombre invisible por una "*fórmula que es una expresión geométrica que implica la cuarta dimensión*"; "*El cuerpo robado*" (1906), de nuevo el personaje protagonista realiza un viaje a la cuarta dimensión y se explica lo que allí puede ver.

**George Macdonald.** "*Lilith*" (1895), en el cual también se habla de viajes a otros mundos, en relación a la cuarta dimensión.

**Joseph Conrad y Ford Madox Ford.** "*Los herederos*" (1901), los herederos son una raza "superhumana", pero crueles y sin sentimientos, que vienen de la cuarta dimensión, y que se están apoderando de nuestro mundo.

**Gaston de Pawlowski.** "*Viaje al País de la cuarta dimensión*" (1912), Pawlowski es considerado, por su temática, el sucesor francés de H. G. Wells en la ciencia ficción.

Finalmente me gustaría terminar con una lista de consagrados escritores del siglo XX que aludieron a la cuarta dimensión en sus escritos. **P. G. Wodehouse** ("*The amazing hat mystery*", 1922), **Marcel Proust**, **Gertrude Stein**, **William Faulkner** ("*As I Lay Dying*", 1930), **Vladimir Nabokov** ("*Look at the Arlequines*", 1970), **Lars Gustafsson** ("*Muerte de un Apicultor*", 1978), **J. L. Borges**. Y acabamos con dos obras profundamente ligadas a la 4D, que son el relato corto "*And he built a crooked house*" (1940) de **Robert A. Heinlein**, en el cual un arquitecto construye una casa que es el despliegue en dimensión 3 del hipercubo, y que una vez construida se pliega en la cuarta dimensión dejándole al arquitecto en su interior; y la novela de **Madeleine L'Engle**, "*A Wrinkle in time*" (1962), en la cual describe el hipercubo.

- **LA MÚSICA.** Músicos como Alexander Scriabin, Edgar Varése<sup>4</sup> o George Antheil, entre otros, estuvieron muy interesados en la cuarta dimensión y se atrevieron a innovar en nombre de una realidad superior.

- **EL ARTE.** La cuarta dimensión fué un símbolo de liberación para los artistas de la época, en particular, para el movimiento cubista. Estos querían romper con la perspectiva renacentista,<sup>5</sup> marcada por la visión-proyección de un ojo tridimensional, y la cuarta dimensión les dió la justificación para romper con ella.

En palabras de Albert Gleizes y Jean Metzinger, dos de los cubistas más teóricos, el pintor cubista no trata de pintar al objeto como él o el hombre en general lo ve, como correspondía a la perspectiva renacentista, sino que intentan pintar al objeto tal como es. Esto lo podemos apoyar con una graciosa anécdota de Pablo Picasso. Picasso iba viajando en un tren y un extraño le reconoció. Entonces, este personaje se le quejó a Picasso, ¿por qué no podía él pintar a la gente como realmente eran? ¿por qué tenía él que distorsionar el modo en que se veía a la gente? Entonces, Picasso le preguntó al hombre si tenía una foto de su familia. Después de observar la fotografía, Picasso le replicó, ¡Oh! ¿su mujer es realmente pequeña y plana?

Con estos dos comenatrios hemos expresado de forma sencilla el interés de los cubistas por romper con la perspectiva renacentista, es decir, pintar lo que el ojo ve dependiendo del punto de vista del pintor, y su interés por pintar al objeto tal como es, introduciendo diferentes puntos de vista en un mismo cuadro.

**¿Qué relación tiene esto con la cuarta dimensión y por qué fascinó esta a los cubistas?** La relación está en lo que ve un ojo cuatridimensional cuando mira objetos tridimensionales. Como ya hemos comentado anteriormente el ojo de un ser del espacio de dimensión cuatro ve toda la superficie exterior del objeto, es decir, lo ve desde todos los puntos de vista (pero además, también ve todo su interior) y esto es lo que cautivó a los cubistas en relación a la ruptura con la perspectiva renacentista.

Un ejemplo de pintura cubista utilizando múltiples puntos de vista lo tenemos en el *“Retrato de Marie-Thérèse Walter”* (Picasso, 1937).

---

<sup>4</sup>Durante la conferencia que ha dado lugar a este escrito tuvimos la oportunidad de escuchar las obras *“Hyperprism”* y *“Octandre”* de E. Varése.

<sup>5</sup>El impresionismo ya había realizado una ruptura con la perspectiva renacentista, pero de forma vaga y manteniendo el único plano de visión.



