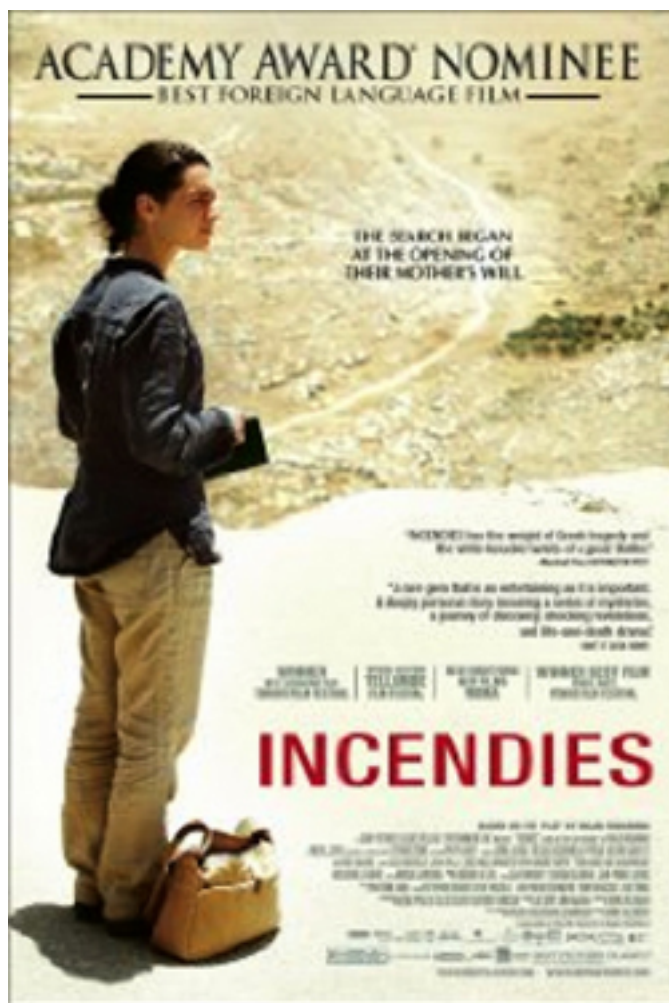


60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

Dedicamos este mes la sección a un estreno reciente, una magnífica película, en la que la protagonista es matemática.

INCENDIES



Título Original: *Incendies*. **Nacionalidad:** Canadá / Francia, 2010. **Director:** Denis Villeneuve
Guión: Denis

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

Villeneuve, basado en la obra teatral de Wadji Mouawad.

Fotografía

: André Turpin, en Color.

Montaje

: Monique Dartonne .

Música

: Grégoire Hetzel.

Producción

: Luc Déry y Kim McCraw.

Duración

: 130 min.

Galardones: Ocho premios *Genie* (Ontario, Canadá; mejor dirección, película, actriz principal, fotografía, montaje, sonido, montaje sonoro y guión adaptado), Tres premio

VFCC

(

Vancouver Film Critics Circle

; mejor dirección, actriz principal y película), Premio 'Miguel Delibes' al Mejor Guión, Premio del Público y Premio de la Juventud en la 55 edición de la

SEMINCI

(

Semana Internacional de Cine de Valladolid 2010

), Tres premios en la 67ª edición de la

Mostra de Venecia

. Nominada al Oscar 2011 a la mejor película extranjera.

Intérpretes: Lubna Azabal (*Nawal Marwan*), Mélissa Désormeaux-Poulin (*Jeanne Marwan*), Maxim Gaudette (

Simon Marwan

), Rémy Girard (

Notario Jean Lebel

), Abdelghafour Elaaziz (

Abou Tarek

), Allen Altman (

Notario Maddad

), Mohamed Majd (

Chamseddine

), Nabil Sawalha (

Fahim

), Baya Belal (

Maika

).

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00



Argumento: Jeanne y Simon Marwan son dos hermanos gemelos cuya madre, que llevaba mucho tiempo sin hablar, acaba de fallecer. Acuden al notario Lebel a conocer el testamento. Su madre les ha dejado un sobre cerrado a cada uno que deben entregar por un lado a su padre, al que ellos creían muerto, y a un hermano cuya existencia desconocían completamente. Sus reacciones son diferentes, desconcierto e intriga en Jeanne, y rechazo completo en Simon. Sin embargo el notario les deja bien claro que su deber está en cumplir las últimas voluntades de su madre si pretenden enterrar a su madre de acuerdo a sus principios.

