

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

Mi procesador de textos subraya en rojo la palabra “cuantización”. El diccionario online de la RAE incluye la palabra “cuantizar”: *Aplicar los conceptos y métodos de la física cuántica al estudio de un fenómeno.*

No piense el lector que necesita saber física cuántica para entender lo que sigue. No vamos a escribir sobre física, sino sobre tratamiento de imágenes digitales. Y sobre sistemas electorales.

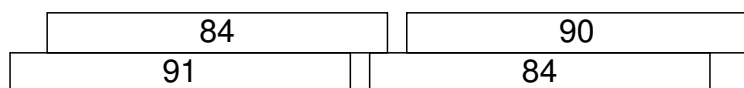
Las imágenes digitales están formadas por píxeles (del inglés *picture element*), que son unos cuadraditos en los que se divide el rectángulo que forma la imagen. Cuando se dice que una imagen tiene un tamaño de 256x512 quiere decir que tiene  $256 \times 512 = 131.072$  píxeles. Una imagen digital se guarda en los dispositivos electrónicos dando a cada píxel tres valores numéricos que representan en el sistema RGB (

*Red-Blue-Green*

) la intensidad del azul, del rojo y del verde del píxel. La combinación de estos colores produce  $256 \times 256 \times 256 = 16.777.216$  tonalidades de colores.

El valor que se asigna a la intensidad de uno de los colores básicos de cada píxel es un número entero entre 0 y 255. No es casualidad que entre 0 y 255 haya (contando ambos números)  $256 = 2^8$  números enteros. Así podemos representar estos números con 8 *bits*, es decir un *byte*.

Cuando se toma una fotografía con una cámara digital, los programas con los que va equipado el dispositivo realizan varias operaciones para reducir su tamaño digital a la cantidad que hayamos establecido. Si tomamos la fotografía de un plato de comida con una tableta, enviarla a través de Internet al teléfono móvil de un amigo requiere reducir su tamaño digital para que pueda ser transmitida rápidamente, teniendo cuidado de que nuestro amigo reciba suficiente información para reconocer el manjar que estamos saboreando.



La reducción del tamaño de una imagen implica realizar varias operaciones, entre ellas la de agrupar píxeles. Imaginemos que las tonalidades azules que forman los cuatro píxeles de la parte superior izquierda de una imagen son los de la tabla de la derecha. Si el color azul de estos píxeles quiere representarse con un solo número, una posibilidad es hacer, y se hace en el caso más sencillo de tratamiento de imágenes, su media aritmética: en este caso sale 87,25. Este número decimal no representa ninguna tonalidad del color azul, porque solo podemos

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

usar números enteros entre 0 y 255. Es necesario asignar a este valor decimal un número entero. Esto se llama “**cuantización**” en el procesamiento de señales.

Con el número 87,25 una posibilidad es dejarlo en 87, es decir quedarnos con la parte entera del número, que representamos  $E(87,25) = 87$ . Si aceptamos esta cuantización, y hubiéramos obtenido 64,75 al hacer la media aritmética, hubiéramos elegido  $E(64,75) = 64$ . Es una posibilidad. El lector habrá advertido que hay más. Otra de ellas es el redondeo que hacen los bancos con los céntimos, solo que aquí lo hacemos con la parte no decimal. Así  $R91(87,25) = 87$  y  $R(64,75) = 65$ , donde la letra R se utiliza por ser la inicial de *Redondeo*. Cuando se quiere comprimir mucho una imagen el redondeo proporciona resultados un poco mejores que tomar la parte entera.

¿Y qué tiene que ver la cuantización con los sistemas electorales? Paciencia, que ya lo explico.

Elecciones ha habido varias este año. Todavía queda una más. Como no somos adivinos, usaremos los datos de la última votación: las elecciones al Parlament de Catalunya del 27 de septiembre de 2015. Los resultados finales se describen en el cuadro siguiente, tomados, como todos los datos restantes, de:

[http://resultats.parlament2015.cat/09AU/DAU09999CM\\_L1.htm](http://resultats.parlament2015.cat/09AU/DAU09999CM_L1.htm)

Candidaturas	JxSi	C's	PSC
Votos	1.628.714	736.364	523.283
Diputados	62	25	16

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

El Parlament de Catalunya tiene 135 escaños, por lo que la mayoría absoluta se obtiene con 68 diputados. Entre JxSi y CUP suman 72 diputados, lo que supera a la mayoría absoluta en cuatro. ¿Cómo se ha obtenido este número de diputados?