Figura 15: Retrato de Marie-Thérèse Walter



Figura 16: Retrato de Vollard

El sombrero de Marie-Thérèse nos indica que el observador está al mismo nivel que los ojos de la retratada; el suelo, sin embargo, posiciona al observador por encima de esta mujer; la silla necesita por lo menos dos puntos de vista, como muestran sus brazos; la cara de este joven amor de Picasso (con un estilo cubista clásico) requiere un punto de vista para los ojos, otro para los labios y un tercero para la nariz.

En la práctica, el más frecuente tipo de deformación o distorsión en la pintura cubista fué el romper la figura en pequeños planos o caras, cada una de ellas marcando un punto de vista diferente, que en su conjunto conforman el cuadro con la intención de dar la sensación de ver al objeto pintado desde diferentes perspectivas (como muestra véase el cuadro “*Retrato de Vollard*”, Picasso, 1910).

En cuadros como “*Nude*” (1910) de Metzinger los múltiples planos ayudan a destruir cualquier sensación de existencia tridimensional de la figura, sugiriendo la gran complejidad de un cuerpo en una dimensión superior.



Figura 17: Nude<sup>6</sup>



Figura 18: Dancer in a Cafe<sup>7</sup>

Albert Gleizes y Jean Metzinger, fueron los cubistas que más se preocuparon en estudiar, discutir y trabajar sobre la cuarta dimensión. Le encargaron al matemático M. Princet, habitual de las reuniones de los cubistas, que les enseñara geometría y, en particular, la relacionada con la cuarta dimensión. Fueron los promotores del **Puteaux Group** (A. Gleizes, J. Metzinger, Juan Gris, Lèger, Delauny, Villon, Duchamp-Villon, Duchamp, Picabia,...) dentro del cubismo y la cuarta dimensión fué un tema habitual en las reuniones de este grupo. Dentro del cubismo, P. Picasso y G. Braque siguieron otros caminos alejados de la cuarta dimensión y fué el “Puteaux group” quien mantuvo su preocupación por el tema. Además de su interés por la matemáticas de la cuarta dimensión y la inclusión de Princet en el grupo, eran habidos lectores de los géometras E. Jouffret (“*Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions*”, 1903; “*Melanges de géométrie à quatre dimensions*”, 1906) y E. Poincaré.

Además del cubismo, otros movimientos artísticos se han preocupado por la cuarta dimensión, entre los que citaremos Blaue Reiter group, Futurismo italiano y Ruso, Suprematismo, Constructivismo, Modernismo Americano, Surrealismo y el “movimiento Dada”,... y también podemos citar algunos de los nombres propios de dichos movimientos, además de los cubistas nombrados, como Henri Laurens, Frantisek Kupka, Max Weber, Umberto Boccini, Gino Severini, Kasimir Malevich,

<sup>6</sup>Perdonad la mala imagen de este cuadro, el cual se encuentra actualmente en paradero desconocido.

<sup>7</sup>Metzinger, 1912.

Lissitzky, Franz Marc, Wassily Kandinsky, Piet Mondrian, Van Doesburg, André Bretón, Salvador Dalí, I. Rice Pereira, Oscar Domínguez, Tony Robbin,...

Marcel Duchamp merecería una atención especial si hablamos de la cuarta dimensión (de hecho en la obra de L. D. Henderson, esta le dedica todo un capítulo a Duchamp), ya que este artista que viajó del cubismo al surrealismo, siempre llevó en su maleta la geometría, y en particular, la cuarta dimensión. Duchamp era un artista conceptual, que dió mucha importancia a los escritos teóricos en su obra, por los cuales sabemos aún más de su preocupación por estos temas. El interés de Duchamp por la cuarta dimensión representa un acercamiento alternativo a las visiones idealistas de una realidad superior que soportaron el nacimiento del arte abstracto. Aunque no podemos abordar aquí el estudio de su obra (a quien este interesado le emplazamos para que lea el libro de L. D. Henderson), no podemos pasar sin mostrar una de sus interesantes cuadros "*Nude descending a staircase, No. 2*" (1912). En esta obra Duchamp mezcla las ideas y técnicas cubistas sobre las diferentes perspectivas, con el movimiento, con una clara referencia a la obra de Muybridge "*Nude descending stairs*" (1887), en el que una sucesión de fotografías nos muestra una mujer desnuda bajando unas escaleras.



