



Para muchos y sobre todo para él mismo, Johann Bernoulli era el más afamado de todos los geómetras de su época. Aquí yace el Arquímedes de su tiempo es el epitafio, que Johann mandó colocar sobre su sepulcro. Reconoció a Leibniz como grande, porque de él había recibido sus herramientas de trabajo principales. También distinguió al joven Leonhard Euler llamándolo líder de los matemáticos. Como muchos otros, Euler había sido su alumno. Con certeza, las siguientes generaciones de [geómetras Bernoulli](#), fueron influidas directa o indirectamente por su pasión por el Nuevo Cálculo de Leibniz. De sus 4 hijos varones, 3 se dedicaron a las Ciencias Matemáticas. En los múltiples desafíos intelectuales en que se vio envuelto fueron tantos sus partidarios como sus adversarios,. Gracias a algunos de estos retos, que él mismo lanzara a la comunidad científica, se abrió una de las ramas más fructíferas de la Matemática: el Cálculo de Variaciones, la teoría general de los problemas de máximos y mínimos.

El 27 de julio de 1667 nació el décimo de los hijos de Nicolaus y Margaretha Bernoulli, tercer varón de la familia, 13 años más joven que su hermano Jacob, el primero de la familia en dedicarse a las ciencias matemáticas. Le nombrarían Johann y desde pequeño el padre lo destinaría a ser su sucesor en los negocios de farmacéutica. Por eso a los 15 años, cuando terminó la escuela, fue enviado a Neuchâtel. Pero este viaje solo le sirvió a Johann para aprender bien el francés y convencerse de que no servía para el negocio de las hierbas medicinales. Con gran disgusto su padre consintió para que Johann iniciara estudios en la Universidad de Basilea. Al poco tiempo obtuvo el título de Bachiller y dos años más tarde el de Maestro en Artes. Es en esta época que comienza a estudiar medicina siguiendo el consejo de su hermano mayor [Jacob](#), Doctor en Filosofía y docente en la Universidad de Basilea.

Johann siguió exitosamente la carrera de Medicina, sin embargo, la mayor parte de su tiempo lo dedicaba al estudio de las matemáticas con su hermano Jacob. Tres años después de publicado el trabajo pionero de Leibniz sobre el Nuevo Cálculo ya los hermanos Bernoulli lo conocían y habían logrado asimilar los fundamentos del mismo. No obstante, en 1690 defendió la tesis que lo acreditaba para ejercer la medicina. En ese mismo año aparece su primera publicación científica, que no versó precisamente sobre un asunto matemático, sino sobre el proceso de fermentación. Pero, también en ese mismo año, participa en el primer desafío matemático: la determinación de la ecuación de la catenaria, el cual había sido lanzado por su hermano mayor Jacob. El joven Johann inmediatamente resolvió el problema y asombró a sus contemporáneos, ganando el reconocimiento de la comunidad científica europea. Pero Johann

se jactó de su talento y no mencionó las enseñanzas de Jacob. Así, desde su primer éxito con la catenaria la colaboración fraterna pasó a ser una competencia que alcanzó ribetes de lucha fratricida.

Después de recibirse como médico, Johann va a realizar un prolongado viaje. Pasa cerca de dos años en Génova donde enseñó cálculo diferencial y finalmente viajó a París, donde estableció una serie de relaciones científicas que marcarán toda su vida futura. La reputación obtenida por la solución al problema de la catenaria le facilitó su entrada en el elitista Círculo de Malebranche, que era el foco de la intelectualidad francesa de esa época. Allí conoció al marqués de L'Hôpital, célebre matemático, a quien se le llamaba Grandseigneur de las Ciencias Matemáticas en Francia. Pero el marqués no conocía el *Nuevo Cálculo* en la forma en que ya era dominado por Johann. El marqués quedó maravillado de los conocimientos del veinteañero Johann y no prestando importancia alguna a la diferencia de edad (L'Hôpital era 6 años mayor que Johann), contrató a Johann para que fuera su maestro.

