Poco sabemos de la vida de Mohammed ibn-Musa al-Jwarizmi [1] , tan sólo que vivió aproximadamente entre los años 780 y 850 y que fue miembro de la Casa de la Sabiduría fundada por al-Mamún. Cinco de sus obras han llegado hasta nosotros. Son tratados de aritmética, álgebra, astronomía, geografía y el calendario. Hay noticias de otras, sobre el cuadrante solar y el astrolabio, pero no se han conservado.

La Aritmética

La Aritmética la conocemos a través de cuatro fuentes. La primera está en la Biblioteca de la Universidad de Cambridge, y es una copia del siglo XIII de una traducción latina que posiblemente es del siglo anterior. Algunos errores y añadidos hacen pensar que no es una traducción fiel, pero ignoramos si proceden del traductor o del copista, el cual ni siquiera terminó su trabajo porque el manuscrito se interrumpe en medio de un ejemplo sobre la multiplicación de fracciones. Las otras fuentes son obras que se inspiran muy directamente en la de al-Jwarizmi. Una de ellas es el Liber Algorismi de practica arismetrice, atribuida a Juan de Sevilla. La segunda es Alchorismi in artem astronomicam a magistri A. compositus. No sabemos quien es el autor, pero lo de “Magíster A.” puede referirse al inglés Abelardo de Baht. La tercera es un tratado sobre aritmética indú de al-Nasawi, matemático del siglo XI de la escuela de Bagdad. Después de exponer en su aritmética el sistema de numeración posicional mediante cifras hindúes, explica al-Jwarizmi cómo nombrar los grandes números usando los conceptos de unidad, decena, centena y millar, que él acababa de definir. Se sirve como ejemplo del número 1 180 703 051 492 863, que se ha de leer de la manera siguiente: Un mil de mil de mil de mil y de mil, y un ciento de mil de mil de mil y de mil, y ochenta de mil de mil de mil y de mil, y setecientos de mil de mil y de mil, y tres mil de mil y de mil, y cincuenta y uno de mil y de mil, y cuatrocientos mil, y noventa y dos mil, y ochocientos sesenta y tres.

Después describe los métodos del cálculo. Los números aparecen en los ejemplos con todas sus letras, en números romanos, o mezclando las dos cosas. A continuación comienza el capítulo de las fracciones, anunciando que tratará más tarde de las raíces cuadradas. Desgraciadamente, el manuscrito de Cambridge se interrumpe antes de llegar a esta operación. Pero Juan de Sevilla, que sí les dedica un lugar importante en su obra, nos informa que al-Jwarizmi enseñaba la extracción de la raíz según el método indú. En el Liber Algorismi se describe también el cálculo aproximado de la raíz cuadrada de un número N mediante una transformación que hoy escribiríamos de este modo: El método será tanto más exacto cuanto mayor sea k. El autor se sirve del siguiente ejemplo, que proporciona tres cifras decimales exactas:

Más adelante indica Juan de Sevilla esta otra regla:

Esta fórmula (que es la mejor aproximación lineal de la función) se hizo muy popular durante la Edad Media, y si **a** es grande frente a **b**, puede dar un valor aceptable, como lo demuestran los siguientes ejemplos (que proporciona dos y tres cifras decimales exactas respectivamente):

El Álgebra

El Álgebra de al-Jwarizmi nos ha llegado en muy buenas condiciones. La Universidad de Oxford posee una copia árabe del siglo XIV y hay dos traducciones al latín (de las que existen muchos ejemplares) hechas en el siglo XII: una realizada en 1145 por el inglés Robert de Chester y otra, algo posterior, por el italiano Gerardo de Cremona. El título del tratado es al-Mujtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala, y tiene tres partes. Una propiamente algebraica, la única que aparece en las traducciones latinas, otra sobre algunos temas de geometría, y la tercera sobre cuestiones testamentarias. La palabra jabr quiere decir insertar, en el sentido médico de colocar en su lugar un miembro dislocado. En el contexto de las ecuaciones algebraicas significa transposición de términos: cuando se elimina un sumando en un miembro de una ecuación, ésta se ha de restaurar colocando dicho sumando en el otro miembro con el signo cambiado. De al-jabr procede la palabra álgebra, y hasta no hace mucho se llamaba algebrista al curandero que componía los huesos. La palabra muqabala, literalmente “comparación”, se refiere a la reducción de términos semejantes. De este modo la ecuación:

$$\mathbf{2x^2 + 100 - 2x = 58}$$

se transforma, por medio de al-jabr, en la ecuación equivalente:

$$\mathbf{2x^2 + 100 - 58 = 20x}$$

la cual, mediante al-muqabala, se reduce a:

$$\mathbf{2x^2 + 42 = 20x}$$

, que luego se simplifica dividiendo por dos todos los sumandos de ambos miembros.

Al-Jwarizmi no trabaja con coeficientes negativos, ni admite soluciones negativas, de modo que debe estudiar por separado distintas clases de ecuaciones que hoy no distinguimos. Los seis primeros capítulos del Álgebra tratan de cada una de las formas de las ecuaciones de primero y segundo grado, según se distribuyan los números, la incógnita (que el llama la cosa) y su cuadrado. Estas formas son las siguientes:

Cuadrado de la cosa igual a cosa	$x^2 = bx$
Cuadrado de la cosa igual a número	$x^2 = c$
Cosa igual a número	$bx = c$
Cuadrado de la cosa más cosa igual a número	$x^2 + bx = c$
Cuadrado de la cosa más número igual a cosa	$x^2 + c = bx$

Cuadrado	de la cosa igual a cosa más número	x^2	$= bx + c$

Cada caso lo aborda mediante un procedimiento distinto, utilizando construcciones geométricas inspiradas en los Elementos de Euclides (recién traducidos al árabe por al-Hayyay, colega suyo en la Casa de la Sabiduría). De este modo converge el álgebra hindú con la geometría griega. Veamos una de estas construcciones. Al-Jwarizmi explica sus métodos sabiendo que tienen validez general, pero con ejemplos numéricos concretos.

Aquí se hará con una ecuación literal. Para resolver la ecuación $x^2 + bx = c$ dibuja un cuadrado cuyo lado, supone, es igual a la cosa. Después prolonga cada uno de sus lados en ambas direcciones una longitud igual a **b/4** como se ve en la figura. De esta manera se forman cuatro cuadrados en las esquinas del cuadrado inicial, un rectángulo en cada lado, y un cuadrado final, reunión de todas las figuras mencionadas

Sucede ahora lo siguiente:

ngulos = $x^2 + 4(b/4)x = c$

Sumamos miembro a miembro ambas igualdades y llegamos a que:

Cuadrado **c + 4(b/4)**grande = ^{2}

Esta expresión se puede escribir de esta otra man

$(x + b/2)^{2}$ = c + 4(b/4)^{2}

desde la cual llegamos a la célebre fórmula de la

$$x = \sqrt{c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^{2}} - \frac{b}{2}$$

La geometría en la obra de al-Jwarizmi

En la parte geométrica del Álgebra aparecen las reglas para calcular las áreas y otros elementos de las figuras planas, y aplicaciones elementales del álgebra a problemas de triángulos. Muchos de estos problemas proceden de Herón, algunos con los mismos datos numéricos. De la superficie del círculo dice que es igual a la semicircunferencia por el radio, y lo explica haciendo notar que la superficie de un polígono regular es el radio del polígono inscrito (la apotema) por el semiperímetro. Asimismo, suministra fórmulas para el área de un segmento circular y para los volúmenes del prisma recto, del cilindro, del cono, del tronco de cono y del tronco de pirámide de bases cuadradas. A pesar de su brevedad, la geometría de al-Jwarizmi fue un material muy útil para los agrimensores y otros usuarios de la matemática, e influyó mucho en autores posteriores.

