



El más multifacético de los [magníficos géometras Bernoulli](#) es, sin dudas, Daniel. Tenía una facilidad especial para obtener resultados originales en las más disímiles regiones del saber. Se destacó en las Matemáticas Puras como la teoría de las ecuaciones diferenciales, el cálculo de probabilidades y la sumación de series infinitas, pero sobre todo se apasionó por las Matemáticas Mixtas como la hidromecánica, la náutica, la mecánica racional, la teoría de la elasticidad, la teoría de la música, ... Nos parece asombroso porque hoy no existen matemáticos capaces de tales hazañas intelectuales. A Daniel lo ayudó el carácter de una época en la que se apreciaba tanto la perspicacia como la destreza y, por supuesto, la influencia de su familia, en especial de su padre Johann I.

Daniel pasó los primeros 5 años de su vida en Groninga donde su padre [Johann](#) trabajaba como catedrático. Fue cuando la familia regresó a Basilea que empezaron a hacerse notables sus dotes para las Ciencias Matemáticas. El padre, aunque quería que fuera comerciante, le enseñó a desentrañar los misterios del cálculo y le dio el ejemplo de su labor como profesor de matemática y física experimental que le habían ganado popularidad en toda Europa. El afecto hacia la investigación mecánico-matemática lo desarrolló todavía más con la ayuda del hermano mayor Nicolaus que se había decidido también por las Ciencias Matemáticas.

A los 16 años Daniel era Magíster en Filosofía y dominaba varias lenguas. Llegaba el momento de escoger una de las tres carreras universitarias existentes en la época. Nicolaus había escogido la carrera de Derecho, pero Daniel se sintió más atraído por la de Medicina. Antes de recibir su licencia para ejercer la Medicina en la Universidad de Basilea, se dirigió a la Universidad de Heidelberg, la más antigua de la parte germana, donde profundizó en la teoría; y también a Estrasburgo, donde realizó prácticas. Terminó en 1721 con una tesis sobre la respiración donde asumió el enfoque mecanicista que predominaba en la época y que estaba más cerca de sus inclinaciones intelectuales.

Los dos años siguientes a la terminación de su carrera de Medicina los pasa Daniel en Basilea. Según escribiera más tarde en su Autobiografía, el estudio serio y profundo de las Ciencias Matemáticas lo comenzó en Basilea entre los años 1721 y 1723. Allí se presenta a los concursos de las cátedras de Anatomía y de Lógica, pero sin suerte. Decide viajar a Venecia a trabajar con el fisiólogo Pietro Antonio Michelotti, amigo del padre.

---

Daniel recibirá la influencia no sólo del fisiólogo Michelotti, sino también, del conde Jacopo

Riccati quién se destacaba por sus trabajos en la proyección de mejoras hidráulicas a los canales. La amplia cultura matemática de Riccati, y sobre todo, la coincidencia de intereses por las Matemáticas Mixtas, ganaron la admiración del joven. Uno de estos intereses comunes se concretó en el análisis de la solución de la ecuación diferencial que hoy lleva el nombre de Riccati (

$$\frac{dy}{dx} = ay^2 + bx^n).$$

Muy pronto el joven Daniel va a obtener una serie de resultados que, gracias al apoyo financiero de un amigo veneciano, va a publicar bajo el título de Ejercitaciones Matemáticas. Aquí aparecen resumidos en cuatro partes sus logros durante la estancia en Venecia: cálculo de probabilidades, teoría de los líquidos, ecuación diferencial de Riccati y cuadraturas de figuras planas. La publicación en 1724 de los Ejercicios Matemáticos obtuvo en los círculos científicos de Italia una gran resonancia. La recién creada Academia de Ciencias de Bologna incluyó a Daniel en la lista de sus miembros y los organizadores de una tal Academia en Génova, le propusieron el puesto de Presidente. Esta petición no fue aceptada por Daniel que tenía aspiraciones menos provincianas.

En el mismo año, la Academia de París anunció el concurso con el tema Sobre los medios para conservar la uniformidad de los relojes de arena y clepsidras en el mar. Este fue el primer concurso académico del que tenemos noticia. Posteriormente se sucederían definiendo un estilo de trabajo en toda Europa. En este primer concurso el primer premio lo ganaron, ex-aequo, Daniel y su padre Johann, con sendos trabajos independientes, pero con raíces comunes.