Analyse des infiniment petits (Marqués de L'Hospital)

Por estas clases L'Hôpital pagaba a Bernoulli la mitad del salario de un profesor universitario. Inicialmente las lecciones se llevaron a cabo en forma de conversaciones, pero enseguida, L'Hôpital propuso que Johann le proporcionara las clases redactadas por escrito y que no comunicara a nadie su contenido. Es posible que Johann, al cumplir el encargo del marqués, ya pensara utilizar estas lecciones redactadas para confeccionar un curso de Cálculo Diferencial, pues recopiló cuidadosamente las mismas. Sin embargo, L'Hôpital se adelantó a su maestro con la publicación del libro titulado *Análisis de los infinitamente pequeños* para el estudio de las líneas curvas. Este fue el primer texto dedicado al Cálculo Diferencial. Johann no expresó públicamente su contrariedad ante este hecho hasta después de la muerte de L'Hôpital en 1704. Solo entonces Johann reclamó vigorosamente la autoría del primer libro de cálculo. Sin embargo, tal vez por la fama de pendenciero que Johann ya entonces gozaba, o porque el marqués era considerado un hombre respetable y un matemático capaz, o por ambas cosas, la cuestión es que pocos creyeron a Johann. La prueba de que los resultados del libro eran esencialmente de Bernoulli no fue obtenida hasta 1922 cuando se encontró en Basilea una copia del curso de Cálculo Diferencial de Johann realizada por su sobrino Nicolaus(I) Bernoulli. La esencia de esta obra de Johann es fundamentalmente la misma que la del texto de L'Hôpital, no así la forma de exposición.

Durante su estancia en París, Johann estableció también relaciones muy estrechas con el geómetra Pierre Varignon y una asidua correspondencia con Leibniz la cual fue extremadamente fructífera. Leibniz que con justicia es considerado uno de los mayores corresponsales de su tiempo, se carteó más con Johann que con cualquier otro matemático. Un ejemplo de la confianza mutua que se tenían estos dos grandes de las Ciencias Matemáticas y de la colaboración científica que mantenían, es el hecho de que en este carteo descubrieron conjuntamente la potencia de la técnica de la diferenciación parcial, la cual mantuvieron oculta por 20 años para que así les sirviera de arma secreta en las constantes disputas sobre la resolución de diferentes problemas relacionados con las familias de curvas.

Durante su estancia en París Johann trabajaba en su disertación doctoral en Medicina Sobre el movimiento de los músculos y siempre que podía se dedicaba a su ciencia preferida. Anhelaba poder consagrarse a las Ciencias Matemáticas a su regreso a Basilea, pero no había posibilidad de obtener la cátedra de matemáticas en la universidad, ya que estaba ocupada en forma vitalicia, precisamente por su hermano y rival, [Jacob](#). En 1695, por recomendación de Huygens, le ofrecieron la cátedra de matemáticas en Groninga. Johann aceptó con gran placer, entre otras razones porque pensaba poder establecer colaboración científica con el gran matemático holandés. Grande fue su pesar cuando al llegar a Groninga conoció que Huygens había pasado a París.

Johann estaba casado con Dorothea Falkner de familia acomodada en Basilea y su hijo más pequeño tenía 7 meses, cuando la familia partió para Holanda en septiembre de 1695. Este primer hijo era Nicolaus(II), su preferido y quién sería conducido por Johann al Imperio de las Ciencias Matemáticas. De sus cuatro hijos varones otros dos también fueron geómetras: Daniel, quien nació mientras la familia estaba en Groninga, y Johann(II), nacido después del regreso a Basilea. La prole de Johann se completa con Anna Catherina y Dorothea que nacieron durante la estancia en los Países Bajos y si hubieran tenido oportunidad no dudamos que hubieran elegido el camino de las ciencias matemáticas.

La estancia de 10 años en la ciudad de Groninga fue muy productiva. No obstante, Johann se vio involucrado en un cierto número de disputas religiosas y se implicó él mismo en múltiples conflictos matemáticos con su hermano Jacob y con sus colegas ingleses. Además tuvo la desgracia de que su segundo hijo, una niña, sólo viviera 6 semanas. Esto provocó que cayera en una depresión tal que se llegó a reportar que había muerto.

En Groninga Johann, además del curso de matemáticas, dictó el curso de física experimental. La popularidad del nuevo y joven profesor en Groninga era tal que, el propio Johann escribe que en las clases, en las discusiones y en la casa, asiduamente había mucha concurrencia. El recuerdo del profesor Johann Bernoulli se conservaría en Groninga mucho tiempo. Sus hijos Daniel y Johann II, visitaron la ciudad 25 años después de la partida de Johann y narran en una carta que su padre era allí tan conocido como en Basilea.

