1. Introducción

Históricamente, la teoría de la música en Occidente ha sido desarrollada por músicos y desde la propia música. Uno podría pensar: ¿por quién si no? En cualquier periodo de la historia de la música Occidental que observemos, desde la Edad Media a nuestros días, encontraremos muchos teóricos de la música y con muy diversos enfoques. En general, su misión es la de describir, codificar, explicar y proponer nuevos modos de escribir, pensar y componer la música. Entre las cuestiones más importantes a las que se han dedicado los teóricos de la música se cuentan la clasificación de los intervalos, los sistemas de afinación, la definición de los modos, la conducción de voces, la teoría de la consonancia y la disonancia, la clasificación de los acordes, la organización rítmica y métrica, la organización melódica, la orquestación y la psicoacústica, por citar unas cuantas.

Hasta el final del siglo XIX esta situación se mantuvo intacta. Sin embargo, la psicología se consolidó como disciplina científica y desde entonces hasta el presente tomó como objeto el estudio de la percepción y la cognición musicales. Se estudiaron a fondo los procesos de percepción del sonido a nivel físico así como el papel de la enculturación en la percepción musical. Por ejemplo, por mucho que nos parezca natural, la clasificación de los intervalos en consonantes y disonantes que conocemos en la música occidental no es ni mucho un universal musical y los percibimos así en buena parte por la exposición a esa música a la que hemos sido sometidos. En suma, podemos decir que una nota es nuestra experiencia de un sonido.

La música es un rico entramado de múltiples elementos, en que abundan las estructuras complejas y aparecen patrones repetidamente. Las matemáticas, por otra parte, son el estudio de la cantidad, la estructura, el espacio y el cambio [Wik15]. Indudable e inexorablemente, los matemáticos acabarían por estudiar la música de un modo sistemático. Así surge la teoría matemática de la música. Cierto es que en las últimas décadas esta disciplina ha cogido mucha fuerza, pero ya desde los griegos se estudió la música desde un punto de vista matemático (Pitágoras usó las proporciones para construir sistemas de afinación). El objeto de este artículo es ilustrar el papel de la teoría matemática de la música en la moderna teoría de la música.

2. ¿Por qué una teoría matemática de la música?

La teoría matemática de la música usa estructuras y técnicas matemáticas para analizar obras

musicales, para estudiar, caracterizar y reconstruir objetos musicales, y finalmente como fuente de inspiración para la composición musical. Esta es una definición que dio Thomas Fiore [Fio11] en 2011 y que resume concisa y adecuadamente el objeto de la teoría matemática de la música.

Hay varios matemáticos y *músicos* que han dedicado sus esfuerzos de investigación a la teoría matemática de la música (las cursivas no son un error). Déjenos el lector nombrar unos cuantos, quizás los más importantes del panorama en las tres últimas décadas.

Uno de los pioneros de la moderna teoría matemática de la música es Guerino Mazzola. Este matemático y músico de *free jazz* escribió un libro, *The Topos of Music, Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance* [Maz02], donde aplica la teoría de categorías y álgebra abstracta a múltiples aspectos de la música, desde la misma ontología hasta la modelización de ritmo, melodía, armonía, orquestación e interpretación sin olvidar la creación de una musicología computacional. La obra de Mazzola tiene un carácter enciclopédico y fundacional y en ella encontramos mucha matemática moderna aplicada al análisis y la composición musicales. Posee un apéndice que contiene los fundamentos matemáticos para entender la obra. Estos incluyen teoría de conjuntos, teoría de grupos (de monoides a grupos abelianos), teoría de anillos, el algoritmo de Euclides, teoría de módulos, teoría de categorías, geometría algebraica, lógica, topología —en especial topología algebraica— y finalmente cálculo y ecuaciones diferenciales ordinarias. Como se puede apreciar, estas no son matemáticas triviales ni mucho menos.

David Lewin es otra figura importante en la teoría matemática de la música. Su pensamiento musical no está expuesto en una obra principal, al estilo de Mazzola, sino que está repartido a lo largo de los múltiples artículos que escribió en sus 69 años de vida (murió en 2003). Sin embargo, es en su *Generalized Musical Intervals and Transformations* [Lew87] donde expone lo esencial de su teoría transformacional de la música. Esta teoría estudia en particular cómo se produce la transformación del material musical. Lewin aplica la teoría de grupos a tal efecto.

