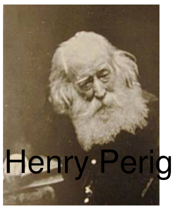
El teorema de Pitágoras



Henry Perigal (1801-1898)

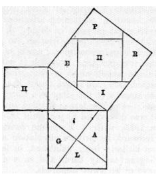
El británico Henry Perigal dedicó muchos años de su larga vida a la demostración de teoremas geométricos utilizando la técnica de disección.

Ofrecemos dos de sus demostraciones del “teorema de los tres cuadrados”, publicadas en *The Messenger of Mathematics* (1874). [1]

Refiriéndose a la primera de ellas, Perigal se expresaba en los siguientes términos:

(...) fue descubierta en 1830 pero impresa en 1835, con una demostración euclidea de Mr. William Godward, para la distribución privada entre mis amigos. Hasta la fecha no había sido publicada, que yo sepa, excepto como un diagrama en mi tarjeta de visita.

La primera demostración “por traslación de las partes componentes”



Por el centro del cuadrado de la base [cateto mayor] *se dibujan dos rectas: una de ellas paralela a la hipotenusa, y la otra perpendicular a la hipotenusa. Por los puntos medios de los cuatro lados del cuadrado de la hipotenusa se trazan cuatro líneas paralelas a los lados* [catetos] *del triángulo, tal como se muestra en la figura.*

Como una de las líneas que corta al cuadrado de la base por su centro es paralela a la hipotenusa y está comprendida entre dos paralelas [los lados del cuadrado] *y como la otra línea, que corta a la anterior perpendicularmente, también está comprendida entre dos paralelas* [los lados del cuadrado]*, entonces cada uno de los cuatro segmentos es la mitad del lado del cuadrado de la hipotenusa, que queda dividido, por tanto, en cuatro cuartos simétricos* [que encierran un cuadrilátero]*.*

Los lados del cuadrilátero I son paralelos a los lados correspondientes del cuadrilátero i; además, dos de los lados de cada uno de dichos cuadriláteros son la mitad de la hipotenusa. Por tanto, los dos cuadriláteros (I e i) tienen el mismo perímetro y la misma área.

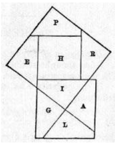
De forma similar se puede probar que P y L, E y A, R y G son iguales y semejantes. Además, todos tienen el mismo perímetro y la misma área.

El lado mayor de E es igual y paralelo al lado mayor de A, que es paralelo e igual a la perpendicular [cateto menor] *más el lado menor de I. Quitando el lado menor de I del lado mayor de E queda el lado del cuadrilátero H. Dicho cuadrilátero, al ser rectangular y tener los cuatro lados iguales, es un cuadrado igual al cuadrado de la perpendicular* [cateto menor] *del triángulo rectángulo.*

Por consiguiente, las cinco componentes del cuadrado de la hipotenusa son iguales y semejantes a las partes componentes del cuadrado de la base y al cuadrado de la perpendicular [cateto menor]*. Lo que demuestra que el cuadrado sobre la hipotenusa es equivalente a las áreas de los cuadrados sobre los catetos.*

La segunda demostración: dos cuadrados que se convierten en uno

Construcción.- Coloca los dos cuadrados, uno al lado del otro, con sus bases sobre una misma línea recta (o uno sobre otro con dos lados verticales sobre una misma recta, como en la figura).



Biseca la suma de sus bases y la diferencia de sus lados. Por estos dos puntos de división dibuja dos perpendiculares que pasen por el centro [del cuadrado mayor] *y acaben en los lados del cuadrado mayor que, por tanto, queda dividido en cuatro partes iguales.*

Prolonga estas dos líneas la mitad de su longitud más allá de la base y el lado del cuadrado próximo al cuadrado pequeño y dibuja [por lo extremos de las prolongaciones] *dos líneas más de la misma longitud y perpendiculares a ellas. Así se forma otro cuadrado que contiene al cuadrado pequeño dentro de cuatro cuadriláteros iguales y semejantes a los cuatro cuartos del cuadrado mayor. Por tanto, el nuevo cuadrado es equivalente a los dos cuadrados dados.*

Nota:

[1] *The Messenger of Mathematics* (1874), vol. 1, pp. 103-106.