



Gran matemático noruego de la segunda mitad del siglo XIX. Debe su gloria principalmente a la teoría de los grupos de transformaciones. Contribuyó notablemente al desarrollo de la geometría diferencial, geometría algebraica y teoría de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Actualmente, la Teoría de Lie no sólo se aplica en matemáticas, sino que cada vez es mayor su utilización en física teórica, en la moderna teoría de supercuerdas, y en óptica, constituyendo una importante aproximación a la unificación de la mecánica cuántica y la relatividad general.

Sophus Marius Lie fue el penúltimo varón de los siete hijos (cuatro varones y tres hembras) del matrimonio formado por Johann Herman Lie, pastor luterano que vivía en Nordfjordeid y su esposa, Mette Maren. En esa pequeña localidad, situada en la costa occidental noruega, nació Sophus el 17 de diciembre de 1842.

Sus primeros estudios los realizó Lie en la escuela comunal (Realskole) de la ciudad de Moss, adonde se había trasladado su familia en 1851, en la que cursó Primaria y Secundaria. A los 15 años, Lie ingresó en la Nissen's Private Latin School de Christiania (actualmente Oslo, desde 1925). Allí conoció a Ernst Motzfeldt, de su misma edad, con el que inició una gran amistad y que sería para él de gran ayuda a lo largo de toda su vida. Lie pensaba seguir la carrera militar, sin embargo, problemas de visión le hicieron abandonar esa idea. Eso hizo que entrara entonces, en 1859, en la Royal Fredrik's University de Christiania, para estudiar Matemáticas y Ciencias. En esa Universidad, Lie tuvo como profesores, entre otros, a L. Sylow y a C. A. Bjerknes. En 1865, Lie obtuvo su diploma de licenciado en Ciencias, sin haber mostrado especial habilidad o inclinación por las Matemáticas. Después, tras un tiempo sin saber qué camino seguir, ejerció de tutor de otros estudiantes dándoles clases particulares, al tiempo que perseguía objetivos propios de astronomía y mecánica, hasta 1868. En ese año y tras leer las obras de los geómetras Poncelet y Plücker, Lie se sintió muy atraído por el trabajo de ambos. De hecho, su admiración por estos dos grandes maestros, a los cuales nunca llegó a conocer, se mantuvo toda su vida.

En realidad, había sido un año antes cuando Lie tuvo su primera idea innovadora en

Matemáticas. Se le ocurrió durante la noche, por lo que, entusiasmado, salió corriendo a ver a su amigo Motzfeldt, despertándolo y diciéndole: *¡Lo he encontrado. Es muy sencillo!* Pued e decirse que fue a partir de ese momento cuando Lie decidió estudiar Matemáticas.

En 1869, Lie publicó su primer trabajo, que por cierto tuvo que pagar de su bolsillo, basado en la idea de Plücker de considerar unas nuevas geometrías que usaban líneas y curvas como los elementos de un espacio dado, en lugar de los puntos habituales. Posteriormente, Lie escribió una exposición más detallada, con ideas innovadoras para la época, como por ejemplo la introducción del concepto de invariante en Análisis y Geometría Diferencial, que no fue aceptada por algunos matemáticos de su tiempo. De hecho, la Academia de Ciencias de Christiania tuvo sus dudas a la hora de publicar ese trabajo. Lie no tuvo reparos en intentar arreglar esta situación, no dudando en escribir cartas a dos matemáticos prusianos, C. T. Reye y A. Clebsch, pidiéndoles que se le reconocieran sus ideas.

Fue de hecho su amigo Motzfeldt el que le animó a perseverar, consiguiendo por fin Lie publicar su artículo a finales de 1869, en el *Crelle's Journal*. Ese artículo le sirvió para obtener una beca del Estado que le permitió viajar primero a Göttingen y después a Berlín, donde conoció a matemáticos importantes, como L. Kronecker, E. E. Kummer y K. Weierstrass. Fue precisamente en Berlín donde Lie empezó a confiar en sus propias habilidades matemáticas. De hecho, recibió alabanzas por su trabajo tanto de Kummer como de otros matemáticos que antes le habían ignorado, entre ellos los anteriormente citados Reye y Clebsch. Al respecto, Lie escribió a su amigo Motzfeldt, que seguía en Christiania, diciéndole: *desde 1864 a 1868, realmente subestimé mi propia capacidad mental*

.

Un hecho importante para Lie en esa época fue conocer a un alumno de Plücker llamado Félix Klein. Entre ambos surgió una amistad (que duraría hasta la muerte de Lie), que les llevó a trabajar juntos y a intercambiar ideas de una forma igual de fructífera para los dos.