Otra figura muy activa es Thomas Noll, matemático y músico que da clases e investiga en la Escola Superior de Música de Cataluña. Noll fue alumno de doctorado de Mazzola y hereda y prosigue la tradición de abstracción y aplicación de la matemática moderna a la música. Noll ha estudiado especialmente las estructuras matemáticas subyacentes en los objetos musicales, en particular la construcción de escalas bien definidas, la clasificación de modos e intervalos así como las operaciones musicales. También es un gran defensor de la introducción de las

matemáticas en el currículo de los músicos. Como editor ha estado al cargo de la revista *Journ al of Mathematics and Music*
.

Por último, me gustaría citar a Dmitri Tymoczko, compositor y teórico de la música en la Universidad de Princenton. Desarrolló un método de análisis armónico y de conducción de voces basado en topología, al que bautizó como *teoría geométrica de la música*; véanse [Tym 11],[Tym15]. En este método modeliza las armonías como puntos en un cierto espacio topológico y las progresiones de acordes se corresponden a ciertas trayectorias entre dichos puntos. Además, Tymoczko escribió un artículo,
The geometry of musical chords
[
Tym06
], que fue publicado en la prestigiosa revista
Science
(tiene un alto factor de impacto
y un alto porcentaje de rechazos); fue el primer artículo sobre música que publicaba dicha revista.

3. Conclusiones

Arriba no defendí vehemente la validez de la teoría matemática de la música. Considero que a esta altura es innecesario. Soy perfectamente consciente de que en los conservatorios de este país no se considera la posibilidad de que se enseñe este tipo de teoría de la música. Creo que es una cuestión de tiempo —probablemente, de mucho tiempo— que se vaya introduciendo poco a poco. Me pregunto cuándo se enseñarán en los conservatorios, por ejemplo, los resultados de Tymoczko, cuyos modelos están claramente orientados al análisis musical, en especial al de la música atonal. Nótese que Tymoczko es músico y no matemático y, por tanto, nada sospechoso de un contubernio de matemáticos con ínfulas de teóricos de la música. O ¿qué herramientas de análisis se puede ofrecer a un estudiante de conservatorio ante una música compuesta desde principios matemáticos (música fractal, música algorítmica, la obra de Xenakis)? Pocas si solo nos restringimos a las técnicas clásicas.

Abogar por la introducción de la teoría matemática de la música no implica eliminar los modos tradicionales de análisis. Antes bien, la idea es complementarlo. Los fenómenos musicales cada vez son más complejos y requieren herramientas que puedan captar esa complejidad y

riqueza. Y en ciertos contextos las herramientas clásicas no son suficientes.

Por último, somos conscientes de que ha habido excesos por parte de algunos practicantes de la teoría matemática de la música. Los analizamos exhaustivamente en la columna de octubre de 2012 [Góm15]. Dichos excesos no invalidan la teoría matemática de la música porque a estas alturas ya ha probado su poder explicatorio y su capacidad de inspiración. Hay que hacer una teoría correcta, significativa y potente, y evitar extralimitarse, pues ninguna teoría de la música, matemática, tradicional, o histórica por sí sola será capaz de explicar satisfactoriamente algo tan bello y complejo como la música.

Bibliografía

[Fio11] T. Fiore. What is Mathematical Music Theory? An Introduction via Perspectives on Consonant Triads. Colloquium held at Stony Brook University, 2011.

[Góm15] P. Gómez. Alcance y extralimitaciones de las matemáticas y la computación en la música. http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=14518&directory=67 , consultada en junio de 2015.

[Lew87] D. Lewin. *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven, CT, and London: Yale University Press, 1987.

[Maz02] G. Mazzola. *The Topos of Music*. Birkhäuser Basel, 2002.

[Tym06] D. Tymoczko. The geometry of musical chords. *Science*, 313:72–74, 2006.

[Tym11] D. Tymoczko. *A Geometry of Music: Harmony and Counterpoint in the Extended Common Practice*. Oxford University Press, 2011.

[Tym15] D. Tymoczko. Chordgeometries. http://dmitri.tymoczko.com/ChordGeometries.html, consultada en enero de 2015.

[Wik15] Wikipedia. Mathematics. https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics, consultada en junio de 2015.