Al final ni sesudos críticos de cine, ni matemáticos avispados ni alumnos cinéfilos. Nadie ha conseguido resolver ninguna de las dos cuestiones planteadas, por lo que pasaremos en esta reseña a despejar las incógnitas no sea que esté creando algún problema de insomnio a alguien o se piense que dicha película ni siquiera existe. Pero vayamos poco a poco, juguemos hasta el final, desvelando poco a poco los detalles.

La película, bajo mi punto de vista, es muy interesante, aunque la censura norteamericana no permitió conocerla completamente nunca. Esto ya de por sí crea ciertas expectativas, tratándose de, dicen algunos, el país de la libertad y la democracia. Hoy quizá pensemos que no es para tanto, pero debemos imaginarnos en septiembre de 1946, fecha de su estreno, recordando que la Segunda Guerra Mundial había finalizado apenas un año antes (oficialmente el 2 de septiembre de 1945). Ya se sabe toda la propaganda que hubo durante y a su término, la euforia por la victoria, etc., etc. Estrenar un film contrario a la guerra y profundamente anti-belicista no parece que fuera muy adecuado, ¿verdad? Y encima si esto lo plantea alguien que trabaja para los “buenos”, pues como que no queda bien.

Alvah Jesper es un físico norteamericano (un magnífico Gary Cooper, aunque los críticos digan que no “pega” bien para este papel, opinión con la que no estoy en absoluto de acuerdo por lo que ya se dirá más abajo) que trabaja en la fisión nuclear durante la II Guerra Mundial. Es además agente de la OSS (Oficina de Servicios Estratégicos), sección de inteligencia del ejercito norteamericano precursora de la CIA. Lo envían a Suiza, muy a su pesar, para localizar a la profesora Katerin Lodor que está retenida por los alemanes. El objetivo es averiguar el grado de avance que los alemanes poseen sobre la posible construcción de una bomba atómica. Desgraciadamente Lodor será asesinada antes de poder ser liberada aunque Alvah consigue entrevistarse previamente con ella y conocer que el profesor Polda es la persona que mejor conoce el asunto, ya que está colaborando con los nazis (luego sabremos que porque retienen a su hija). Alvah se traslada entonces a Italia para intentar “convencer” al citado profesor del desastre que supondría el éxito de sus investigaciones. En Italia, Alvah es ayudado por Gina (el primer papel de la alemana Lili Palmer en Hollywood), una activista de la resistencia aliada que le sirve de enlace y que le proporciona alojamiento y lo necesario para poder llevar a cabo su misión.

En la escena que se presentaba en el concurso, Alvah tiene que refugiarse en el interior de un carrusel de caballitos de feria mientras Gina localiza un nuevo alojamiento ya que han debido dejar precipitadamente en el que estaban. Como ésta tarda un poco, Alvah trata de entretenerse haciendo matemáticas en una de las paredes del tiovivo. Al volver y ver la como ha dejado la pared, su cara (en primer plano) es todo un poema. Tiene lugar entonces el siguiente diálogo:

Alvah: (ante la atónita expresión de Gina): *Me mantenía ocupado mientras te esperaba.*
Gina (tartamudeando): *Pe-pero, ¿qué es?*
Alvah: *La integral de una onda senoidal. No es tan difícil como parece. Para que te hagas una idea: imagínate a uno de esos caballitos dando vueltas y subiendo y bajando al mismo tiempo.*

A la vez la cámara se recrea con detalle en las expresiones, desde la primera a la última. Describo lo que aparece (ya sé que lo ideal en este punto sería insertar un enlace en el que surgiera la escena, pero como dije en la propuesta del concurso, la película no está editada en España ni en VHS ni en DVD, por lo que es ilocalizable). Dibujos de una circunferencia y una semicircunferencia, y las siguientes expresiones

$$y = a \operatorname{sin} \frac{4x}{r}$$
$$dy = \frac{4a}{r} \cos \frac{4\,a\,z}{r} dx$$
$$S = \int_0^{2\pi r} \sqrt{1 + \left(\frac{4a}{r}\right)^2 \cos^2 \frac{4\,a\,z}{r}}\, dx$$
$$\text{Let } z = \left(\frac{4a}{r}\right)^2 \cos^2 w$$
$$\sqrt{1+z} = 1 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{8}z^2 + \ldots$$
$$S = \frac{r}{4}\left[8\pi + \frac{1}{2}\int_0^{8\pi}\left(\frac{4a}{r}\right)^2 \cos^2 w\, dw - \frac{1}{8}\int_0^{8\pi}\left(\frac{4a}{r}\right)^4 \cos^4 w\, dw + \ldots\right]$$

En efecto, las expresiones que Gary Cooper ha escrito corresponden exactamente a la resolución del problema que ha descrito: **el cálculo mediante una integral de línea de la distancia que recorre cada uno de los caballitos del carrusel en su desplazamiento vertical a la vez que gira circularmente** . Para ello da una parametrización de la curva que describe el objeto (la expresión de y, una función seno), y posteriormente emplea la fórmula para el cálculo de una longitud de arco de curva ( ). Obtiene la derivada de la función (en su expresión diferencial, dy) y la sustituye en la expresión de la integral. Como dicha integral no tiene primitiva en términos de funciones elementales, ya que es equivalente a una integral elíptica de segunda especie (o sea de la forma $\int \sqrt{1 - \alpha^2 \operatorname{sen}^2 x}\, dx$ sin más que pasar el cuadrado del coseno a cuadrado de seno mediante la fórmula fundamental de la trigonometría circular), calcula una aproximación sustituyendo la función integrando por los primeros términos del desarrollo en serie de MacLaurin de la función $\sqrt{1+z}$, concretamente toma el polinomio de segundo grado resultante, e integra éste, término a término.

