Euclides ha sido el matemático griego clásico por antonomasia y su nombre aún es, quizá, el más popular en la larga y poblada historia de las matemáticas. Pero nadie ha sabido resumir mejor que E. M. Forster la ocultación de su persona bajo el personaje:

«Nada sabemos de él. A decir verdad, hoy lo consideramos como una rama del saber más que como hombre» (Alejandría. Sección I, E, [i]. Barcelona, Seix Barral, 1984; p.64). Euclides pasa por ser, en dos palabras, la geometría: la geometría clásica griega, en términos más precisos. Es una identificación que debe a sus Elementos, la obra más editada nunca tras la Biblia según quienes llevan estas cuentas. Luego veremos que ni Euclides, ni los Elementos son sólo geometría. En todo caso, entre los polígrafos antiguos, Euclides ya daba nombre a esta disciplina y él mismo pasaba a ser conocido por el mero apodo de "el elementador (el autor de los Elementos)". Bueno, si oyen de alguien que haya desaparecido, soterrado bajo el peso del éxito de su propio best-seller, piensen en Euclides.

La referencias más dignas de crédito lo sitúan, en el tiempo, entre la generación de los discípulos directos de Platón (muerto en 347) y la de Arquímedes (nacido hacia 287); en el espacio, cerca del rey Tolomeo I Sóter –del que era "comensal [parásitos]", escribe Ateneo (s. II d.n.e.)–, en Alejandría, donde al parecer creó escuela. Según Proclo:

«No mucho más joven [que Hermótimo de Colofón y Filipo de Medma, discípulos de Platón] es Euclides, quien compiló los elementos poniendo en orden varios teoremas de Eudoxo, perfeccionando muchos resultados de Teeteto y dando así mismo pruebas incontestables de aquello que sus predecesores sólo habían probado con escaso rigor. Vivió en tiempos del primer Tolomeo, pues Arquímedes, que vino inmediatamente después, menciona a Euclides» (In I Euclidis Elementorum librum commentarii, 68.6-14).

La referencia acerca de la enseñanza de Euclides en Alejandría procede de Papo (*Collectio*, VII

35): cuenta que, hacia 250, Apolonio había conocido a unos discípulos de Euclides en Alejandría. Ambas referencias cuadran con otras indicaciones. En cambio, sólo descansa en sí mismo el tópico de que Euclides hubiera visitado la Academia platónica.

Euclides deviene con el tiempo un personaje de historias y leyendas, a veces presa de malentendidos. Las historias de los polígrafos griegos tienden a moralizar en un tono neoplatónico edificante y severo. Según Estobeo, cuando uno de sus oyentes, nada más escuchar la demostración de un teorema, le había preguntado por la ganancia que cabía obtener de cosas de este género, Euclides, volviéndose hacia un sirviente, había ordenado: «Dale tres óbolos, pues necesita sacar provecho de lo que aprende». También se decía que, en otra ocasión, al preguntarle el rey Tolomeo I por una vía de acceso a los conocimientos geométricos más fácil y simple que las demostraciones de los *Elementos*, Euclides había respondido: «No hay camino de reyes en geometría». Algunos matemáticos de ayer (G.H. Hardy) y de hoy (E.C. Zeman) todavía se imaginan a Euclides como un digno y envarado colega, un tipo pedante. Es una impresión que no concuerda con la que sugiere Papo cuando alaba su talante «comprensivo y afable» (*Collect.*, VII 35). Pero los polígrafos árabes inventaron leyendas más audaces: Euclides habría sido hijo de Naucrates, nieto de Zemarco -y tal vez de Berenice-; habría nacido en Tiro y residido en Damasco, sin renegar de su ascendencia helénica; en fin, sus *Elementos* no hacían sino refundir el trabajo de un tal Apolonio, carpintero por más señas (Casiri, *Biblioteca Arabico-Hispana Escurialensis*, I 339). Luego, en los ss. XV-XVI, llegó la hora de los malentendidos con algún comentador y algún editor de los *Elementos*: hubo quien dio a su autor la falsa identidad de Euclides de Megara, un filósofo socrático coetáneo de Platón, y hubo quien insistió en agregar a la obra dos libros espurios: el XIV, debido seguramente al alejandrino Hipsicles, y el XV, mucho más tardío y de menor calidad aún, atribuible al bizantino Damacio. Ahora bien, la neblina que envuelve al personaje sigue dando que hablar en nuestros días. Hay quien ha pensado, e.g. Itard [2], que la única salida viable ante la incertidumbre creada por su vaga cronología y por la composición un tanto irregular y heterogénea de sus *Elementos*, es plantear una especie de “cuestión euclídea”, a saber: ¿no será “Euclides” un nombre colectivo -digamos, un temprano Bourbaki en la antigua Alejandría-? O, más probablemente, ¿no serán los *Elementos* obra de una escuela? Nada de esto es imposible. Pero tales propuestas carecen de base documental y, por añadidura, desvían el interesante problema de la composición de los *Elementos* de su significación y su explicación históricas internas.

