ABC, 8 de Junio de 2020
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

El público en general probablemente no entiende las implicaciones de conceptos usados especialmente con la pandemia de COVID-19, como prevalencia, supervivencia o falsos negativos

Dos técnicos le hacen una prueba de coronavirus a un árbitro en Pristina, Kosovo, el pasado 30 de mayo - EFE

En estos días pasados en los que, estando recluidos, hemos tenido tiempo para hacer cosas que en otros momentos no hemos hecho, o hemos ido posponiendo. Tiempo también para reflexionar, para ordenar nuestras ideas, para relajarnos (algunos para soliviantarse más de lo que de natural están), pero atentos a las noticias, preferentemente sobre la evolución del COVID-19.

Entre ellas apareció aquella de los borradores de los nuevos planes de estudio que hizo saltar muchas alarmas al sector al que pertenezco, el de los matemáticos y profesores de matemáticas, ante el, perdonen si no están de acuerdo, dislate (que para el que no lo sepa, es más que un disparate), de
eliminar las matemáticas en según qué trayectorias académicas
, o en el mejor de los casos, transformarlas en optativas.

Desde entonces se han venido manifestando muchos compañeros, ingenieros, científicos, mostrando ejemplos claros y precisos de la necesidad imperiosa de que cualquier ciudadano adquiera una competencia matemática básica para moverse con seguridad por un mundo cada vez más tecnificado y, por qué no decirlo, con una oferta comercial cada vez más artera, mezquina y ávida del mayor beneficio a costa de lo que sea. Por supuesto también para saber los conocimientos elementales de dicha disciplina, ya saben, calcular superficies en medidas cuadradas, que los círculos y las esferas no son lo mismo, que en la Tierra no puede haber rectas paralelas o que un cubo nunca puede transformarse en un flotador (digámoslo así no sea que si menciono la palabra «toro» alguno se piense que hoy hablo de encierros y corridas).

Las matemáticas de la pandemia

Pero también hemos estado pendientes de muchas noticias de ámbito sanitario, como la impagable dedicación y vocación de sus profesionales, las aparentes contradicciones entre estudios sobre el virus dependiendo de las diferentes interpretaciones del medio que las difundiera (algunas por complejidad pero otras por claros intereses), **nos hemos familiarizado con términos como prevalencia, falsos positivos**
, PCRs y otras cuantas más lamentables pero evidentes (recortes de todo tipo y condición parcheados como se ha podido pero con un coste en vidas irrecuperable).

Pues bien, hoy voy a tratar de unir ambos tipos de noticias con ejemplos concretos tomados de la realidad y que demuestran la necesidad de que hay manejar aceptablemente las matemáticas en ese ámbito sanitario (y no sólo para dar mejor las cantidades o ver si la famosa curva baja o sube, sino para algo, a mi modo de entender más relevante).

Hace unos años, unos veinte al menos, cayó en mis manos un artículo en el que se hablaba del **desconocimiento de algunos médicos para interpretar los resultados de los tests** que ordenaban realizar a sus pacientes. Recuerdo además que comentaba cómo una mala interpretación conllevaba a ordenar exploraciones más invasivas, caras e inútiles a sus pacientes en gran parte de los casos. Y no sólo en el ámbito médico, también en el ámbito jurídico, en muchas ocasiones se interpretan equivocadamente los análisis de ADN, lo que puede conllevar en países con pena de muerte legal a declaraciones de culpabilidad fatales.

Y todo por **desconocimiento de unos elementales conocimientos de estadística básica**. Muy lamentable, seguramente pensé. Y claro, estos días, con las noticias de falsos positivos y falsos negativos de algunos de los tests sobre la COVID-19, he recordado vagamente aquel artículo, que no he localizado. Pero he pensado que seguramente en estos momentos, los especialistas hacen mejor su trabajo, porque en ello nos va quizá un avance o un retroceso cruciales, hasta que me he puesto a curiosear por la red, en busca de estudios rigurosos, de expertos. Les comento lo que he visto sobre casos prácticos y concretos.

¿Saben los ginecólogos interpretar los tests?

