

Hallar tres números naturales en progresión aritmética de diferencia(o razón) 2, tales que la suma de sus cuadrados sea un número de 4 cifras iguales.

Si bien este problema es relativo a las progresiones aritméticas no es necesario conocer muchos conocimientos relativos a ese campo.

De acuerdo al concepto de progresión aritmética de razón 2 , los números buscados son :

$$n, n+2, n+4$$

Una vez planteado este supuesto, el resto del problema se resuelve usando conceptos de divisibilidad.

La suma de los cuadrados de los tres números es:

que, necesariamente, de acuerdo al enunciado del problemas, será de la forma: $M(1111)$ para alguna cifra M del 1 al 9.

Ahora bien el número $M(1111) - 8$ y también el número $4M - 8$ son divisibles por 3 (comprobar este último resultado). Si recordamos las ecuaciones diofánticas podemos poner :

$4M - 8 = 3A$, o de manera equivalente que : $4M - 3A = 8$, en la que rápidamente observamos

que $M = 2; A = 0$ es una solución.

Otras posibilidades son $M = 5; A = 4$ y $M = 8; A = 8$.

Ahora bien teniendo en cuenta :

Se ha de verificar que:

Este último valor además de ser entero, debe ser un cuadrado.

Pero esto solo ocurre para $M = 5$ en el que obtenemos $n = 43$, por tanto los números buscados son: 41, 43 y 45.