El número de diputados de cada partido no refleja con total fidelidad el porcentaje de votos obtenidos. Una de las razones por lo que esto sucede es porque, para elegir diputados, Catalunya está dividida en cuatro distritos, que se corresponden con sus provincias: Barcelona, Girona, Lleida y Tarragona. Otra es que se utiliza la ley D'Hondt para repartir los escaños (propuesta en 1878 por el jurista belga y profesor de Derecho Civil y Fiscal en la Universidad de Gante, Victor D'Hondt).

En la ley D'Hondt se divide el número de votos de cada partido entre los enteros sucesivos 1, 2, 3, etc., hasta llegar al número de escaños que se deben repartir. El partido que tenga el número más grande en esta tabla consigue su primer escaño. Retirado este número, se busca en la tabla el número mayor entre los que quedan. Si pertenece al mismo partido, éste habría conseguido dos escaños; si pertenece a otro partido, este segundo escaño del Parlament sería el primero del otro partido. Se procede así hasta asignar todos los escaños. El método es sencillo de describir y rápido de aplicar si tenemos que repartir pocos escaños. Pero si hay que repartir muchos, como en Barcelona, que tiene asignados 85, ya no es tan rápido. Afortunadamente tenemos computadores y expertos que saben programar esta ley.

Pero hay otra forma de hacerlo que, ni es tediosa, ni necesita programadores expertos. Thomas Jefferson fue el primer Secretario de Estado (1789–1793), el segundo Vicepresidente (1797–1801) y el tercer Presidente de los Estados Unidos de América (1801-1809). En 1793 propuso un método de asignación de escaños que describiremos a continuación.

En el método de Jefferson se busca un número  $D$ , llamado *divisor*, de manera que las partes enteras de cada cociente de los votos de cada partido entre  $D$  sumen los escaños que se desea repartir. Si te parece complicado, mira lo fácil que es con un ejemplo. Tomemos los resultados de las últimas elecciones en la provincia de Barcelona.

<b>Barcelona</b>	JxSi	C's	PSC
<b>Votos</b>	1.112.922	581.032	421.487

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

El número total de votos es 2.956.100 y hay que repartir 85 escaños. Al dividir el número de votos entre el número de escaños se obtiene, tomando la parte entera, 34.777. Usemos este número como divisor:  $D = 34.777$ :

<b>Barcelona</b>	<b>85 Diputados</b>	<b>– Método de Jefferson</b>		
JxSi		C's	PSC	CSP
<b>Votos</b>	1.112.922	581.032	421.487	
<b>D=34.777</b>	32	16	12	

La tabla anterior se ha hecho en la hoja de cálculo EXCEL © usando la función ENTERO(Votos/D). Por ejemplo,  $\text{ENTERO}(1.112.922/34.777) = \text{ENTERO}(32,0016) = 32$ . Hay un problema: solo hemos repartido 82 escaños. Necesitamos un divisor más pequeño para que los escaños asignados aumenten. Con la hoja de cálculo bien preparada solo hay que variar D hasta llegar a conseguir 85 escaños:

<b>Barcelona</b>	<b>85 Diputados</b>	<b>– Método de Jefferson</b>		
JxSi		C's	PSC	CSP
<b>Votos</b>	1.112.922	581.032	421.487	

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

D=34.100	32	17	12
8			
7	85		

En este caso D=34.100 y el resultado es el mismo que se puede ver en la página Web oficial del Parlament de Catalunya.

Los resultados para las otras provincias, con el método de Jefferson son los siguientes:

<b>Girona</b>	<b>17 Diputados – Método de Jefferson</b>		
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	216.333	48.346	33.416
--------------	---------	--------	--------

D=18.399	11
2	
1	1
1	
1	
17	

<b>Lleida</b>	<b>15 Diputados – Método de Jefferson</b>		
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	126.922	26.612	19.364
--------------	---------	--------	--------

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
 Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

D=12.692	10
2	
1	0
1	
1	
15	

### Tarragona 18 Diputados – Método de Jefferson

JxSi	C's	PSC	CSP
------	-----	-----	-----

<b>Votos</b>	172.537	80.374	49.016
--------------	---------	--------	--------

D=19.170	9
4	
2	1
1	
1	
18	

También en estos casos el resultado es el mismo que el que se obtiene con la ley D'Hondt. No es casualidad. El divisor D en el método de Jefferson puede tomarse como el cociente que se ha usado para repartir el último escaño con la ley D'Hondt. Parece que no había mucha comunicación a través del Océano Atlántico en la primera mitad del siglo XIX desde el nuevo al viejo mundo.

