



Categoría: **Historia de las matemáticas**

Autor:

**Santiago Fernández Fernández**

Editorial:

**Nivola**

Año de publicación:

**2004**

Nº de hojas:

**238**

ISBN:

**84-95599-69-4**

---

### **Lo que parece antinatural no tiene por qué ser imposible**

Que Santiago Fernández es un tipo culto, persona entrañable, amante de las matemáticas y de conversar sobre ellas, lo sabía desde hace muchos años. Su interés por el mundo ruso del s. XIX lo he intuido después, cuando recibí su libro sobre Lobachevski. La portada que ha elegido no podía ser casual. El contraste de los miserables sirgadores del cuadro de Ilya Repin debajo del nombre del matemático ilustre, habla de una sociedad arcaica y despiadadamente feudal que sin embargo encerraba una enorme potencialidad de creación individual y colectiva. Es además una llamada a la solidaridad, a la advertencia de que más allá de la torre de marfil del geómetra puro está la base social que le permite desarrollar su labor. Una contextualización política nada habitual en el platónico mundo de las matemáticas y sus publicaciones.

¿Recordáis la película de Eisenstein *Iván el terrible*? ¿Aquella llamada -¡A Kazán!, ¡A Kazán!- sobre las filas de soldados que depositan una piedra antes de ser encaminados al asedio de la ciudad? A la vuelta, el número de piedras sin recoger indicaba el número de bajas. Buscad Kazán en el mapa.

Tampoco en la época soviética parece que llegara a ser un núcleo especialmente importante. Imagino que debió serlo antes del asedio de Iván. Las matemáticas, desde luego, pueden saltar barreras políticas y espaciales, pero la problemática generada por el quinto postulado de Euclides no se dirigió hacia San Petersburgo ni llamó a la puerta de Ostrogradski -de familia adinerada y con estudios en Europa (1)- sino que eligió a una persona salvada de su limitada predestinación social por el esfuerzo de su madre en el centro de unas estepas olvidadas por el paso de los tiempos.

¿Abandonó Lobachevski alguna vez Kazán a lo largo de su vida? Santiago nos presenta a un provinciano de miras muy abiertas, preocupado por su ciudad y sus ciudadanos, buen gestor, profesor preocupado por la didáctica, empirista convencido, insertado a pesar de su situación periférica con las líneas de trabajo matemático y de pensamiento europeas, y pilar básico sobre el que su universidad se asienta para dar sus primeros pasos.

### La continuidad del devenir histórico

La ideología de cada cual le hará opinar de una u otra manera sobre las catástrofes o la continuidad como modelo evolutivo de la Historia. Podemos pensar también en una síntesis, pero ello supone admitir que las catástrofes se preparan cuidadosa e inconscientemente por el azar, las personas y el entorno social. Desde el punto de vista de la evolución interna de las matemáticas, la visión que proporcionan muchos manuales de historia es la de una serie de catástrofes -léase aportaciones de matemáticos más o menos brillantes- más o menos cercanas entre sí. Una especie de bosque abierto -como el de sabinas- en el que cada árbol-catástrofe crece con libertad casi absoluta. Sabe que existen -o existieron- "los otros"; pero es cuasi-autónomo. Un avance, en cualquier caso, respecto a modelos más trasnochados que lo fiaban todo al genio, pero la ausencia de conexiones entre los árboles termina produciendo insatisfacción. El modelo debería ser más bien un bosque con maleza; con mucha maleza sin la cual no podría prosperar. Es decir: las matemáticas, como cualquier otra actividad humana, son el resultado de una creación colectiva desarrollada mediante diálogos anacrónicos, diacrónicos y/o contemporáneos entre un grupo mucho más amplio de personas que el que recogen los manuales, permitido y sostenido con distintas variaciones por las sociedades de cada época.

Desde la lista de postulados de Euclides hasta el grupo de Gauss, los Bolyai, Lobachevsky y Riemann, los nombres de Proclo, Ibn Qurra, Omar Jayan, Al-Tusi, Wallis, Saccheri, Lambert, Playfair (a él se debe el enunciado del quinto postulado en términos de paralelas), Legendre, Schweikart, Taurinus, etc., testimonian sobre un primer y temprano malestar acrecentado con el transcurso del tiempo hasta la respuesta colectiva del XIX, que se produce cuando tiene que producirse: cuando la exploración del problema ha terminado de convencer de que -en palabras de Gauss- *No hay que confundir lo que nos parece antinatural con lo que es absolutamente imposible* ; cuando se han conseguido convencimientos personales en grado suficiente como para buscar descaradamente lo antinatural.

La "maleza; esa imprescindible masa de matemáticos-maleza que cubren los espacios entre los matemáticos-árboles, desaparece muchas veces de los manuales. En el amplio índice del Boyer no figuran Schweikart ni Taurinus. Sí los cita Bell (2), pero su breve referencia no hace justicia al apasionamiento con que sin duda trabajaron y que puede sentirse en el resumen de sus ideas que incluye Santiago en su libro. A pesar de los olvidos, los actores secundarios son fundamentales para el buen desarrollo de una historia. Saccheri *construye una nueva teoría sin contradicciones lógicas partiendo de la hipótesis del ángulo agudo* (3), Lambert conjetura que esa hipótesis se verifica en una esfera de radio imaginario, la fórmula de Schweikart para el límite superior del área de un triángulo en su geometría astral se diferencia de la de Gauss sólo en el valor de una constante y Taurinus -convencido de la certeza de su geometría- se sorprende de que

*un asunto evidente pueda permanecer oculto durante mucho tiempo incluso a los hombres más perspicaces.*

Un ejemplo más: la fórmula de Lobachevski, Janos Bolyai y Gauss para el ángulo de paralelismo es la misma que la de Taurinus.