Entre 2006 y 2007, en una serie de **talleres de estadística realizado a más de mil ginecólogos en ejercicio** , se empezaba cada sesión con la misma pregunta: Una mujer de 50 años, sin síntomas, participa en una mamografía rutinaria. Da positivo, y se alarma, queriendo saber si tiene cáncer de pecho con certeza o cuáles son las posibilidades de tenerlo. Aparte de los resultados del examen, no se sabe nada más sobre esta mujer. ¿Cuántas mujeres que dan positivo en una prueba como ésta tienen cáncer de pecho? ¿Cuál de las siguientes es la mejor respuesta?

a.- nueve de cada 10

b.- ocho de cada 10

c.- una de cada 10

d.- una de cada 100

Para responder se facilitaba a los presentes los siguientes datos contrastados en los EE. UU. sobre mujeres occidentales de esa misma edad para ayudarlas a responder su pregunta:

1.- La probabilidad de que una mujer tenga cáncer de mama es del 1% (*prevalencia*). Recordemos brevemente que la
prevalencia
de una enfermedad viene definida como el número de casos en una determinada población, sin distinción entre los casos nuevos y los antiguos.

2.- Si una mujer tiene cáncer de mama, la probabilidad de que la prueba sea positiva es del 90% (*sensibilidad de la prueba*).

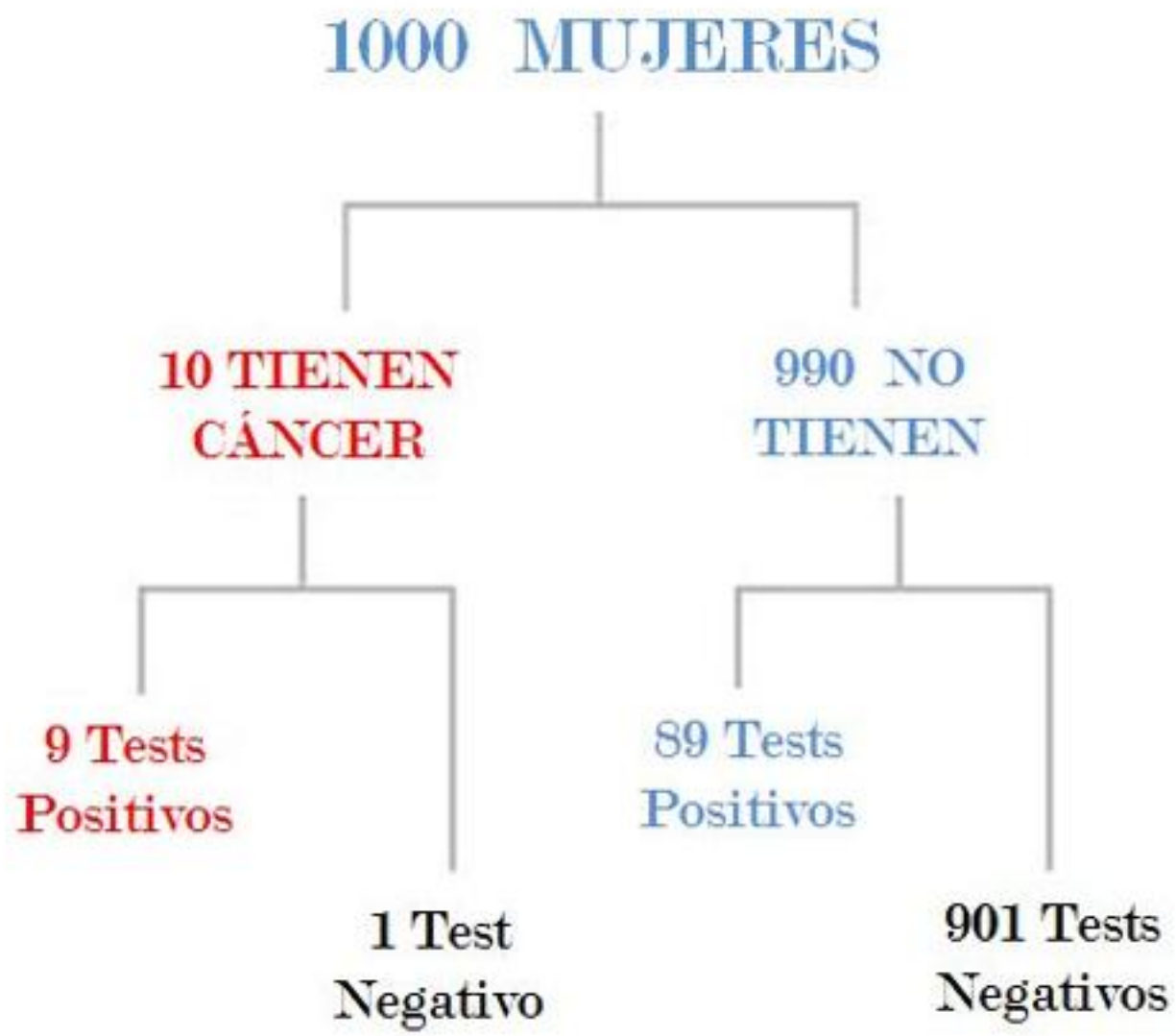
3.- Si una mujer no tiene cáncer de mama, la probabilidad de que, sin embargo, resulte positiva es del 9% (*tasa de falsa alarma*).