La búsqueda de padre y hermano les llevará a un viaje hacia Daresh, su tierra natal un lugar no

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

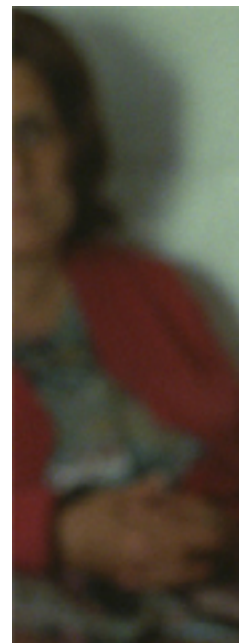
definido del Oriente Próximo, pero no sólo en el espacio sino también en el tiempo, a conocer su auténtico pasado y a comprender mejor la actitud de lo que han conocido de su madre.

¿Y las matemáticas?

En la película hay cuatro momentos en los que aparecen las matemáticas de alguna forma (advertencia: las citas textuales están recogidas de la versión subtitulada de la película y pecan de excesivamente escuetas cuando no claramente reduccionistas; es lo habitual cuando algo se subtitula ya que debe dar tiempo de sobra a un lector medio/lento a leer completamente las frases. Algunas palabras las he corregido por mi cuenta, y en otras se explica más abajo el error que se comete como consecuencia precisamente de ese minimalismo):

1.- Jeanne Marwan, la hija, es matemática. En una escena es presentada en la Universidad a sus alumnos como profesora ayudante por un veterano profesor del siguiente modo:

Profesor: *Las matemáticas como las han conocido hasta ahora se han dirigido a lograr una respuesta estricta, y definitiva por lo tanto, a problemas estrictos y definitivos.*



Ahora se les introduce en una aventura completamente diferente. El tema será problemas insolubles, que siempre les llevan a otros problemas, acabando como intratables. La gente a su alrededor repetidamente recoge lo que no necesitan. No tendrán ningún argumento para defenderse porque ellas serán de una complejidad agotadora. Bienvenidos a las matemáticas puras, la tierra de la soledad.

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

Voy a presentarles a mi asistente, Sra. Marwan. Jeanne.

Jeanne: ¡Hola! Vamos a empezar con la conjetura de Siracusa.

2.- Posteriormente, tras conocer los deseos de su madre, Jeanne confía a su compañero el dilema que se la presenta, y éste le da el siguiente consejo:

Profesor: ¿Qué es lo que te dice tu intuición? La intuición siempre tiene la razón. Es por eso que tiene potencial convertirse en un verdadero matemático. Pero aquí vas a necesitar ayuda.

A.- tu padre está vivo

B.- tienes otro hermano

Necesitas saber para que tu espíritu esté en paz. Y no es en la paz de la mente ni en las matemáticas puras. Se toma un punto de partida.

Jeanne: Mi padre murió durante la guerra en Daresh.

Profesor: Esa es la variante incógnita a la ecuación. Nunca se comienza con la variable incógnita.

Jeanne: Mi madre, que viene de un pueblo que se llama Der Om de Fouad. Estudió la enseñanza del francés en la Universidad de Daresh .

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

3.- Casualmente, su compañero conoce a un colega matemático de la Universidad de Daresh. Ese será el principio del que parte Jeanne. Cuando encuentra a este hombre le explica lo siguiente:

- He recibido el mensaje de mi amigo Niv Cohen, pero no puedo ayudarla. Yo doy clases de Historia de las Matemáticas en París XI. En concreto en el periodo en el que Leonhard Euler tuvo éxito. El ciego dio la primera resolución matemática formal al problema de los siete puentes de Königsberg. Eso hubiera desafiado al tribunal de Diderot con el lanzamiento de una cosa así: Señores, π más uno es igual a cero, por lo tanto, ¡Dios existe!