A pesar de las incomprendiones y de los desconocimientos -Lobachevski partía de una situación mayor de aislamiento que Gauss y Bolyai- eran demasiados pasos hacia lo antinatural como para que finalmente no se terminara de andar el camino.

### **Tomar en serio lo "antinatural,**

Santiago explica cómo se dieron los "pequeños" pasos. Con audacia, desde luego, pero con las herramientas disponibles en ese momento. Sin duda por mi desconocimiento anterior de la profundidad de estas etapas intermedias, me ha sorprendido el papel que jugaron en ellas la trigonometría esférica y las funciones hiperbólicas. ¿Acaso podría haber sido de otra manera? Nadie crea a partir de la nada, Incluso como docentes pensamos poco, por ejemplo, en el hecho de que el currículo de bachillerato es un bonito ejemplo de revisiones sucesivas de ideas viejas -me refiero al tiempo de nuestros alumnos y alumnas- con enfoques nuevos.

Pero hay algo más. En matemáticas se dispone desde el s. XVII de una potente herramienta: un álgebra libre, independizada gracias a su particular lenguaje simbólico. Perdida la guía de la intuición, desorientada incluso por los caminos que la lógica obliga a transitar, es posible continuar la marcha gracias al álgebra-lazarillo que guía al matemático ciego que no puede de momento utilizar modelos plásticos. Las ecuaciones, independientemente de su conexión con la realidad material, tienen vida propia. Cuando ofrezcan un resultado se puede cerrar el círculo y construir entonces, con más información, el modelo "real". Fielker teatralizó muy bien estos procesos matemáticos de revisión y búsqueda a oscuras -pero con fe- de lo antinatural, en aquel excelente artículo en el que cuenta cómo propone a sus alumnas y alumnos que busquen un polígono de 2,5 lados. El punto de partida había sido el estudio de la evolución de los valores de los ángulos de un polígono regular según su número de lados. Advierte Fielker que *forma parte de la esencia de las matemáticas tomar en serio preguntas como ésta*

Mi segunda sorpresa desde el punto de vista internalista ha sido que sabiendo cómo funcionan este tipo de procesos no los hubiera supuesto antes en la búsqueda final de la geometría hiperbólica. Santiago nos explica que *el trabajo de Taurinus es básicamente algebraico. Es la primera vez que se aborda el problema de las paralelas sin recurrir a figuras o razonamientos estrictamente geométricos*. Ello no le impide obtener el área de un triángulo conocidos sus lados, la longitud de una circunferencia, la superficie y el volumen de una esfera, etc. De nuevo la pregunta anterior: ¿podría haber sido de otra manera?

Queda luego, claro, el empirismo insatisfecho de Lobachevski -también sus trabajos son analíticos y sin dibujos que los acompañen- que intenta comprobaciones experimentales de su teoría pero no puede concluir nada por la imprecisión de los instrumentos de medida de su época.

Si el hilo conductor de la historia de las matemáticas es su imparable tendencia hacia la algebrización, la investigación que ilustra de forma paradigmática sobre la naturaleza de esta especial actividad de los seres humanos bien puede ser la búsqueda de las geometrías no euclídeas. Tengo que agradecer a Santiago la oportunidad que me ha dado de volver sobre todo esto, aportándome de forma amena muchos datos e ideas que no conocía y haciéndome revisar las que tenía archivadas. Hay en su libro mucho más de lo que he comentado. Da para hablar sobre Rusia, sobre ética y la dignidad de los seres humanos, sobre las fascinantes consecuencias matemáticas en el s. XX del agitado s. XIX (aparecen también en el libro Beltrami, Poincaré, Klein, etc.), incluso sobre el amor (no tuvo suerte Lobachevski y me apetecería conjeturar con Santiago por qué) ...

El carácter de divulgación general de la colección de Nívola ha obligado a Santiago a guardar en el tintero muchas cosas. Ojalá se anime a ofrecernos una segunda parte.

### NOTAS

(1) No conocía datos personales de Ostrogradski. Me ha sorprendido su fuerte conservadurismo: *Todo lo que no he comprendido de la geometría de Lobachevski está por debajo de lo mediocre.*

(2) Me refiero a las dos obras clásicas de ambos autores. Boyer: *Historia de la matemática* y Bell :

*The Development of Mathematics.*

(3) Equivalente a que la suma de los ángulos de un triángulo es inferior a dos rectos.

(Reseña aparecida en la revista SUMA nº 49 Jun 2005 )

---

□ **Materias:** Geometría no euclídea, quinto postulado, Euclides, Gauss, Bolyai, Riemann, matemática rusa

□ **Autor de la reseña:** Angel Ramírez Martínez

---