Fig.19: *Nude descending a staircase No.2* Fig.20: *Crucifixion (Corpus Hypercubus)*

A partir de los años 20/30 la teoría de la relatividad fué haciéndose cada vez más popular y el tiempo pasó a ser la cuarta dimensión, perdiendo la cuarta dimensión espacial su papel protagonista. A nivel artístico, en 1936 se publicó el “*Manifiesto Dimensionalista*” que aunque abierto a la cuarta dimensión espacial, estaba realmente recogiendo su filosofía respecto al espacio cuatridimensional de Minkowski, es decir, al espacio-tiempo de la teoría de la relatividad. Sus firmantes eran Ben Nicholson, Alexander Calder, Vincent Huidobro, Kakabadzé, Joan Miró, Moholy-Nagy, Antonio Pedro, Arp, P. A. Birot, Camille Bryen, Robert Delauny, César Domela, Marcel Duchamp, Kandinsky, Ferd Kann, Kotchar, Nina Negri, Mario Nissim, Fr. Picabia, Prampolini, Prinner, Rathmann, Ch. Sirato, Sonia Delauny, and Sophie Taeuber Arp.

Para finalizar nos gustaría mencionar que cuando todo este interés por el espacio-tiempo se estaba dando, André Bretón y algunos surrealistas, entre ellos los Dadaístas, siguieron preocupándose por la cuarta dimensión espacial y defendiendo ante los demás artistas, y la sociedad en general, su interés. En la figura 20 podemos ver el cuadro “*Crucifixion (Corpus Hypercubus)*”, de Salvador Dalí (1954).

## 2.6 El Tiempo como la Cuarta Dimensión

En esta sección queremos discutir brevemente el concepto de tiempo como la cuarta dimensión. Si el tiempo es la cuarta dimensión, al espacio cuatridimensional se le llama espacio-tiempo y podríamos estudiarlo desde el punto de vista de la teoría de la relatividad (geométricamente tendríamos el espacio de Minkowski). Sin embargo, en este escrito no vamos a abordar la perspectiva relativista del espacio-tiempo,<sup>8</sup> sino que discutiremos el concepto estático del mismo.

Antes de seguir adelante, ¿es el tiempo la cuarta dimensión? No necesariamente, si consideramos que nuestro espacio tridimensional está curvado dentro de un espacio de dimensión cuatro, entonces podemos considerar el tiempo como la quinta dimensión. Sí podemos, y es útil, ver el tiempo como una dimensión superior, aunque no debemos de llegar con esto a la conclusión de que las ideas de la cuarta dimensión que hemos comentado con anterioridad son también válidas si consideramos que el tiempo es la cuarta dimensión.

Para tener una buena imagen mental del espacio-tiempo volvamos a Flatland y a la analogía dimensional. Entonces, el espacio-tiempo sería un espacio tridimen-

---

<sup>8</sup>En la edición 2000/2001 del seminario “Un paseo por la geometría” el Prof. J. L. Mañes abordará la teoría de la relatividad en su conferencia “Geometría del espacio-tiempo”.

sional, donde la parte espacial estaría dada por el espacio bidimensional, Flatland, y pensaríamos en el tiempo como una dirección perpendicular al espacio. Como ejemplo pensemos en la escena siguiente. Nuestro cuadrado, protagonista del libro de Abbott, se encuentra parado delante de su casa, cuando se le acerca un triángulo a preguntarle algo y luego se marcha. En el espacio-tiempo tendríamos un “raíl” cuadrado y recto que se correspondería al cuadrado que ha permanecido quieto y un “raíl” triangular que se acerca y se aleja del otro y que se corresponde con el movimiento del triángulo, como muestra la figura 21.

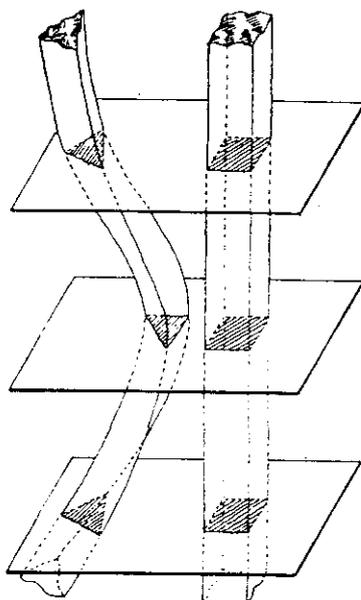


Figura 21: Espacio-tiempo de Flatland

Por lo tanto, el espacio-tiempo es un espacio de dimensión tres tal que cada instante de tiempo es una sección bidimensional. Hablamos de una concepción estática del espacio-tiempo, ya que cohabitan en él, pasado, presente y futuro. Supongamos que tenemos la intención de definir, en cierto instante de su vida, al cuadrado protagonista de nuestras discusiones, es decir, ¿qué o quién es? Nos encontramos entonces con un problema y es que solamente podemos dar una definición instantánea, luego ninguna, ya que al momento siguiente la definición ya no es válida. La única forma de definirlo es mediante la descripción del “raíl” que genera en el espacio-tiempo, desde que se inicia, hasta que desaparece.