Los problemas en torno a la personalidad de Euclides se extienden a la autoría de los escritos que nos han llegado bajo su nombre. Hoy suponemos que escribió por lo menos una decena de obras, pero sólo contamos con dos acreditadas: los *Elementos* y los *Datos* -e incluso en el caso de los *Elementos*, en especial, hemos de atenernos a ediciones y variantes posteriores del original, una historia apasionante (cf. [4], introd.) todavía en revisión–.

Los *Elementos*, en la edición estándar [3], constan de 140 asunciones básicas (130 definiciones, 5 postulados, 5 nociones comunes), 465 proposiciones derivadas (93 problemas, 372 teoremas), y unos pocos resultados auxiliares (19 porismas, 16 lemas). Cubren diversos campos de la matemática griega: la geometría plana (libros I-IV); la teoría de la proporción (V-VI); la teoría aritmética (VII-IX); la conceptualización de la conmensurabilidad e inconmensurabilidad, y la clasificación de rectas expresables y no expresables en términos de razones (X); la geometría del espacio (XI-XIII).

"Los seis libros primos de la Geometría de Euclides" (Sevilla, 1576). Primera edición española d

Dentro de ellos hay núcleos de especial relieve como el tema de las paralelas en geometría, o el estudio de los primos relativos en aritmética, o el desarrollo sistemático de la proporción como una relación tetrádica entre magnitudes en el marco de una teoría que reelabora el legado de Eudoxo:

«Se dice que guardan razón entre sí las magnitudes que, al multiplicarse, pueden exceder una a otra» (V definición 4; cf. la condición o postulado de Eudoxo),

«Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda que una tercera con una cuarta, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera excedan a la par, sean iguales a la par o resulten inferiores a la par que cualesquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente» (V def. 5; cf. el criterio de proporcionalidad de Eudoxo). La teoría incluye además otros supuestos precisos: **(i)** un criterio de no proporcionalidad, fundado en la relación de guardar mayor razón (def. 7), que a su vez depara un orden de las magnitudes consideradas;

(ii)

la existencia de un cuarto término proporcional (tácita en V 18, luego probada para un caso particular en VI 12). Por añadidura, sienta las bases del método de convergencia al establecer, a partir de V def. 4, el lema de bisección:

«Dadas dos magnitudes desiguales, si se quita de la mayor una [magnitud] mayor que su mitad y, de la queda, una magnitud menor que su mitad y así sucesivamente, quedará una magnitud que será menor que la magnitud menor dada» (X 1; cf. el lema de continuidad de Arquímedes). Tampoco faltan, desde luego, resultados célebres o notables: e.g. las pruebas del afamado “teorema de Pitágoras” (I 47, V 31); un algoritmo antiferético para hallar la medida común máxima de dos números (VII 1, 2); una primicia de la descomposición única de un número en sus factores primos (IX, 4); la prueba de la no finitud de los números primos (IX 20); o, en fin, la demostración de que dos magnitudes conmensurables guardan entre sí la misma razón que un número con un número (X 5) -siendo números los enteros positivos-; amén de resultados y ejercicios sobre áreas y volúmenes, inscripciones y circunscripciones, etc., que durante más de 2000 años han familiarizado con la matemática elemental y su rigor demostrativo a generaciones y generaciones de escolares.