Los organizadores de la Academia de Ciencias de San Petersburgo tenían un especial interés en contar entre sus miembros alguno de los magníficos geómetras Bernoulli. Sería invitado Nicolaus, quién por esos tiempos no tenía cátedra fija y daba clases de Derecho Civil en Berna. Daniel estaba en Padua, enfermo y sin trabajo, cuándo se enteró de las condiciones del contrato. Indagó más y supo que la Academia todavía precisaba de profesores para sus diferentes cátedras en las secciones de Matemática y Física. Enseguida Daniel le escribió a su hermano para que planteara como condición que el contrato fuera para ambos o para ninguno. Por su parte también hizo gestiones directamente.

En octubre de 1725 llegaron a San Petersburgo Daniel y Nicolaus. Éste trabajaría en la sección de Matemática, como profesor de mecánica y Daniel en la sección de Física como profesor de fisiología, pero a los 8 meses, debido a unas fiebres, Nicolaus murió. Daniel se mantuvo en la Academia y pronto ganó el reconocimiento como fundador de una escuela rusa de fisiología mecánico-matemática. Precisamente sobre este tema tratan sus primeras publicaciones, aparecidas ambas en el primer número de la revista de la Academia de San Petersburgo, en 1728.

Con el deseo de formar una poderosa escuela de fisiología con el estilo mecánico-matemático, Daniel invita a la Academia a un amigo y compañero de estudios en Basilea, Leonhard Euler. Daniel apuntará en su Autobiografía que éstos serían los años más creativos de su vida científica, estimulado por las discusiones fraternales con su colega. Diagrama de Daniel Bernoulli para ilustrar como se mide la presión

### Explicación original en Latín de Daniel Bernoulli

El primer artículo científico que Daniel entregó a la Academia tenía el título Nueva teoría del movimiento del agua que fluye a través de diferentes canales. En él, Daniel realiza uno de los primeros intentos serios de usar principios dinámicos en hidromecánica. La idea de construir una teoría rigurosa de la hidráulica justificó su pase a la cátedra de matemática en 1730. También participó en los cálculos ingenieros necesarios para la construcción de más de 80 fuentes, estanques y un acueducto en el nuevo Palacio de Verano o Petrodvorets, residencia de los zares.

A todos los académicos en San Petersburgo se les exigía escribir un tratado científico. Daniel pensó que su tratado debía ser sobre Fisiología. Pero la primera parte sería dedicada a los problemas de la hidráulica y la segunda propiamente a la fisiología. El plan de Daniel para escribir su tratado de mecánica de los fluidos antes del vencimiento de su contrato no se cumplió. No obstante dejó una buena cantidad de artículos y un ejemplar de una primera versión manuscrita del tratado sobre Hidrodinámica o notas sobre las fuerzas y movimientos de los líquidos que se había comprometido a redactar en su contrato. La segunda parte de este tratado sobre las aplicaciones de la Hidrodinámica a la Fisiología nunca fue escrita.

Después de su regreso a Basilea y que culminó su trabajo en el susodicho tratado, se dirigió a la ciudad de Estrasburgo donde acordó con un editor la publicación de la que pronto sería famosa Hidrodinámica. El trabajo de edición fue largo, además Daniel hacía continuamente correcciones y aumentaba el contenido. La obra maestra de Daniel Bernoulli vería la luz 5 años después de su regreso a Basilea, en 1738. Toda la estructura de la Hidrodinámica, en la que se investiga una cantidad increíble de problemas de suma importancia teórico-práctica, esta concebida con tal maestría que junto a la certeza de los cálculos, se aprecia la coherencia, entre las diferentes variaciones de un tema central, que se conoce hoy como teorema, ley, ecuación o integral de Bernoulli y se estudia en los cursos de física o de ingeniería en la parte correspondiente a la hidromecánica o hidráulica. Pero debemos aclarar que la forma en que hoy aparece en los textos no es la forma en que originalmente Daniel Bernoulli la introdujo en su Hidrodinámica.

