



Nació Jean-Victor Poncelet en Metz, en el año 1788. Estudió en la Escuela Politécnica y en la Academia Militar de su ciudad natal. Fue oficial del ejército de Napoleón y participó en la campaña contra Rusia, y entre 1813 y 1814 estuvo retenido en la prisión de Saratoff, después de haber sido dado por muerto durante la retirada de Moscú. Sus descubrimientos matemáticos más importantes, que habrían de renovar la geometría proyectiva, fueron gestados precisamente durante los años de cautiverio. En ambientes matemáticos se oye decir con frecuencia que la geometría proyectiva moderna nació en la prisión de Saratoff.

Al volver a Francia, aprovechando los pocos ratos libres que le dejaban sus funciones como ingeniero militar, se dedicó a poner por escrito y dar a conocer sus descubrimientos. En 1831 fue elegido miembro de la Academia de Ciencias, para ocupar el sillón que el fallecimiento de Laplace había dejado vacante, aunque por razones políticas tardó en aceptar el ofrecimiento. Murió en 1867.

El Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras

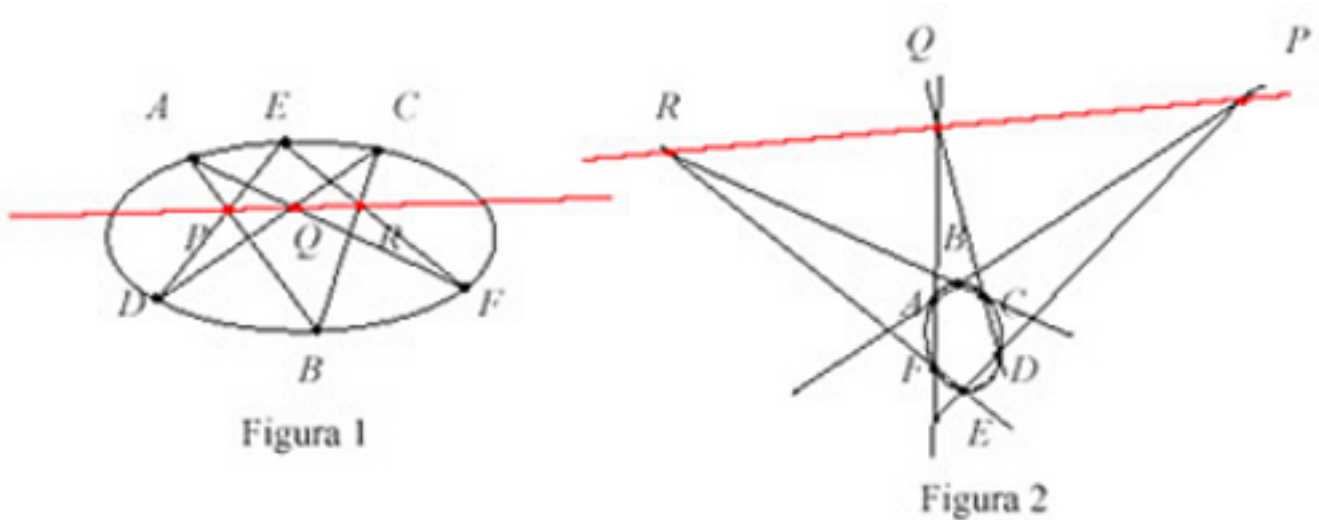
El *Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras*, la obra más conocida de Poncelet, fue publicada en 1822. Sus antecedentes más próximos están en trabajos de tres matemáticos del siglo XVII, Desargues, Pascal y La Hire, trabajos que habían recibido poca atención durante el XVIII, demasiado ocupado en administrar el legado de Newton, El *Tratado* de Poncelet está centrado en tres ideas.