4.- Finalmente, en la resolución de la película, Simon, el hermano gemelo de Jeanne, tratando de causarla el menor daño posible a lo que ha descubierto, la indica:

Simon: *Uno más uno hacen dos. Eso no puede ser uno.*

Jeanne: *Tienes fiebre.*

Simon: *¡Jennie! ¿Uno más uno, eso hace uno?*

Algunas explicaciones

En efecto, sólo algunas, ya que de dar todas (en particular la cuarta) le quitaríamos la gracia a la película, y uno de los objetivos de esta sección, además de describir las matemáticas presentes en el cine es animar al personal a ver películas (y no es habitual toparse con películas tan impresionantes como ésta) procurando no destrozar su resolución.

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

1.- Una compañera y amiga me recomendó que fuera a ver esta película en su estreno en la pasada *Semana Internacional de Cine de Valladolid* (un saludo, Marta), pero lamentablemente no pude verla en ese momento. El pasado mes, otra compañera me comentó, “

Oye, ¿sabes que es la

conjetura de Siracusa

? Es que fuimos (dos matemáticas) con unos amigos a ver esta película, y quedamos fatal porque no supimos explicarles de que iba

”. Y no es de extrañar porque un gran porcentaje de los que nos dedicamos a esto de las matemáticas (enseñanza, investigación, empresas, etc.) estamos tan a lo nuestro que no nos preocupamos demasiado de lo que podríamos llamar “culturilla matemática”. Sin embargo en este caso, el tema es más engorroso porque por estos lares el nombre de “conjetura de Siracusa” no es el habitual (y conste que esto no es echar balones fuera; yo tampoco supe qué decir). Cuando miré, como hacemos casi todos, en Google, y leí algunas de sus denominaciones alternativas,

conjetura de Collatz

,
problema $3n+1$

,
conjetura de Ulam

,
algoritmo de Hasse

,
problema de Kakutani

,
conjetura de Thwaites

, etc., caí rápidamente en la cuenta. Es más, ¡lo he explicado el pasado trimestre en una clase sobre problemas matemáticos no resueltos (como la protagonista de la película curiosamente) a los alumnos del Máster de Secundaria! Además ya hablamos de él en la reseña nº 19 de enero de 2007 en la descripción de un capítulo de la serie

Numb3rs

en esta misma sección. Desde luego, tiene delito.

Se trata como digo de un problema abierto, aún sin resolver, a pesar de su aparente sencillez: Se toma un número natural (entero positivo) n cualquiera (aunque hay también una variante para enteros en general), y se procede del siguiente modo:

- si n es par, se divide por 2,
- si n es impar, se sustituye por $3n + 1$.

A continuación se siguen estas reglas de modo iterativo mientras se pueda. Pues bien, la conjetura afirma que, sea cual sea el número n del que se parta, indefectiblemente se acaba

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

en el 1 (dicho de otro modo, siempre se cae en el ciclo 4, 2, 1). A simple vista, puede parecer lógico porque hay una división a la mitad, que parece reducir el número, pero por otro lado hay un triple, con lo que, podría ocurrir cualquier cosa, desde que cayéramos indefinidamente en un bucle sin fin, hasta crecer indefinidamente. Pues no, siempre se acaba en la unidad, y esto se ha probado ya (a fecha 18 de Enero de 2009) con el ordenador para todos los números hasta el orden $20 \times 2^{58} \approx 5.764 \times 10^{18}$. Pero, por supuesto, esto no sirve para extrapolar nada: se necesita una prueba general.

Es muy sencillo implementar esa dicotomía en el ordenador, iterar el proceso y hacer algunas pruebas. Uno se da cuenta rápidamente que el que acabe antes o después no depende del tamaño de n . Así, por ejemplo, partiendo de $n = 27$ (un número bajo), para terminar en el 1 se necesitan 112 iteraciones, llegando a alcanzar el valor 9232:

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

Sin embargo para $n = 1221$, en 39 pasos se alcanza la unidad:

1221, 3664, 1832, 916, 458, 229, 688, 344, 172, 86, 43, 130, 65, 196, 98, 49, 148, 74, 37, 112, 56, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

El matemático alemán Lothar Collatz (1910 – 1990) (foto a la derecha) se interesó por las iteraciones sobre los números enteros, que representaba mediante grafos. Hacia 1937 plantea este problema y lo expone en varios seminarios.

60. La conjetura de Siracusa

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Jueves 05 de Mayo de 2011 00:00