En la primavera de 1870, Lie y Klein decidieron viajar a París y a Inglaterra, por lo que Klein pidió cartas de recomendación para ambos al Ministerio de Educación de Berlín, pero la respuesta fue negativa. De todos modos se fueron juntos a París, donde conocieron a C. Jordan, G. Darboux y a M. Chasles , entre otros. Fue precisamente allí donde Lie descubrió la célebre *transformación* que lleva su nombre y que establece una relación entre las rectas y las esferas del espacio, por una parte, y entre las líneas asintóticas y las líneas de curvatura de la superficie, por otra.

En esta estancia en París, Lie y Klein empezaron a interesarse por los trabajos de E. Galois, de Ch. Hermite y sobre todo, por la virtuosidad de la escuela de geometría de M. Chasles. En esa época, Klein y Lie publicaron sus tres volúmenes *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*.

Aunque en ese momento ambos decidieron viajar a Inglaterra, tuvieron que abandonar esa idea al declararse la guerra franco-alemana en 1870. Klein, por ser de procedencia alemana, tuvo que volver de inmediato a Berlín, mientras que Lie prefirió quedarse en Francia (pudo hacerlo por ser noruego) ya que las discusiones matemáticas que allí encontraba le resultaban estimulantes. Sin embargo, cuando en agosto de ese año el ejército alemán atacó a parte del

ejército francés en Metz, Lie decidió que era tiempo de partir y salir hacia Italia, para lo que planeó atravesar Francia a pie. Desgraciadamente, los franceses lo interceptaron en el bosque de Fontainebleau y lo arrestaron al pensar que las notas matemáticas que llevaba eran altos secretos codificados. Lie pasó cuatro semanas en la prisión de dicha localidad, de la que salió gracias a la mediación apurada de Darboux, que consiguió convencer a las autoridades francesas de que las cartas en alemán que Lie tenía en su poder eran inofensivas y trataban sólo de matemáticas. Lie huyó entonces a Italia, desde donde regresó a Christiania pasando por Suiza y Alemania, con el fin de encontrarse de nuevo con Klein.

En 1871, la Universidad de Christiania le otorgó una beca de investigación para la obtención del doctorado en ciencias. Durante ese tiempo fue profesor asistente de esta misma Universidad y también del Nissen's Private Latin School, por lo que dio clases en dos de los centros en los que antes había estado como alumno. Se doctoró en julio de 1872 con un trabajo sobre *una clase de transformaciones geométricas* (en noruego). Esta memoria consistía en las ideas de sus primeros resultados publicados en el

Crelle's Journal

y además en el trabajo sobre *transformaciones de contacto*

, un caso especial de transformaciones que también había descubierto en París.

Tras obtener su tesis, Lie enseñó durante un año en la Universidad de Lund, en Suecia (por entonces Noruega estaba bajo soberanía sueca), obteniendo posteriormente una cátedra que el Parlamento noruego había creado pensando en él en 1872, en la Universidad de Christiania. Es en ese momento, cuando puede entregarse de lleno al desarrollo de sus ideas, siendo constante su producción de memorias en este período: sobre geometría, análisis, ecuaciones en derivadas parciales, etc, notándose en todos estos trabajos la influencia que ejerció sobre él el geómetra francés G. Monge. Otros hechos que sucedieron en los dos primeros años de su cátedra fueron la muerte de su padre, en 1873, en Moss, y su boda, en agosto de 1874, con Anna Sophie Birch, una pariente lejana de su célebre compatriota Abel, con la que tuvo dos hijas, Marie (1877) y Dagny (1880) y un hijo, Herman (1884).

Fruto de su trabajo en esos años es la teoría a la cual Lie debe su gloria fundamentalmente: la *teoría de los grupos de transformaciones*

, publicada en 1874, en el

Nachrichten von der Königlischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen

. En este sentido, Lie es, dicho por él mismo, el continuador de Galois. Éste último había demostrado que la noción de

grupo de permutaciones

ofrecía la clave de toda la teoría de resolución de ecuaciones algebraicas. Lie deseaba conseguir una teoría semejante para las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, es decir, relacionar la teoría de grupos con las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Así, a finales de 1873, Lie utilizó las transformaciones de contacto para asociar a cada ecuación diferencial en derivadas parciales una familia finita de transformaciones, que resultó ser cerrada, por lo que Lie la llamó *grupo infinitesimal*. Estas familias eran las que hoy en día se conocen con el nombre de *álgebras de*