Pero la forma de escribir estas operaciones no es tan poco trivial. Como la expresión es larga, hace un cambio de variable, llamando w a la función (4ax)/r, y z al cuadrado de la derivada, recurso habitual en matemáticas, que demuestra un buen conocimiento (o una buena documentación) por parte del guionista. Esto obliga a utilizar el teorema del cambio de variable en integrales lo cual queda de manifiesto en el paso del intervalo de integración [0, 2?r] a [0, 8?]. Todos estos matices y cálculos están perfecta y rigurosamente realizados lo que sitúa esta escena como una de las más detalladas que he presenciado desde el punto de vista matemático. Sólo hay un pequeño error. ¿Puede el lector encontrarle? Seguramente sea una

errata de transcripción desde el guión por parte de Gary Cooper ya que le vemos a él escribir parte de las expresiones y el tipo y la forma de la letra es la misma en lo previamente escrito.

Esta minuciosidad muestra y define el trabajo de un auténtico maestro: Fritz Lang. Otros realizadores (incluido alguno de los “grandes”) se conforman con insertar expresiones matemáticas aisladas, o sencillamente con disponer símbolos matemáticos aleatoriamente y sin ningún sentido. En la actualidad, cualquier producción que se precie en cuyo argumento aparezca algún aspecto de tipo técnico, tiene un apartado presupuestado para el asesor científico de la película, al que por otro lado, poco caso se le suele hacer, ya que las explicaciones rigurosas son las que primero se descartan del guión o de los montajes finales, para que la acción “no decaiga”. Encontrar en una película norteamericana de los años cuarenta, época en la que se trabajaba con presupuestos bajos y en pocos días de rodaje, una escena de este tipo, no deja de ser llamativo. Y además, en apenas medio minuto.

Como quedó dicho anteriormente, ninguna respuesta de los concursantes ha sido correcta. Tampoco la del ganador, que indicó que era el cálculo de “la superficie de un elipsoide mediante una integral doble”. En primer lugar no hay integral doble por ningún lado (sólo aparece una integral simple); por otra parte, ninguna de las expresiones delata elipsoide alguno. Veamos:

Un elipsoide de semiejes a, b, c >0 viene dado por la ecuación

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

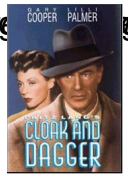
La superficie completa del elipsoide no puede expresarse de forma explícita (como sabe todo el mundo, o debería saber; la raíz cuadrada admite dos signos, cada uno correspondiente a una mitad del elipsoide) Así, por ejemplo para z = 0, y para z = 0 se tienen, respectivamente,

$$z=c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}$$

, $$z=-c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}$$

Y la expresión que aparece en la escena de la película es, vuelvo a repetir, de una única variable, la x, con lo que nada tiene que ver con las expresiones anteriores. Seguramente

nuestro ganador ha tratado de “acoplar” de algún modo la raíz cuadrada y el 1 del primer sumando. A lo mejor incluso se ha percatado de que la integral resultante no es resoluble por ser elíptica, y ha asociado esto al elipsoide. Como desde DivulgaMAT no queríamos dejar el concurso desierto, hemos optado por conceder a este internauta el premio por ser el más “cercano” a la solución de todos los que han enviado sus respuestas.



Han llegado tarde. Los nazis han huido a un país más seguro con toda la información de que disponen intacta. Entonces Gary Cooper hace una amarga reflexión sobre lo sucedido: “*Es el Año Uno de la Edad Atómica. Que Dios nos ayude si creemos que podremos mantener todo esto en secreto por mucho tiempo*
”. Trataba de advertir de los peligros de que cualquier país disponga de medios para construir bombas atómicas. ¿Os suena a algo?¿Quizá China? ¿Irán? Pues eso, que la amenaza persiste hoy, y la película es de 1946. Lang y los actores rodaron todo, pero el estudio decidió eliminar esa parte (hay constancia de que destruyeron los negativos por lo que nos quedamos con las ganas), convirtiendo un drama provocador y reflexivo en un thriller romanticón. En España esta película nunca se estrenó comercialmente y únicamente ha sido emitida en un par de ocasiones por la segunda cadena de la televisión pública.



Finalmente, un par de curiosidades más (de cine) sobre esta película, aunque habría muchas otras que detallar. Los fans de James Bond podrían reconocer en esta película una escena en un aeropuerto suizo que fue literalmente fusilada, plano a plano, en la película del **Dr. No**. Y los seguidores de Alfred Hitchcock (entre los que me incluyo) podrían descubrir más de una coincidencia entre esta película y
Cortina Rasgada
(Torn Curtain, 1966), de la que hablaremos en su momento ya que contiene la que es, con toda seguridad, escena más larga del cine en la que los protagonistas están haciendo matemáticas en una pizarra.

Para finales de octubre o principios de noviembre (hay que ir asimilando las cosas poco a poco) aparecerá la anunciada reseña sobre las matemáticas en el cine español. Ya sabéis que cualquier consulta, dato que complete (o corrija; todos nos equivocamos) o sencillamente vuestra impresión y/o crítica sobre la sección, podéis hacerla llegar a la dirección alfonso@mat.uva.es .
Enhorabuena al ganador, un saludo a todos, buen cine y a ser posible, mejores matemáticas.