Mientras Johann estuvo en Groninga, rivalizó con su hermano en una fascinante porfía matemática, pero que desafortunadamente desembocó en una amarga contienda personal. Johann propuso el problema de la braquistócrona en junio de 1696 y retó a la comunidad matemática a resolverlo antes del fin del año, añadiendo con sarcasmo que la curva era una bien conocida de los matemáticos. El problema se expresa como sigue:

Dados dos puntos A y B en un plano vertical, hallar el camino AMB por el que una partícula móvil M, descendiendo por su propio peso, iría de A a B en el menor tiempo posible.

La novedad del problema en sí era evidente: no se trata de encontrar puntos donde una curva tiene un máximo o un mínimo, sino que la misma incógnita buscada es una curva que debe minimizar cierta relación. Según palabras de Leibniz este tipo de problemas resulta muy bello y hasta el momento totalmente desconocido.

El problema de la braquistocrona fue propuesto por Johann Bernoulli en el Acta Eruditorum (1696)

Al llegar la Pascua del año siguiente se conocían en total 5 soluciones: además de Johann y Leibniz, que fue el primero en responder, resolvieron el problema Jacob Bernoulli, L'Hôpital y un autor inglés anónimo. Johann no tuvo dificultad en reconocer que el autor era Isaac Newton y lo expresó con una frase histórica: por las garras se conoce al león. La curva solución de este problema era la cicloide.

En las respuestas a este desafío, aparecen, además, las primeras señales de una nueva rama de las Ciencias Matemáticas: el Cálculo de las Variaciones, que será la disciplina matemática dedicada sobre todo a los problemas de optimización, después de los aportes fundamentales de Euler y Lagrange.

Pero la solución más sencilla y popular en su época fue la concebida por el autor del problema, Johann Bernoulli. El método de Johann consistía en establecer una analogía entre la curva del más breve descenso, con la trayectoria que seguiría un rayo de luz en un medio con una densidad adecuadamente elegida. Esta analogía de carácter óptico-mecánica encontraría desarrollo posterior, en el siglo XIX, en los trabajos de William Hamilton.

El trabajo en que Jacob resuelve el problema de la braquistócrona lleva el original título Resolución del problema de mi hermano, a quien yo a mi vez planteo otro, y efectivamente propone dos nuevos problemas. El primero de ellos se refería a encontrar la curva de trayecto más rápido entre una familia particular de cicloides y fue resuelto por Johann de forma expedita.

La segunda cuestión propuesta por Jacob en su trabajo es notable, entre otras cosas, por revivir un enigma antiguo: el problema isoperimétrico. Jacob complicó grandemente el problema, logrando que incluso su enunciado resultara difícil de comprender. Además ofreció una recompensa de 50 ducados a su hermano Johann si aceptaba el reto en un plazo de 3 meses y daba la solución antes de un año. Johann, con su fanfarronería habitual respondió que en lugar de 3 meses no necesitaba más de 3 horas para alcanzar la solución, e incluso para ir más allá y resolver un problema aún más general. Pero en realidad Johann solo resolvió una parte del problema y no precisamente la más importante. Precisamente esta idea incorrecta de Johann que él considera como metodología universal, es lo que provoca un largo y ofensivo intercambio entre los hermanos.

En los siglos XVII y XVIII ofrecía gran interés para la navegación en alta mar encontrar las trayectorias mínimas sobre la superficie del globo terrestre, es decir las curvas denominadas geodésicas. Los estudios sobre las geodésicas condujeron a Johann a introducir las tres coordenadas para representar un punto en el espacio y las ecuaciones que relacionan estas coordenadas para representar las superficies, estableciendo de este modo las bases de lo que sería más tarde la Geometría analítica del espacio tridimensional. Todo esto Johann lo comunica a Leibniz por carta, pero por causas que resultan desconocidas, no publicó sus resultados. En 1728 propuso este problema al entonces veinteañero Euler quien se llevaría los lauros.

En 1705 Johann Bernoulli recibió una carta instándolo a que regresara a Basilea. Durante el trayecto de regreso se enteró de la muerte de su hermano Jacob. Este fatal acontecimiento va

a cambiar radicalmente los planes de Johann y en un sentido favorable para él.

Después de su retorno sucedió algo inusual en la historia de la Universidad de Basilea: el senado universitario se dirigió a Johann con la petición de que ocupara sin concurso el puesto liberado tras la muerte de su hermano. Johann ocupó la cátedra de matemática de la Universidad de Basilea durante 42 años. Sus lecciones las escucharon estudiantes y profesores, doctores y académicos de Inglaterra, Francia, Italia, Suecia y otros países.

