

¿ Cuántos triángulos distintos con perímetro de 7 centímetros tienen lados de longitudes enteras?

Este es un problema muy sencillo, pero que tiene un trasfondo de mucha profundidad. Cualquiera persona, con unas nociones geométricas básicas puede resolver el problema por ensayo-error.

Para resolver el problema hay que tener presente dos propiedades métricas de cualquier triángulo, son las siguientes.

"En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos lados y mayor que su diferencia"; (Esta propiedad se deriva de la proposición 20 del I libro de los *Elementos*

de Euclides"

De acuerdo a este resultado podemos estudiar caso a caso:

- Si el lado pequeño mide 1, entonces los otros dos lados han de ser iguales a 3.
- Si el lado pequeño mide 2, el triángulo puede tener los tres lados iguales (de dimensiones 2 cada lado, pero en ese caso el perímetro no es igual a 7 unidades) o bien 2 y 3 los otros lados; evidentemente otras dimensiones tendrían un perímetro mayor que 7 unidades.

Resumiendo únicamente hay **dos casos** de triángulos de perímetro 7 unidades y con dimensiones enteras, que son :

1, 3, 3 y 2, 2, 3

Recordando a Euclides y su obra, aquí te presentamos un resumen del I Libro de *Los Elementos*

S.

DEFINICIONES

Definición 1. Un punto es lo que no tiene partes.

Definición 2. Un segmento es una longitud sin anchura.

Definición 3. Las extremidades de un segmento son puntos.

Definición 4. Una recta es una línea que yace por igual respecto de todos sus puntos.

Definición 5. Una superficie es lo que solo tiene longitud y anchura.

Definición 6. Las extremidades de una superficie son líneas.

Definición 7. Una superficie plana es una superficie que yace por igual sobre todas las líneas que contiene.

Definición 8. Un ángulo plano es la inclinación en un plano de una línea sobre otra con la que se encuentra y no forma línea recta.

Definición 9. Y cuando las líneas que comprenden el ángulo son rectas, el ángulo es rectilíneo.

Definición 10. Cuando una línea recta que está sobre otra hace que los ángulos adyacentes sean iguales, cada uno de los ángulos es recto, y la recta que está sobre la otra se llama una perpendicular a la otra.

Definición 11. Un ángulo obtuso es un ángulo mayor que un ángulo recto.

Definición 12. Un ángulo agudo es un ángulo menor que un ángulo recto.

Definición 13. Un borde es lo que es una extremidad de algo.

Definición 14. Una figura es lo que está comprendido por cualesquiera borde o bordes.

Definición 15. Un círculo es una figura plana comprendida por una sola línea [llamada circunferencia] tal que todos los segmentos trazados hasta ella desde uno de los puntos pertenecientes a la figura son iguales.

Definición 16. Y el punto se llama centro del círculo.

Definición 17. Un diámetro de un círculo es cualquier línea recta que pase por el centro y que termine en ambas direcciones en la circunferencia del círculo; esta línea también divide al círculo por la mitad.

Definición 18. Un semicírculo es la figura contenida por el diámetro y la circunferencia cortada por él. El centro de semicírculo es el mismo que el del círculo.

Definición 19. Figuras rectilíneas son aquellas formadas por líneas rectas. Triláteros las formadas por tres, cuadriláteros las formadas por cuatro y multiláteros las formadas por más de cuatro líneas rectas.

Definición 20. De los triángulos, el equilátero es el que tiene los tres lados iguales; el isósceles el que tiene dos lados iguales y uno desigual; y el escaleno, el que tiene los tres lados desiguales.

Definición 21. De los triángulos, el rectángulo es el que tiene un ángulo recto, el obtusángulo el que tiene un ángulo obtuso y acutángulo el que tiene los tres ángulos agudos.