---

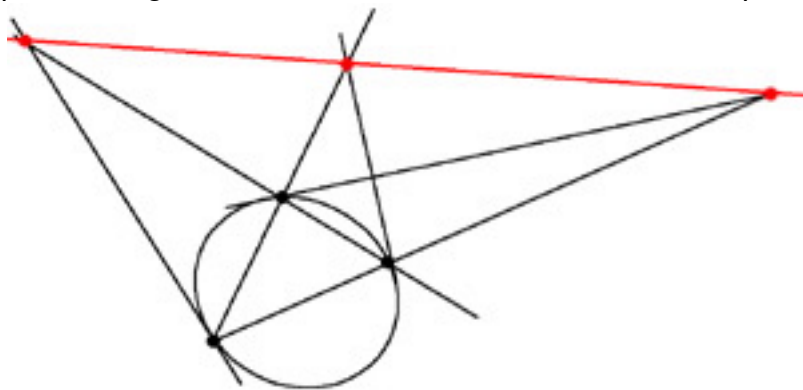
La primera es la de figuras *homólogas*. Dos figuras son homólogas si una de ellas procede de la otra mediante una sucesión de proyecciones y secciones. Se trata luego de encontrar para cualquier figura su homóloga más sencilla, estudiar en ella las propiedades invariantes mediante sección y proyección, y llegar de este modo a propiedades de la figura originaria.

La segunda es el *principio de continuidad*

: si una figura deriva de otra mediante un cambio continuo, toda propiedad de la primera vale para la segunda. Veremos cómo este principio proporciona un corolario del teorema de Pascal. Este teorema afirma que los puntos de intersección de los pares de lados opuestos de un hexágono inscrito en una cónica están en línea recta. Si la cónica está formada por dos rectas, el teorema de Pascal se convierte en otro ya conocido por Pappus de Alejandría. Según el orden en que se tomen los puntos, el teorema da lugar a configuraciones distintas (ver Figuras 1 y 2).



Pues bien, si en la Figura 2 movemos los vértices del hexágono de modo que B se superponga con A, D con C y E con F, tenemos el siguiente resultado: en todo triángulo inscrito en una cónica, los puntos en los que las tangentes en los vértices cortan a los lados opuestos están en línea recta (ver Figura 3).



**Figura 3**

Aunque sirvió para llegar a resultados correctos, el principio de continuidad provocó reticencias entre algunos matemáticos, que lo consideraban una inducción un tanto atrevida. El mismo Cauchy se permitió hacer sobre él algunos comentarios jocosos.

La tercera idea es el *principio de dualidad*, fundado en la correspondencia entre polo y polar relativa a una cónica: si una afirmación sobre figuras planas es cierta, e intercambiamos en ella las palabras “punto” y “recta”, así como las relaciones de incidencia (punto perteneciente a una recta por recta conteniendo un punto) la nueva proposición también lo es. Joseph Gergonne (1771-1859) aclaró que el punto de vista de Poncelet requiere la mediación de una cónica, mientras que el principio de dualidad es general, aplicable a todo teorema que no mente

propiedades métricas. Aplicando el principio de dualidad al teorema de Pascal, descubrió Brianchon este otro teorema: las líneas que unen los vértices opuestos de un hexágono circunscrito a una cónica, pasan por un mismo punto (Figura 4).

#### **Figura 4**

En la famosa polémica que enfrentó a los geómetras sintéticos con los analíticos, Poncelet se alineó claramente con los primeros. Reconoció en alguna ocasión que los resultados de la geometría sintética son más una consecuencia de la casualidad y la perspicacia del investigador que de la aplicación de un procedimiento general, y que en este sentido era superior la geometría analítica. Con todo, fue un acérrimo partidario de la primera, y las técnicas por él ideadas pudieron rivalizar en potencia y generalidad con las de la segunda. Esta discusión carece actualmente de sentido. Quizás en cuanto a la potencia de sus métodos, el tiempo ha dado la razón a los analíticos, pero nadie discute por eso la belleza de los métodos sintéticos, que tampoco han quedado en desuso y siguen proporcionando hermosos resultados. Hoy cada geómetra sigue el camino que le indican sus gustos y sus aficiones, nadie se mete con nadie, y de este modo todo el mundo está contento.

---

#### Un teorema sobre cónicas

Debemos a Poncelet el siguiente teorema: las tangentes a una cónica trazadas desde un punto forman ángulos iguales con las rectas que unen dicho punto con los focos. Esto es,  $\alpha = \beta$  (Figura 5).

#### **Figura 5** Un teorema sobre cúbicas

El siguiente bellísimo resultado también fue descubierto por Poncelet, y publicado en 1832 en el Journal de Crelle. Si un hexágono está inscrito en una cúbica, y dos de sus tres puntos de intersección de lados opuestos pertenecen a ella, también pertenece el tercero (Figura 6). Si la cúbica es la reunión de una cónica y una recta, este teorema se convierte en el de Pascal.

