Prominente matemático francés del siglo XX, nació el 9 de abril en Dolomieu (cerca de Chambéry), en la Saboya francesa, y murió el 6 de mayo en París, Francia. Durante su extensa vida investigadora trabajó en grupos continuos, álgebras de Lie, ecuaciones diferenciales y geometría, proporcionando sus trabajos una síntesis de estas áreas.

Hijo del herrero del pueblo, realizó sus estudios primarios en la escuela de Dolomiu, después continuó en el colegio de Vienne y posteriormente en el liceo de Grenoble. Finalmente entró en el liceo Jeanson-de-Sailly para completar su preparación para la Escuela Normal Superior, donde ingresa en 1888. Siguió las enseñanzas de insignes matemáticos de la época, entre otros, H. Poincaré, E. Picard y C. Hermite, disfrutando de una beca de la Fundación Peccot. Después de obtener su doctorado en 1894, fue profesor en las universidades de Montpellier (1894-1896), Lyon (1896-1903), Nancy (1903-1909) y París (1909-1940). El mismo año que es nombrado profesor en la Facultad de Ciencias de Nancy (1903), se casa en Lyon con Marie-Louise Bianconi. Sería en Nancy donde nacerían sus dos hijos mayores, Henri (1904) y Jean (1906), convirtiéndose también el primero de ellos en un excelente matemático. Posteriormente la familia aumentaría con otros dos miembros : Louis y Hélène. La familia Cartan pasaría años después enormes vicisitudes, pues varios de sus hijos murieron en trágicas circunstancias; Jean, compositor, murió a la edad de 25 años, mientras que Louis, físico, fue arrestado por los alemanes en 1942 y ejecutado después de 15 meses en cautividad.

Por lo que respecta a la investigación, Cartan se sumó brillantemente a la teoría de grupos continuos que había sido iniciada por Marius Sophus Lie (1842-1899). Su tesis doctoral (1894) puede considerarse una contribución de importancia capital a las álgebras de Lie, y en ella completa la clasificación de las álgebras semisimples que Wilhelm Karl Joseph Killing (1847-1923) había prácticamente encontrado. Posteriormente se volcó en la teoría de las álgebras asociativas e investigó la estructura de estas álgebras sobre los cuerpos de los números reales y complejos. Wedderburn completaría el trabajo de Cartan en este área.

Las representaciones de los grupos de Lie semisimples también atrajeron su atención. Su trabajo es una síntesis asombrosa de teoría de Lie, geometría clásica, geometría diferencial y topología, que se encuentra a lo largo de toda la obra de Cartan. Asimismo, Cartan aplicó el álgebra de Grassmann a la teoría de las formas diferenciales exteriores.

Hacia 1904, Cartan se vuelca en el estudio de las ecuaciones diferenciales, y desde 1916 su investigación está centrada en la geometría diferencial, área en la que publica la mayoría de sus trabajos. El Programa de Erlangen de Felix Klein (1849-1925) había sido considerado inadecuado para describir la geometría por Hermann Weyl (1885-1955) y Oswald Veblen (1880-1960), y en este apartado Cartan jugaría un papel destacado. Examinó las acciones de los grupos de Lie de transformaciones sobre un espacio, desarrollando la teoría de las referencias móviles, que generalizaban la teoría cinemática de Jean G. Darboux (1842-1917).

Cartan contribuyó a la geometría con su teoría de los espacios simétricos, que tiene su origen en los artículos publicados en 1926, donde desarrolla las ideas estudiadas anteriormente por William K. Clifford (1845-1879) y Arthur Cayley (1821-1895), y usa los métodos topológicos desarrollados por Weyl en 1925. Estos trabajos serían completados en 1932.