Johann llevó una vida extraordinariamente activa: dictó conferencias en la universidad, dirigió la cátedra, participó en variadas disputas científicas, fue en 8 ocasiones Decano de la Facultad de Filosofía y en dos periodos Rector de la Universidad de Basilea. Se carteaba con matemáticos, físicos, académicos de toda Europa. Y, no obstante toda esta actividad social y administrativa, nunca suprimió el trabajo científico investigativo.

Además, Johann llevaba a cabo lecciones particulares en su casa. En estas clases se reunían gente próxima a él, entre ellos sus hijos Nicolaus II, Daniel, Johann II, su sobrino Nicolaus I, el francés Maupertuis y quién sería más tarde su sustituto como el líder de todos los matemáticos Leonhard Euler. Aunque Johann no editó sus lecciones, éstas estuvieron al alcance de los matemáticos de la época y jugaron un papel importantísimo en el desarrollo subsiguiente del análisis infinitesimal.

Dentro de sus innumerables ocupaciones Johann encontró tiempo para cumplir las obligaciones de magistrado y realizar un formidable trabajo para mejorar la enseñanza media en Basilea. Pero no pensemos que su establecimiento con tantos honores en su ciudad natal, moderó su temperamento pendenciero. No había pasado mucho tiempo de su nombramiento como catedrático, cuando Johann se involucró activamente en la controversia entre Newton-Leibniz. Tomó partido decididamente por Leibniz y emplazó su artillería más pesada para añadir pólvora a los argumentos que mostraban la potencia del cálculo de los diferenciales. Después de la muerte de Leibniz, Johann tuvo que enfrentar solo a todo el ejército inglés, como escribió él en su autobiografía. Y la realidad es que este “ejército” se batió pronto en retirada ante la persistente lluvia de proyectiles, algunos realmente ofensivos y ásperos, de la artillería bernoulliana.

A Johann Bernoulli se deben numerosos resultados relacionados con el cálculo. Pero muchos de estos resultados están tan estrechamente enlazados con los de su hermano y con los del propio Leibniz que hace difícil realizar un justo reconocimiento de lo que pertenece a cada uno. Pero nos parece claro que la primera definición de función como expresión analítica se deba a Johann, quién escribió: Una función de una magnitud variable se denomina a una cantidad, compuesta de cualquier forma de esta magnitud variable y de constantes.

Su trabajo Hidráulica fue pionero en la aplicación de las leyes de Newton, en esta temática que era de importancia capital para toda Europa. Su mérito se ve obnubilado por otro signo que señala marcadamente su naturaleza envidiosa. El trabajo de Johann esta fechado en 1732, pero de forma completamente falsa. Este cambio de fecha se debió solamente a un intento de Johann de obtener prioridad sobre su hijo Daniel que había publicado su Hidrodinámica en 1738.

Johann estuvo junto a su hermano Jacob entre los 8 miembros extranjeros que en 1699 la Academia de París eligió por vez primera y, en 1701, ambos entraron a formar parte de la flamante Academia de Berlín. Johann Bernoulli murió a los 80 años y dejó tras sí un enorme legado a las matemáticas, en resultados originales y en prestigiosos alumnos. Solo su alumno Leonhard Euler bastaría para atestiguarlo.

Selección bibliográfica

- Bernhardt, H. (1989) La familia de matemáticos Bernoulli. En Biografías de grandes matemáticos. H. Wussing & W. Arnold. Prensas Universitarias de Zaragoza.
- Dunham, W. (1993) Viaje a través de los genios. Caps. 8 y 9. Pirámide. Madrid
- Hormigón, M. (1994) Las matemáticas en el siglo XVIII. Akal. Madrid
- Kline, M. (1994) El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Tomo II. Alianza Universidad. Madrid
- L'Hospital, G-F. de (1998) Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas. Mathema. UNAM. México D.F.
- Mathúna, D. Ó (2000) The Bernoulli Project. Dungaldan Press. Dundalk, Ireland.
- Sánchez, C.; Valdés, C. (2001) Los Bernoulli. Geómetras y Viajeros. Nivola. Madrid.
- Spiess, O. et al. (ed.) (1955-1992) Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli. Vols 1-3. Birkhäuser, Basel.