Volvamos de nuevo a nuestro Universo. Si admitimos que nuestro espacio-tiempo tiene una configuración estática, entonces una cuestión interesante es ¿por qué no podemos ver el pasado y el futuro si realmente existen? ¿cuál es la causa de que nuestra percepción sea un movimiento hacia delante en el tiempo? Mirando la figura 21, esta configuración estática no parece sugerirnos una explicación al sentimiento de paso del tiempo que siente el cuadrado. Podríamos pensar que el paso del tiempo se produce en la mente de nuestro protagonista, pero esto quizás sea una idea algo artificial e individualizada. Aunque lo que sigue siendo cierto es que nosotros sentimos el paso del tiempo, entonces ¿qué es lo que causa la ilusión del paso del tiempo? Mucha gente ha atacado esta cuestión, como por ejemplo, D. Park en *"The Myth of the passage of time"*, que escribe "...*todos los instantes de nuestra vida, de nuestra historia coexisten y la ilusión del paso del tiempo es una propiedad del universo, observable pero que no puede ser explicada...*". Véase [R1], o la bibliografía que allí aparece, para ver otros acercamientos, a través del Yoga, la cultura indio-mexicana, la perspectiva histórica,...

Consideremos a continuación el problema del libre albedrío. Una objeción común a la teoría del espacio-tiempo estático es que el futuro no parece estar completamente determinado por lo ocurrido el instante anterior (aunque que este predeterminado no implica que se pueda predecir), en contra de lo que implicaría la validez del espacio-tiempo estático. En particular, esto implicaría que no tenemos libertad de acción, nuestros caminos están marcados antes de empezar a caminarlos. Cuando alguien realiza una acción, nos preguntamos ¿por qué esa persona ha hecho eso? En esta cuestión está implícita nuestra creencia de que siempre existe una razón para la acción de una persona y aunque no tengamos libre albedrío, nuestras acciones responden a fuerzas internas o externas. Sin embargo, la física nos ha demostrado que existen hechos que pueden ocurrir o no, sin depender de lo ocurrido en el instante anterior, por ejemplo, que un átomo de uranio se desintegre y emita una radiación. Una solución al problema del libre albedrío en el espacio-tiempo estático, basada en lo anteriormente expuesto, es el "Universo ramificado", una idea sugerida y estudiada por físicos destacados como DeWitt en su *"The many-worlds interpretation of Quantum Mechanics"*. En el modelo del universo ramificado coexisten todos los universos posibles unidos unos a otros en forma de ramas y nuestro universo es sólo uno de los caminos. En cada instante algún evento cuántico indeterminado tendrá lugar o no en algún átomo, entonces el universo (más correctamente su rama) se desdoblará en dos ramas. Eso significa un montón de nuevas ramas por segundo. Habrá universos en los que existamos y otros en los que no, e incluso puede haber universos en los que seamos como superman ó un vampiro.

Llegados a este punto tendríamos que hablar de la visualización de la cuarta dimensión, como se hizo en la conferencia de la que ha derivado este texto, y quizás de la actual utilización de la cuarta dimensión en temas como la creación gráfica por ordenador. Pero esa es otra historia y debe ser contada en otra ocasión.

### **Bibliografía**

- [A] E.A. Abbott, *Flatland: A Romance of Many Dimensions*, 1884 (*Planilandia, Una novela de muchas dimensiones*, José J. de Olañeta, 1999).
- [B] T. Banchoff, *Beyond the Third Dimension*, Scientific American Library, 1990.
- [H] L.D. Henderson, *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*, Princeton University Press, 1983.
- [R1] R. Rucker, *Geometry, Relativity and The Fourth Dimension*, Dover Publ. Inc., 1977.
- [R2] R. Rucker, *The Fourth Dimension, a guided tour of the higher universes*, Houghton Mifflin Co., 1984.
- [W] <http://physics.wm.edu/larsen/monroe.html>, *Connections Between Modern Physics and Modern Art in the Works of Salvador Dali and Pablo Picasso*.