Definición 22. De los cuadriláteros, el cuadrado es el que tiene los lados iguales y los ángulos rectos; el rombo el que es equilátero, pero no tiene los ángulos rectos; y el romboide el que tiene los lados y ángulos opuestos iguales, pero ni es equilátero ni tiene los ángulos rectos. Los demás cuadriláteros se llaman trapeacios.

Definición 23. Rectas paralelas son aquellas que, estando en un mismo plano, por más que se las prolongue en ambos sentidos nunca se encuentran.

POSTULADOS

Postulado 1. Por dos puntos distintos pasa una única recta.

Postulado 2. Un segmento rectilíneo puede ser siempre prolongado.

Postulado 3. Hay una única circunferencia con un centro y un radio dados.

Postulado 4. Todos los ángulos rectos son iguales.

NOCIONES COMUNES

Postulado 5. Si una secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores cuya suma es menor que dos rectos, las dos rectas, suficientemente prolongadas se cortan en este mismo lado.

Noción común 1. Cosas iguales a una tercera son iguales entre sí.

Noción común 2. Si a cosas iguales se añaden cosas iguales, los totales son iguales.

Noción común 3. Si de cosas iguales se sustraen cosas iguales, las diferencias son iguales.

Noción común 4. Si dos cosas coinciden con una tercera, entonces son iguales.

Noción común 5. El todo es mayor que su parte.

PROPOSICIONES

Proposición 1. Construir un triángulo equilátero sobre un segmento dado.

Proposición 2. Situar un segmento igual a uno dado con un extremo en un punto dado.

Proposición 3. Quitar del mayor de dos segmentos distintos dados un segmento igual al menor.

Proposición 4. Si dos triángulos dos lados respectivos iguales, y tienen los ángulos comprendidos iguales, entonces también tienen las bases iguales, los triángulos son iguales, y los ángulos restantes son iguales, concretamente los opuestos a los lados iguales.

Proposición 5. En triángulos isósceles los ángulos en la base son iguales y, si los lados iguales se prolongan, los ángulos bajo la base son iguales.

Proposición 6. Si en un triángulo dos ángulos son iguales, entonces los lados opuestos a los ángulos iguales también son iguales.

Proposición 7. Dadas dos segmentos contruidos desde los extremos de un segmento y convergentes en un punto, no pueden construirse desde los extremos del mismo segmento, y por el mismo lado, otros dos segmentos que se encuentren en otro punto y sean iguales a los dos segmentos, concretamente iguales a los que parten del mismo extremo.

Proposición 8. Si dos triángulos tienen dos lados respectivos iguales, y también tienen la base igual a la base, entonces también tienen iguales los ángulos comprendidos por los segmentos iguales.

Proposición 9. Bisecar un ángulo rectilíneo dado.

Proposición 10. Bisecar de un segmento dado.

Proposición 11. Levantar una perpendicular a un segmento dado desde un punto del mismo.

Proposición 12. Dibujar una perpendicular a una recta por un punto exterior a ella.

Proposición 13. Si un segmento está sobre otro, produce o ángulos rectos o ángulos que suman dos rectos.

Proposición 14. Si con una recta y un punto en ella, dos segmentos que no están en el mismo lado producen ángulos adyacentes que suman dos ángulos rectos, entonces los dos segmentos están en línea rectas el uno con el otro.

Proposición 15. Dos segmentos que se cortan el uno al otro producen ángulos opuestos iguales. Corolario. Si dos segmentos se cortan el el uno al otro, producen en la intersección ángulos que suman cuatro rectos.

Proposición 16. En cualquier triángulo, si se prolonga uno de los lados, el ángulo exterior es mayor o igual que el ángulo interior y los ángulos opuestos.

Proposición 17. En cualquier triángulo, la suma de cualesquiera dos ángulos es menor que dos rectos.

Proposición 18. En cualquier triángulo, el mayor ángulo es el opuesto al lado mayor

Proposición 19. En cualquier triángulo, el mayor lado es el opuesto al ángulo mayor.