Los *Datos*, la segunda obra acreditada de que hoy disponemos, bien podría ser un texto auxiliar o complementario de los *Elementos*: tiene que ver con los libros I-IV y con la práctica del análisis geométrico como técnica de resolución de problemas: en el supuesto de que ciertas partes de una figura estén dadas -por lo que respecta a su posición, magnitud, etc.-, muestra la manera de determinar otras partes de la figura en ese mismo respecto.

Hay luego recensiones o versiones discutidas de otros dos trabajos de Euclides:
Fenómenos
, obra de astronomía teórica compuesta sobre una base de geometría esférica más bien elemental, y Óptica, un estudio “more geometrico” de la perspectiva y de la visión directa –por contraste con la geometría de los rayos reflejados,
catróptica
, o de los rayos refractados,
dióptrica
–, que se vio oscurecido y postergado ante las mayores luces de la

Óptica de Tolomeo (s. II d.n.e). Los demás escritos de Euclides pueden darse, hoy al menos, por perdidos. Hay una versión árabe y otra latina de *Sobre divisiones de figuras*, obra quizá vinculada a la corriente calculística y operatoria de la matemática griega –una corriente "guadiana" que desmiente la identificación simplista de esta matemática con la conceptualización teórica y la deducción axiomática–. Pero nada queda de unos *Lugares relativos a la superficie*, unos *Porismas*, unas *Cónicas*, o de un ensayo propedéutico *Sobre los paralogismos*. Por lo demás, se le han atribuido otros restos dispares (una *Catróptica*, una *Sección del canon*, una *Mecánica*), cuya autoría euclídea parece hoy descartada.

En vista de la situación, quizá sea más fácil apreciar qué no es Euclides que saber quién fue Euclides. Por ejemplo, según un viejo tópico, Euclides era platónico en las ideas y aristotélico en el método: son especulaciones de las que tendrá que hacerse responsable el propio intérprete, pues los textos euclídeos acreditados son, en tales respectos filosóficos, mapas mudos. En cambio, los *Elementos* sí son bastante elocuentes sobre las tradiciones matemáticas de los ss. V-IV (cf. [11], IV, pp. 269 ss.): sistematizan la teoría disponible de los números, la geometría elemental –a partir de una tradición de elementos geométricos que desaparecen tras el tratado euclídeo– y la teoría de la proporción generalizada por Eudoxo; ponen orden en los resultados sobre conmensurabilidad e inconmensurabilidad y en las investigaciones de Teteeto acerca de los casos expresables y no expresables en términos racionales; incluso normalizan los usos formularios del lenguaje matemático iniciados en el s. IV –según testimonia Aristóteles y muestra el primer texto matemático griego conservado: *Sobre la esfera en movimiento* (Autólico de Pitania, ¿360-290?)–. De todo ello no se desprende que la matemática griega anterior a Euclides sea "pre-euclídea", es decir: siga un camino de perfección que culmina en sus *Elementos*, según da a entender Proclo. Pero, por otro lado, las virtudes de organización y normalización del texto, así como su fortuna institucional, tampoco justifican otro estereotipo más moderno: el de un Euclides viejo profesor, mero recopilador de unos conocimientos matemáticos básicos en un manual de éxito -por contraste con el genio investigador y creador que representaría

Arquímedes-. Pues, según todos los visos, Euclides no es sólo un administrador lúcido y selectivo de un legado heterogéneo, sino un socio que añade su propio capital a la empresa (e.g. a la teoría de las rectas paralelas, al proceder antiferético, a la teoría de la proporción, al método de convergencia, al estudio de los sólidos regulares). De ahí que los *Elementos* no constituyan tampoco un texto marmóreo, compacto y uniforme: dejan traslucir los diversos grados de desarrollo de ciertas tradiciones geométricas y aritméticas, unas más antiguas y otras más recientes, al tiempo que muestran la contribución, no sólo metódica sino sustantiva, del propio Euclides a su normalización como cuerpos de conocimiento establecido.