Lie (de dimensión finita). En realidad, el concepto de grupo de Lie no surgiría hasta algún tiempo después. Lie se había entregado a toda esta tarea desde principios de ese año, edificando de esa forma su denso trabajo de teoremas fundamentales. Al respecto, el propio Lie escribe, en un trabajo de 1874 sobre ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, lo siguiente: *mis más tempranos trabajos iban dirigidos, si es que podían, a encontrar la nueva teoría de grupos de transformaciones*

En 1872, por otra parte, se habían cumplido 40 años de la muerte del también matemático y compatriota de Lie, N. H. Abel (véase también Great Norwegians en www.mnc.net/norway/Paige2.htm). A pesar de que la carrera de éste había sido corta, sus obras completas no se habían publicado aún. En esta tesitura, Lie y Sylow prepararon entre 1873 y 1881 una edición de las *Oeuvres* de Abel en dos volúmenes, que aparecieron en Christiania en 1881. La aparición de esta obra va a dar lugar, indirectamente y trece años después, a otro hecho importante en la vida de Lie: la publicación de su principal obra.

Lie también deseaba compendiar en una gran obra los resultados de sus investigaciones anteriores, especialmente las referidas a la teoría de grupos. Sin embargo, él era consciente de no ser del todo reconocido por sus trabajos por parte del mundo matemático, lo que hacía que se sintiese a veces decepcionado por esta falta de reconocimiento. Algunos autores han intentado explicar esta situación basándose en el hecho de que sus artículos estuviesen escritos en noruego, o también en que no usaba el lenguaje analítico aceptado por entonces o bien, ciertamente, porque sus artículos no fuesen fácilmente comprensibles al exceder mucho la intuición geométrica de Lie a la de otros matemáticos.

Klein, apercibiéndose de ese problema, tuvo la feliz idea de enviar a uno de los discípulos de A. Mayer y suyo propio, Friedrich Engel, a Christiania en 1884, para ayudar a Lie en la redacción de sus trabajos, ya que como acabamos de comentar, el estilo de Lie no era el más adecuado para ser aceptado por la comunidad matemática. Engel se había doctorado en Leipzig un año antes, tras haber estudiado con A. Mayer y desarrollado una tesis sobre transformaciones de contacto. Klein se dio cuenta que era el matemático perfecto para ayudar a Lie y por consejo suyo, Engel comenzó a trabajar con Lie en Christiania.

La colaboración entre Lie y Engel duró en principio, nueve meses, entre 1884 y 1885, ya que en ese último año, Engel se fue a Leipzig. Ambos volvieron a encontrarse en 1886, cuando la Universidad de Leipzig llamó a Lie para que sucediera a Klein, que había sido nombrado profesor de la Universidad de Göttingen. El propio Klein, que había seguido manteniendo correspondencia con Lie a lo largo de los años, le animó para que aceptara el puesto y éste le hizo caso.

En Leipzig, Lie empezó a reunir alumnos brillantes a su alrededor, con lo que consiguió darle difusión a sus ideas, aún poco conocidas ya que sus primeras memorias estaban escritas en noruego y únicamente publicadas por la Academia de Christiania. De esta forma, Lie volvió a trabajar con Engel, ahora de forma continuada, durante nueve años, culminando esta colaboración en una obra que resultó ser la principal publicación de Lie: *Theorie der Transformationsgruppen*

, en tres volúmenes (con unas 2000 páginas en total) entre 1888 y 1893. De ellos, el primer volumen (publicado en 1888) y los 5 últimos capítulos del tercero (publicado por Teubner Verlag en Leipzig, en 1893) se ocupan de la teoría de los grupos finitos y continuos, mientras que el segundo (publicado en 1890) está dedicado a las transformaciones de contacto.

También durante ese periodo, en concreto en 1891, Lie escribe su

Vorlesungen über Differentialgleichungen

en el que trata sobre ecuaciones diferenciales y transformaciones infinitesimales. Estas últimas transformaciones fueron introducidas por Lie como herramientas a la hora de estudiar los grupos de transformaciones, como se puede ver en

Archiv for Mathematik Naturvidenskab

, en 1876 o en

Gesammelte Abhandlungen

Aunque los doce años que Lie pasó en Leipzig como profesor de la Universidad fueron de los más prolíficos de su carrera, hay que indicar que durante esa etapa, Lie no fue del todo feliz. Por una parte, no llegó a acostumbrarse del todo a las condiciones de la Universidad, y por otra, la preocupación que le ocasionaba su no excesivo dominio del idioma alemán, así como algunos problemas personales que tuvo le causaron una sensación de ansiedad y desasosiego que estalló en noviembre de 1889, provocándole una profunda crisis de neurastenia (ése era el nombre que recibía por entonces una fuerte depresión) que le obligó a permanecer durante unos siete meses en una clínica psiquiátrica cerca de Hanover.