---

El principio en la forma expuesta por Daniel expresa simplemente cómo la presión y la velocidad interactúan. Daniel fue el primero en sistematizar un estudio de la interdependencia de la presión y la velocidad. Posteriormente Euler y Lagrange se van a encargar en precisar matemáticamente las ideas magistralmente esbozadas por Daniel.

Daniel Bernoulli realizó un aporte importante al cálculo de probabilidades cuando sistematiza el uso de los métodos infinitesimales. Con esta poderosa herramienta encontró, en forma más sencilla que por los métodos combinatorios clásicos, soluciones asintóticas a ciertos tipos de problemas con valores grandes de los parámetros. También Daniel Bernoulli va a interesarse por el problema del análisis de los errores en las observaciones. En esa época era común considerar el promedio de las observaciones realizadas como el mejor valor de la magnitud

medida. Bernoulli mostró la insuficiencia de tal razonamiento y aconseja utilizar un método que puede considerarse un antecedente al método de los mínimos cuadrados ideado posteriormente por Gauss.

Durante su estancia en San Petersburgo, Daniel Bernoulli comunicó a la Academia de Ciencias sus profundas reflexiones acerca de un problema planteado por su primo Nicolaus I y que por esta razón quedó bautizado como paradoja de San Petersburgo. Para la "solución" de esta paradoja introduce el concepto de esperanza moral sobre la que basa todas sus deducciones. El concepto de esperanza moral fue muy popular durante todo el siglo XVIII e incluso en el siglo XIX, hasta el punto que Laplace en su obra cumbre Teoría Analítica de las Probabilidades la considera entre los diez principios generales. Este es un concepto al cual no se le encontró un verdadero interés teórico o práctico y ha caído en el olvido de los matemáticos.

En 1734 Daniel asume la cátedra de Anatomía y Botánica de Basilea. Sus conferencias de Fisiología se hicieron rápidamente famosas, por su actualización y por su didactismo. En este año somete a la Academia de París sus ideas sobre Astronomía, con el objetivo de ganar el correspondiente Premio. Johann Bernoulli también se había interesado en ganar ese premio, tenía 67 años y aparentemente quería demostrar al mundo que conservaba su buena forma, al menos científicamente. Al enterarse de la pretensión del hijo, se dejó llevar de la cólera y expulsó a Daniel de la casa familiar. Aunque la Academia le adjudicó el Primer Premio a ambos, la ira del viejo Johann no se calmó. Daniel entró en una aguda depresión que hizo que perdiera el interés por las investigaciones, al menos temporalmente.

Con su regreso a Basilea, Daniel no cortó sus relaciones científicas y amistosas con su amigo Leonhard Euler, que asumió la cátedra de Matemáticas que él dejara vacante. Se conserva una abundante y valiosa correspondencia entre Daniel y su amigo Euler. Varios de los temas principales que discutieron en sus cartas fueron de la mecánica de los medios flexibles y elásticos, en particular los problemas de pequeñas oscilaciones de cuerdas y vigas. Particularmente atractiva es la polémica que se abrió sobre el tema de la cuerda musical, no sólo entre Euler y Daniel, sino con la incorporación de un joven geómetra Jean le Rond D'Alembert, quien pronto fue considerado entre los más prestigiosos geómetras de Francia en el siglo de las luces.

Daniel envió a las Academias de San Petersburgo y de Berlín varios trabajos sobre este tema, enfatizando su prioridad y las características más generales de sus resultados. Después de permitirse sarcasmos sobre el carácter abstracto de los trabajos de D'Alembert y Euler, reitera que pueden existir simultáneamente muchos modos de oscilación en la cuerda vibrante e insiste en que todas las posibles curvas iniciales se pueden representar en la forma:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

, porque existen suficientes constantes  $a_n$

como para que la serie se ajuste a cualquier curva. En consecuencia, afirma, que todos los correspondientes movimientos vendrán dados por la serie infinita:

.

Así pues, cualquier movimiento, correspondiente a una curva inicial, no es más que una suma de armónicos periódicos sinusoidales. Sin embargo, Bernoulli no dio argumentos matemáticos para apoyar sus afirmaciones; se apoyó en argumentos físicos.