La astronomía y la geografía

La Geografía está inspirada en la de Ptolomeo, con algunos añadidos propios. La aportación en astronomía de al-Jwarizmi consiste en unas tablas astronómicas con instrucciones para su uso, pero sin aportaciones teóricas. Fueron traducidas al latín por Adelardo de Bath, quien se basó en una modificación que de ellas había hecho el matemático madrileño Maslama, hacia el 1007, para adaptarlas al meridiano de Córdoba. A través de estas tablas entró en Europa la trigonometría islámica. Posteriormente, el inglés Roberto de Chester las revisó para uso de Londres.

BIBLIOGRAFÍA SOBRE MATEMÁTICA ÁRABE

[1] CATALÁ, M. A. (1981), "El nacimiento del álgebra", en Historia de la ciencia árabe, Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales, Madrid.

[2] MILLÁS VALLICROSA, J. Mª, (1947), "Sobre la valoración de la ciencia arábigo-española de fines del siglo X y principios del XI", en Al-Andalus, Vol. XII, págs. 199-210.

[3] MORENO CASTILLO, R. (1998), "La Matemática en Bagdad", en Boletín de la Sociedad « Puig Adam » de profesores de Matemáticas, nº 49, págs. 53-67.

[4] MORENO CASTILLO, R. (2002), Omar Jayyam, poeta y matemático, Nivola, Madrid.

[5] RASHED, R. y VAHABZADEH, B. (1999), Al-Khayyam Mathématicien, Editions Albert Blanchard, París.

[6] ROMO SANTOS, C. (1997), "La aritmética árabe durante la Edad Media. Antiguos problemas aritméticos árabes", en Tarbiya, nº 15, págs. 57-64.

[7] SAMSÓ, J. (1971), "En torno al Arquímedes árabe: el testimonio de al-Biruni", en Al-Andalus, vol. XXXVI, págs. 383-390.

[8] SÁNCHEZ PÉREZ, J. A. (1921), Biografías de matemáticos árabes que florecieron en España, Estanislao Maestre, impr., Madrid.

[9] SESIANO, J. (1990), "Rhetorische Algebra in der arabiscsh-islamischen Welt", en Geschichte der Álgebra, Wissenschaftsverlag, Mannheim.

[10] SESIANO, J. (1990), "Aufnahme und Fortführung der arabiscshen Algebra im europäischen Mittelater", en Geschichte der Álgebra, Wissenschaftsverlag, Mannheim.

[11] VAHABZADEH, B. (1997), "al-Khayyam´s conception of ratio and proportionality", en Arabic Sciencies and Philosophy, vo´lumen 7, págs. 247-263.

[12] VERNET GINÉS, J. (1978), La cultura hispanoárabe en Oriente y Occidente, Ariel, Barcelona

[13] VERNET GINÉS, J. (1986), “La matemática árabe”, en Historia de la matemática hasta el siglo XVII, Real Academia de Ciencias Exactas. Físicas y Naturales, Madrid.

[14] VERNET, J. y CATALÁ M. A. (1965), “Las obras matemáticas de Maslama de Madrid, en Al-Andalus, vol. XXX, págs. 15-45.

[15] VERNET, J. y CATALÁ M. A. (1965), “Un ingeniero árabe del siglo XI: al-Karayi”, en Al-Andalus, vol. XXXV, págs. 69-92.

[16] VILLUENDAS, M. V. (1981), “El origen de la trigonometría”, en Historia de la ciencia árabe, Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales, Madrid.

[17] YOUSCHKEVITCH, A. (1976), Les Mathématiques Arabes, Librairie Philosophique J. Vrin, París.

Nota: [1] Hay muchas variantes para el nombre de Al-Jwarismi al usar el alfabeto latino, tales como Al-Khorezmi, al-Khwarizmi, Al-Khawarizmi, Al-Khawaritzmi o al-Khowarizmi .