¿Saben cuál fue el resultado de esta encuesta? En una de las sesiones, con 160 ginecólogos, sesión, aproximadamente la mitad respondió que la probabilidad de que la mujer tuviera cáncer era de nueve de cada 10. **Solo el 21% dijo que la cifra era de una de cada 10, que es la respuesta correcta** . Un resultado peor que si los médicos hubieran respondido al azar (en ese caso hubieran acertado al menos el 25%, ya que hay cuatro posibilidades).

El hecho de que el 90% de las mujeres con cáncer de mama obtengan un resultado positivo de una mamografía no significa que el 90% de las mujeres con resultados positivos tengan cáncer de mama. La alta tasa de falsas alarmas, combinada con la prevalencia de la enfermedad del 1%, significa que aproximadamente nueve de cada 10 mujeres con una mamografía preocupante en realidad no tienen cáncer de mama.

¿Saben cuál es, a juicio de los expertos, el problema de esa mala interpretación de los datos? Que los médicos, **el ciudadano en general, no sabe, no entiende los datos** cuando se le muestran en porcentaje o en términos de probabilidades.

Si se mostraran dichos datos en números absolutos, o en forma de esquema, lo entenderían mucho mejor. En el caso anterior, los datos dados se traducen en el siguiente diagrama (echen las cuentas, y comprueben que es correcto). También se han hecho estudios, proponiendo datos por un lado en forma de probabilidad, y por otro en forma de frecuencias absolutas, y claramente, el acierto es mayor en el segundo caso que en el primero (curiosamente, tampoco es casi nunca del cien por cien con el segundo, lo que es sin duda preocupante, sobre todo para los pacientes).



La confusión con las tasas de supervivencia

Veamos otro ejemplo, completamente análogo, a ver si lo hemos entendido. Dada una enfermedad cuya prevalencia es de 1/1.000, para la cual existe un test de detección precoz que proporciona un 5% de falsos positivos, ¿cuál es el riesgo de que una persona que haya dado positivo en el test esté efectivamente enferma?

Esa cuestión también fue evaluada en otro lugar diferente al anterior (Alemania en lugar de los EE. UU.). **Sólo 11 de esas 60 personas dio la respuesta correcta**, ¿qué es? Les dejamos que lo piensen.

Otra fuente de confusión para los profesionales de la medicina son las tasas de supervivencia

(por no mencionar a periodistas, políticos y los propios pacientes). Muchos creen que son el opuesto a las tasas de mortalidad (que son la proporción de la población general que muere de una enfermedad concreta).

Las tasas de supervivencia describen los resultados de salud de las personas que han sido diagnosticadas con una enfermedad **durante un período de tiempo, a menudo cinco años**, desde el momento del diagnóstico. No nos dicen si los pacientes mueren por esa enfermedad posteriormente.

El ejemplo del cáncer colorrectal

En una encuesta a 412 médicos norteamericanos se detectó que tres cuartas partes creían erróneamente que las tasas de supervivencia más altas significaban que se habían salvado más vidas. También descubrió que más médicos recomendarían una prueba a un paciente sobre la base de una tasa de supervivencia más alta en vez de sobre la base de una tasa de mortalidad más baja.

Tomemos un nuevo ejemplo, el del cáncer colorrectal. Supongamos que la tasa de padecerlo fuera de un 0.3%. Si una persona lo sufre, el porcentaje de que un test que detecta sangre en las heces sea positivo es de un 50% (esa es la sensibilidad del test). El test tiene además una tasa de falsos positivos de un 3%. Con estos datos, ¿cómo podemos determinar, para **una persona que da positivo en el test de sufrir realmente la enfermedad**
?