El debate sobre la ecuación de la cuerda, sometida a una vibración en un mismo plano, es importante desde el punto de vista matemático, no sólo porque representa el primer análisis de la solución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, sino además porque la discusión llevó al cuestionamiento de las nociones establecidas de función y de representación de funciones mediante series trigonométricas. En particular en las ideas de Daniel estaba el germen de la teoría de representación en series de Fourier que se estableció en el s. XIX con los trabajos de Fourier, Dirichlet, Riemann y otros.

La fama de Daniel como hombre de ciencias pronto se hizo notoria en toda Europa. Dos años después de la muerte de su padre, la universidad de Basilea, que se preciaba por la conservación de las tradiciones rituales en el otorgamiento de sus cátedras, tuvo una actitud deferente con Daniel al otorgarle sin concurso la cátedra de Física, manteniéndole su derecho a participar con voz y voto, en las actividades de la Facultad de Medicina.

Al pasar a la cátedra de Física, que siempre consideró más cercana a sus gustos y preferencias científicas, Daniel se consagró aún más a la labor docente. A partir de 1750 su prestigio creció considerablemente tanto como conferencista de Física Teórica y sobre todo por sus clases, poco comunes en la época, de Física Experimental. Se cuenta que era frecuente que sus conferencias fueran escuchadas por auditorios de más de cien participantes, venidos de diferentes rincones de Europa.

Fue 2 veces Rector de la Universidad de Basilea, en 1744 y 1756. Siempre se sintió muy comprometido con el desarrollo de la Universidad. Realizó donaciones en varias ocasiones de sumas considerables de dinero para equipamiento de laboratorios y adquisición de nuevos títulos en la Biblioteca.

En el ocaso de su vida, Daniel Bernoulli, se encargó de varias obras de beneficencia. En particular, con su financiamiento ordenó construir un pequeño hostel que servía de refugio a los estudiantes temporales que no tenían suficientes recursos. Allí le daban a tales jóvenes, no sólo cama, sino también comida y en algunos casos un dinero para viáticos, algo parecido a las actuales becas.

El 17 de marzo de 1782 Daniel Bernoulli tuvo un paro respiratorio y murió en la ciudad que tanto lo admiraba. En un acto solemne de la Academia de Ciencias de París el filósofo y geómetra Marqués de Condorcet, quién entonces fungía como Secretario Perpetuo, leyó un elogio fúnebre que recoge no solo los méritos de su obra sino sus características como verdadero hombre de ciencias:

Él tenía facilidad en utilizar la teoría para penetrar profundamente en el conocimiento de la naturaleza, aplicando la matemática no sólo en la mecánica racional, en las leyes abstractas de los cuerpos, sino también en la física, en los fenómenos de la naturaleza en su real estado y en aquellos fenómenos los cuáles conocemos a través de las observaciones.

Nadie mejor que él pudo encontrar en el Análisis Matemático los medios para extraer de los cálculos todos los detalles de los fenómenos; nadie mejor que él supo preparar los experimentos para obtener la ratificación de los resultados de la teoría...En el más amplio sentido fue Filósofo y Físico.

Daniel Bernoulli publicó 86 trabajos sobre los más variados temas de Matemáticas Mixtas y ganó 10 Premios de la Academia de Ciencias de París sobre temas de importancia estatal, siendo sólo superado por el líder de todos los matemáticos de la época, Leonhard Euler que ganó 13 Premios.

Cuando murió en 1782, moría uno de los primeros matemáticos aplicados y uno de los últimos verdaderos hombres de ciencia ilustrados.

---

### Bibliografía seleccionada

- Bernhardt, H. (1989) La familia de matemáticos Bernoulli. En Biografías de grandes matemáticos. H. Wussing & W. Arnold. Prensas Universitarias de Zaragoza.
- Bottazzini, U. et al. (ed.) (1982-96) Der Werke von Daniel Bernoulli Vols. 1-3, Birkhäuser Verlag, Basel.
- Dunham, W. (2000) Euler. El maestro de todos los matemáticos. Nivola. Madrid.
- Kline, M. (1994) El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Tomo II. Alianza Universidad. Madrid
- Mathúna, D. Ó (2000) The Bernoulli Project. Dungaldan Press. Dundalk, Ireland.
- Stillwell, J. (1994) Mathematics and its history. Cap. 12. 3ª ed. Springer. New York
- Tokaty, G. A. (1994) A History and Philosophy of Fluid Mechanics. Dover. New York.