Sur le groupe de la géométrie hypersphérique

par ELIE CARTAN, Paris

1. On appelle, d'après H. Poincaré, *hypersphère* le lieu des points du plan complexe qui satisfont à l'équation

$$x\bar{x} + y\bar{y} - 1 = 0.$$

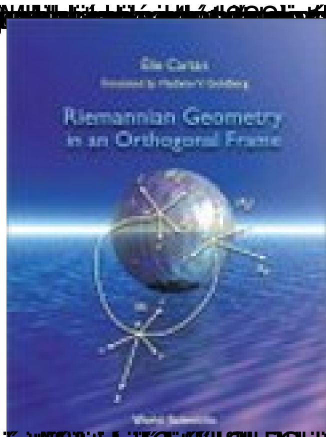
On peut envisager l'hypersphère comme un espace réel à trois dimensions; il est homéomorphe à l'espace sphérique, puisque chacun de ses points est déterminé d'une manière biunivoque par quatre nombres réels assujettis à avoir la somme de leurs carrés égale à 1. H. Poincaré a démontré que toute transformation *analytique* sur les variables complexes x, y laissant invariante l'hypersphère est une homographie du plan; ces homographies, que nous appellerons hermitiennes, dépendent de 8 paramètres réels [1]). Il existe aussi une famille d'*antihomographies* dépendant du même nombre de paramètres et laissant l'hypersphère invariante; on les obtient en combinant les homographies considérées avec l'*antiinvolution* qui fait passer du point (x, y) au point conjugué $(\bar{x}, \bar{y})$. Le groupe mixte ainsi obtenu n'est autre que le groupe de la géométrie hermitienne hyperbolique, étudiée par G. Fubini et E. Study.

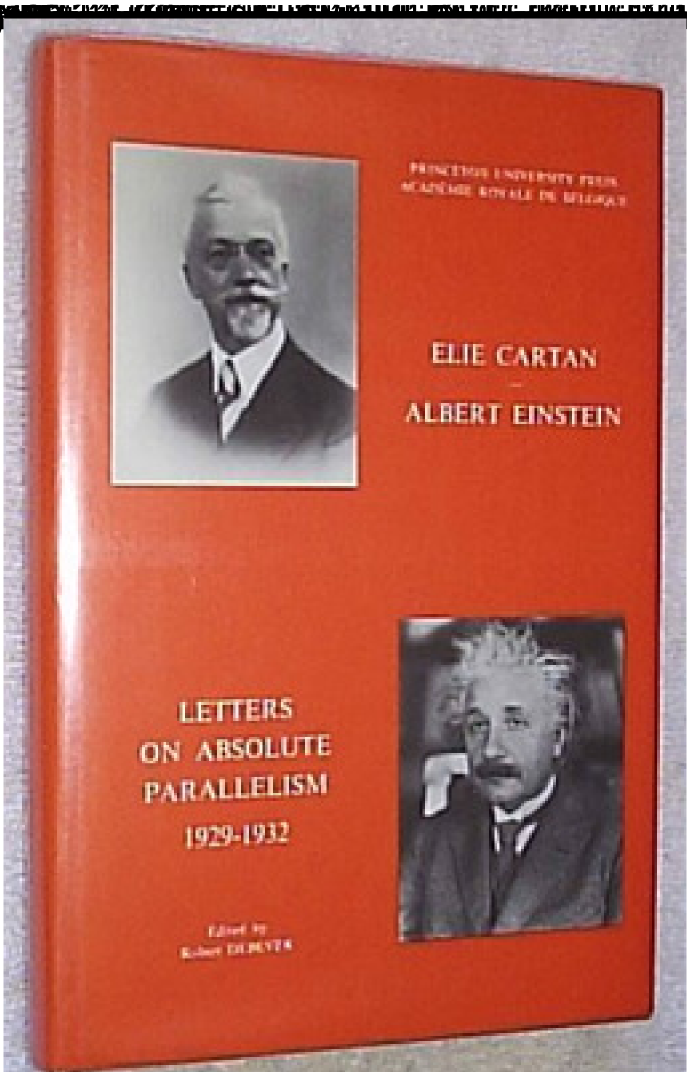
Au lieu de porter notre attention, comme ces deux géomètres, sur les points du plan intérieurs à l'hypersphère, nous allons considérer de préférence les points de l'hypersphère, regardée comme un espace à trois dimensions, et certaines lignes remarquables tracées dans cet espace, les *chaînes* et les *cercles*. De même que, dans l'espace projectif réel, le réseau formé par les droites détermine par lui-même, sans aucune considération de continuité, le groupe projectif de l'espace, de même nous montrerons que chacun des réseaux déterminés par les chaînes et par les cercles suffit pour déterminer le groupe de l'hypersphère.

Les chaînes de l'hypersphère et le groupe qui les conserve

2. Pour arriver à la notion de chaîne, revenons au plan projectif complexe, avec ses coordonnées non homogènes x, y. Si nous consi-

[1]) *H. Poincaré*, Les fonctions analytiques de deux variables et la représentation conforme (Rendic. Circ. Mat. Palermo, 23, 1907, § 7, p. 207—212).


Elie Cartan
Riemannian Geometry
in an Orthogonal Frame


ELIE CARTAN
ALBERT EINSTEIN
LETTERS
ON ABSOLUTE
PARALLELISM
1929-1932