Trabajemos con frecuencias naturales en vez de en tantos por ciento. Fijémonos en una población concreta de 10.000 personas. De acuerdo a ese 0.3% de posibilidad de padecer la enfermedad, en esas 10000 personas, **30 lo sufren. De ellos, sólo 15 darán positivo** por el test descrito de acuerdo a su sensibilidad. De las 9.970 personas sanas restantes, el test daría positivo en 300 personas. Entonces, de entre todas esas personas que dan positivo (315 en total), ¿cuántas desarrollarán de verdad la enfermedad? La respuesta debería ser clara:
15 de entre 315, es decir, un 4.76%
(si los expresamos en términos de probabilidad, lo habitual en términos predictivos, tenemos 0,0476, cantidad que a mucha gente no le transmite prácticamente nada).

Cuidado con los porcentajes

Los porcentajes pueden por otro lado darnos efectos engañosos. Cuando se nos dice que la

detección precoz por mamografía reduce en un 25% el riesgo de fallecimiento por cáncer de mama en las mujeres mayores de 50 años, uno se siente realmente impresionado. Es la cuarta parte de la población. Pero hay que tener en cuenta que eso no son frecuencias reales (esto deberían de saberlo muy bien los jugadores habituales, los que apuestan frecuentemente,..., y deducir que la mayor ganancia es la de no jugar; aquí podemos elegir, en la salud, obviamente, no).

Con datos reales, de cada 1.000 mujeres sin síntomas, 4 mueren en un periodo de diez años. Por tanto **lo que realmente indica ese 25% de tests de detección precoz**, es que de esas 4, una de ellas podría salvarse. Sin embargo, una mujer sin síntomas tiene una probabilidad mucho menor de ser una de las 4 afectadas por la reducción del riesgo que ser una de las otras 996. Sin contar con el efecto de los falsos positivos.

Seguramente hay quien piense que, hasta ahora las asignaturas de matemáticas ya contaban con el temario necesario para entender y manejarnos bien con estas cuestiones, y sin embargo, viendo el resultado de lo contado en estos ejemplos, tampoco va a suponer un perjuicio mayor que el que habrá recortando esos temarios. Ese razonamiento, aparte de falaz, puede darse la vuelta, indicando que, si dándolo todo (premisa errónea), no llegamos a todos los alumnos, dando menos, mucho menos aún.

Y digo premisa errónea porque (yo lo he vivido cuando estudiaba, y hablando con compañeros y alumnos, creo que la cosa ha cambiado poco), ¿**qué es lo que no se da en los institutos** cuando el temario va muy ajustado (siempre va ajustado porque se pierden horas por imprevistos) en matemáticas? Claramente, **los temas de probabilidad y estadística, dos de los más útiles** para un ciudadano en el futuro.

No es generalizable, por supuesto, pero, a muchos nos gusta mucho más explayarnos con la geometría, las derivadas e integrales, que con las variaciones, combinaciones, diagramas de barras, medidas de dispersión, etc. De modo que, repartamos entre todos las culpas.

Rediseñar los planes de estudio

Y por supuesto, urge rediseñar los planes de estudio, **para no repetir un curso sí y otro también los mismos temas** (para que el alumnado apruebe por aburrimiento, no es otra cosa) y los que luego van a ciencias puras se

metan el atracón en dos cursos (con el consiguiente déficit, porque, señores, los conceptos e ideas de la ciencia, hay que trabajarlos y
madurarlos
); o introducir «de verdad» las nuevas tecnologías; o aligerar la algoritmia monótona y a veces inútil (si se sabe dividir por dos cifras, no hace falta hacer divisiones por cinco, o raíces cuadradas de diez dígitos; no digo eliminarlas, digo aligerarlas, porque saber cómo se hace, hay que saberlo, no lo niego)
en favor de la modelización, el análisis y el razonamiento
, algo que cada día vemos más brillar por su ausencia (aquí es la visceralidad, o los intereses particulares los que mandan).

Y respecto a la parte sanitaria, estoy absolutamente convencido de que nuestros médicos controlan perfectamente todas estas estadísticas, si no por haberlas aprendido en las facultades, por haberlo hecho en su ejercicio profesional a lo largo de los años. Pero, que quieren que les diga, estaría más tranquilo aún si todas las matemáticas necesarias para manejarse perfectamente en este tipo de situaciones las practicaran y las entendieran desde los primeros cursos de grado. ¿Ustedes no?

Alfonso J. Población Sáez es profesor de la Universidad de Valladolid y miembro de la Comisión de divulgación de la RSME.

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)