En 1892, Lie se trasladó por seis meses a París, donde se interesó por las investigaciones que los jóvenes matemáticos franceses dedicaban a la teoría de grupos. Se le podía ver a menudo con ellos alrededor de una mesa del Café de la Source, en el boulevard Saint-Michel, no siendo extraño que el mármol blanco de la mesa se cubriera de fórmulas a lápiz que el maestro escribía para ilustrar la exposición de sus ideas. Durante esa estancia en París, el día 7 de junio de 1892, la Academia de las Ciencias de París lo adscribió como miembro correspondiente a la sección de geometría. Al año siguiente, 1893, apareció el tercer volumen de su gran obra, que estaba dedicado a la Escuela Normal Superior. En este volumen se observa un cierto distanciamiento de Lie hacia Klein, tal vez debido a que a Lie no le gustaba la idea de que le consideraran un pupilo de Klein, llegando él mismo a escribir en ese volumen: *Y o no soy pupilo de Klein, ni es el caso opuesto, aunque esto podría acercarse más a la verdad*

En 1893, Lie, en colaboración con G. Scheffers, estudió los grupos continuos en el libro titulado *Vorlesungen über continueierliche Gruppen mit geometrische und anderen Anwendungen*. Dos años después, volvió desde Leipzig, donde residía, a París para asistir a las fiestas del centenario de la Escuela Normal. En 1896, publicó su

Geometrie der Bernsgstransformationen

, en el que se adentraba en la geometría que obtenía al estudiar las transformaciones de contacto. Se puede decir que este trabajo es una continuación de su *Theorie der Transformationsgruppen*

.

En 1895, Lie fue nombrado *Fellow of the Royal Society* de Londres y en 1897, la Sociedad Físico-matemática de Kazan instauró el premio *Lobachevski*

, en honor al matemático ruso del mismo nombre, que se concedía cada cinco años al mejor libro publicado sobre geometrías no euclídeas. Basándose en un informe de Klein, el premio le fue concedido a Lie, ya que una parte del tercer volumen de su gran obra trataba este tema. Poco después de conseguir este premio, en 1898, Lie dejó Leipzig para ocupar en Christiania una cátedra de teoría de grupos que su Universidad acababa de fundar para él. Sin embargo, llegó con una salud realmente muy precaria. Una anemia perniciosa agotó lentamente sus fuerzas y murió plácidamente el 18 de febrero de 1899, a la edad de 56 años.

Es de destacar que Lie es considerado uno de los matemáticos más prolíficos que han existido, a pesar de su corta vida. De hecho el volumen de sus publicaciones es comparable incluso al de los propios Euler y Gauss, por ejemplo (puede consultarse esta obra en www.emis.de/journals/JLT/vol9\underline{\quad}no.1/1.1.htm).

Después de su muerte, la obra de Lie continuó influyendo en matemáticos de toda Europa que realizaban su trabajo en los grupos de Lie. W. Killing llegó a clasificar los grupos de Lie estando vivo éste último todavía. H. Weyl le dio nueva vida a los grupos de Lie en sus trabajos de 1922 y 1923, generalizándolos y dándoles un mayor papel en la física y la mecánica cuánticas. El término *Álgebra de Lie* fue introducido por Weyl en 1934, aunque previamente Weyl había utilizado en sus trabajos de 1925 la expresión *grupo infinitesimal*.

En 1921, Engel, con la colaboración de P. Heegaard, profesor de la Universidad de Christiania, comenzó a publicar las Obras Completas de Lie (cuyo título original era *Gesammelte Abhandlungen*), consistentes en seis volúmenes llenos de abundantes notas y de extractos muy interesantes de la correspondencia de Lie con diferentes matemáticos extranjeros. Apenas concluida esta publicación, tuvo lugar en 1936 un Congreso Internacional que reunió en la Universidad de Oslo a matemáticos de distintas nacionalidades. En una de las sesiones del mismo, y en presencia de autoridades noruegas, se inauguró un busto de Lie y uno de los delegados franceses rindió en su memoria el homenaje de la Escuela Normal. En 1939, Hermann Lie, hijo del geómetra, donó una réplica de dicho busto a la citada escuela, que lo colocó en la biblioteca científica. El propio A. Einstein llegó a afirmar que *sin los descubrimientos de Lie, probablemente no habría nacido la Teoría de la Relatividad*

.