Proposición 20. En cualquier triángulo la suma de cualesquiera dos lados \square es mayor que el tercero.

Proposición 21. Si de los extremos de uno de las lados de un triángulo se construyen dos segmentos que se encuentre dentro del triángulo, entonces la suma de los lados así contruidos es menor que la suma de los otros dos lados del triángulo, pero los segmentos así contruidos comprenden un ángulo mayor que el comprendido por esos dos lados.

Proposición 22. Para construir un triángulo a partir de tres segmentos dados es necesairo que la suma de cualesquiera de los dos segmentos dados sea mayor que el del tercero.

Proposición 23. Construcción sobre un segmento dado y un punto sobre él un ángulo rectilíneo igual a un ángulo rectilíneo dado.

Proposición 24. Si dos triángulos tienen iguales dos lados, pero el ángulo comprendido en uno de ellos es mayor que el del otro, la base también será mayor.

Proposición 25. Si dos triángulos tienen dos lados respectivos iguales, pero la basees mayor en uno que en otro, entonces el ángulo comprendido es también mayor en uno que en el otro.

Proposición 26. Si dos triángulos tienen dos ángulos respectivos iguales, y uno de los lados, el que une los dos ángulos iguales o el opuesto a uno de los ángulos iguales, entonces los lados restantes son iguales y el ángulo restante es igual.

Proposición 27. Si un segmento corta a dos rectas haciendo los ángulos alternos iguales entonces las rectas son paralelas.

Proposición 28. Si un segmento corta a dos líneas haciendo el ángulo exterior igual al ángulo interior y opuesto sobre el mismo lado, o la suma de los ángulos interiores sobre el mismo lado es igual a dos rectos, entonces las dos líneas son paralelas.

Proposición 29. Una recta que corta a dos rectas paralelas hace los ángulos alternos iguales, los ángulos exteriores iguales a los interiores y opuestos, y la suma de los ángulos interiores por el mismo lado iguales a dos rectos.

Proposición 30. Las rectas paralelas a una recta dada también son paralelas entre sí.

Proposición 31. Construcción de una recta paralela a una dada por un punto dado.

Proposición 32. En cualquier triángulo, si uno de los lados se prolonga, entonces el ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores y opuestos, y la suma de los tres ángulos del triángulo es de dos rectos.

Proposición 33. Los segmentos que unen los extremos de segmentos iguales y paralelos en la misma dirección son también iguales y paralelos.

Proposición 34. Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales y las diagonales bisecan el área.

Proposición 35. Los paralelogramos sobre la misma base y están en la mismas paralelas son iguales.

Proposición 36. Los paralelogramos que tienen las bases iguales y están en las mismas paralelas son iguales.

Proposición 37. Los triángulos que están sobre la misma base y en las mismas paralelas son iguales.

Proposición 38. Triangles which are on equal bases and in the same parallels equal one another. Proposición 39. Triángulos iguales que están sobre la misma base y por el mismo lado están también en las mismas paralelas.

Proposición 40. Triángulos iguales con bases iguales y sobre el mismo lado están también en las mismas paralelas.

Proposición 41. Si un paralelogramo tiene la misma base que un triángulo y está en las mismas paralelas, entonces el paralelogramo es el doble que el triángulo.

Proposición 42. Construcción con un ángulo dado de un paralelogramo igual a un triángulo dado. Proposición 43. En cualquier paralelogramo los complementos de los paralelogramos sobre la diagonal son iguales.

Proposición 44. Dado un segmento construir con un ángulo dado un paralelogramo igual a un triángulo dado.

Proposición 45. Construcción de un paralelogramo igual a una figura rectilínea dada con un ángulo rectilíneo dado.

Proposición 46. Construcción de un cuadrado sobre un segmento dado.

Proposición 47. En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden al ángulo recto.

Proposición 48. Si en un triángulo el cuadrado de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes, entonces el ángulo comprendido por los dos lados restantes del triángulo es recto.