En este sentido, lo que más ha llamado la atención es el pórtico axiomatiforme de los *Elementos*, –la organización tripartita e inédita hasta entonces de las asunciones básicas en definiciones, postulados y nociones comunes–, y el rigor deductivo que gobierna la prueba de las proposiciones derivadas. Así han pasado a la historia como la fundación del método axiomático deductivo. No es un título inmerecido. Pero el excesivo énfasis en este punto puede resultar injusto hacia la riqueza de recursos y el proceder informal de las pruebas de los *Elementos* (cf. [9] y [12] a este respecto), y puede prestarse a equívocos: los *Elementos* no hacen axiomática, ni hacen teoría abstracta al modo moderno –ni siquiera en el alto nivel de abstracción de la teoría de la proporción del libro V–. Carecen de las ideas generales de espacio, en geometría, y de sucesión numérica, en aritmética. No contemplan estructuras, sino:

[a] unos objetos construibles –el triángulo, el círculo, etc–, o dados –la unidad y los enteros positivos n ($n \geq 2$)–; y
[b] tres "entidades" o conceptos matemáticos generales –las magnitudes, las proporciones, los números– (cf., por ejemplo, [10] y [8]).

En suma, Euclides es un matemático griego clásico, no un alevín o un remedo de matemático moderno, aunque los *Elementos* hayan sido una referencia histórica obligada, una especie de paradigma, para los programas de axiomatización "more geometrico".

BIBLIOGRAFÍA

1. I. Bulmer-Thomas, "Euclid, Life and Works", en Dictionary of Scientific Biography (Ch. Gillispie, ed. New York, Charles Scribner & Sons, 1970-1980, reimpresión 1981); vol. 4, pp.

414-437.
2. J. Itard, “Euclide”, en Encyclopaedia Universalis, Paris, 1985. Corpus, 7, pp. 518-9.

EDICIÓN ESTÁNDAR Y TRADUCCIONES

3. Euclidis opera omnia, vols. I-IV: Elementa. Edición de J.L. Heiberg. Leipzig, 1883-1886; revisión de E.S. Stamatis, Leipzig, Teubner, 1969-1973.
4. Euclides, Elementos. Introducción de L. Vega; traducción de MªL. Puertas. Madrid, Gredos, I (Libros I-IV), 1991; II (Libros V-IX), 1994; III (Libros X-XII), 1996.
5. Euclides, Óptica, Catróptica, Fenómenos. Introducción y traducción de P. Ortiz. Madrid, Gredos, 2000.
http://www.euclides.org : versión catalana de la edición inglesa de Th. L. Heath (1921, The Elements; edic. disponible en http://perseus.tufts.edu) y de algunos complementos elaborados por D.E. Joyce.

LIBROS Y ARTÍCULOS

6. M. Caveing, “Euclides”, en J. Brunschwig y G. Lloyd, eds. El saber griego. Madrid, Akal (Diccionarios Akal), 2000; pp. 479-485.
7. A. Dou, “Euclides”, en AAVV, Historia de la matemática hasta el siglo XVIII, Madrid, Real Academia de CC. Exactas, Físicas y Naturales, 1986, pp. 61-78.
8. I. Grattan-Guinness, “Numbers, magnitudes, ratios, and proportions in Euclid’s Elements: how did he handed them?”, Historia Mathematica, 23 (1996), 355-375.
9. W. Knorr, “What Euclid meant: on the use of evidence in studying ancient mathematics”, en A.C. Bowes, ed. Science and philosophy in Classical Greece. New York / London, Garland, 1991, pp. 119-163.
10. I. Mueller, Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid’s Elements, Cambridge (MA) / London, The MIT Press, 1981.
11. L. Vega Reñón, La trama de la demostración. Madrid, Alianza, 1990; c. 4, “Euclides y la práctica de la demostración matemática”, pp. 269-410.
12. L. Vega Reñón, “El rigor informal de las pruebas matemáticas clásicas”, en L. Vega, E. Rada y S. Mas, eds., Del pensar y su memoria. Ensayos en homenaje al prof. Emilio Lledó. Madrid, UNED, 2001; pp. 673-695.