El procesamiento de señales, y los bancos, nos enseñan que en lugar de tomar la parte entera de un número se puede hacer el redondeo, y quizá el resultado sea más justo. Hagamos pues el método de Jefferson, pero sustituyendo la función ENTERO por la función REDONDEO en la hoja de cálculo de Excel ©. Solo estamos cuantificando de otra manera.

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
 Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

¡Cuidado! No hemos inventado nosotros este método. Fue propuesto por Daniel Webster (1782-1852), hombre de estado y orador nacido en New Hampshire (EEUU). El método de Webster también se puede hacer de manera similar al método D'Hondt, pero se utilizan como divisores los números impares: 1, 3, 5, ... Etc., en lugar de los números naturales. Este método también fue propuesto por el matemático francés André Sainte-Laguë (1882-1950) y se usa, por ejemplo, en Alemania, Noruega, Suecia, Dinamarca y Nueva Zelanda. Tampoco en la segunda mitad del siglo XIX las noticias viajaban rápido entre el nuevo y el viejo mundo.

El reparto de escaños de las elecciones al Parlament de Catalunya del 27 de septiembre de 2015 con el método Webster hubiera sido el siguiente:

<b>Barcelona</b>	<b>85 Diputados –</b>	<b>Método de Webster</b>	
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	1.112.922	581.032	421.487
--------------	-----------	---------	---------

D=34.500	32	17	12
----------	----	----	----

8	85
7	

<b>Girona</b>	<b>17 Diputados – Método de</b>	<b>Webster</b>	
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	216.333	48.346	33.416
--------------	---------	--------	--------

D=22.100	10
----------	----

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
 Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

2	
2	1
1	
1	
17	

<b>Lleida</b>	<b>15 Diputados – Método de</b>	<b>Webster</b>	
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	126.922	26.612	19.364
--------------	---------	--------	--------

D=14.000	9
2	
1	1
1	
1	
15	

<b>Tarragona</b>	<b>18 Diputados – Método de</b>	<b>Webster</b>	
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Votos</b>	172.537	80.374	49.016
--------------	---------	--------	--------

D=21.000	8	4
2	1	
2		
1		
18		



## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

Hay un cambio de escaño en Girona, que pierde JxSi y lo gana el PSC. Otro cambio de escaño se produce en Lleida, que lo pierde JxSi y lo gana CSP. En Tarragona también JxSi pierde un escaño en favor del PP. El reparto de escaños en el Parlament sería ahora:

<b>Catalunya</b>	<b>135 Diputados – Método de</b>	<b>Webster</b>	
JxSi	C's	PSC	CSP

<b>Escaños</b>	59	25	17
----------------	----	----	----

Con el método de Webster - Sainte-Laguë, la agrupación JxSi + CUP tendría 69 escaños, uno por encima de la mayoría absoluta, y no cuatro como se obtenía con el método de D'Hondt - Jefferson.

La decisión de usar las decimonónicas agrupaciones provinciales como circunscripciones, que se legisla en la Ley Electoral española, y que es copiada por las leyes autonómicas, así como el reparto de escaños por provincias, que tiende a favorecer a las menos pobladas --donde además, por tener menos escaños, es más difícil hacer un reparto equitativo--, produce sesgos en la proporcionalidad de los resultados. Éstos podría eliminarse si las elecciones se realizaran con un distrito único. La existencia de partidos con implantación en una sola comunidad autónoma aconsejaría usar las comunidades autónomas como circunscripciones en las elecciones Generales, y así favorecer su presencia en el Congreso Nacional. Pero dado que no existen partidos provinciales, cabría pensar acerca de la posibilidad de tener un distrito único en las elecciones autonómicas.

Juntemos los votos de cada partido en las distintas provincias de Catalunya y hagamos el reparto D'Hondt. A estas alturas debemos ser capaces de hacerlo a la Jefferson:

<b>Catalunya</b>	<b>135 Diputados – Distrito Único – Método D'Hondt - Jefferson</b>		
JxSi	C's	PSC	CSP

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

D=28.500	1.628.714	736.364	523.283
----------	-----------	---------	---------

<b>Escaños</b>	57
25	
18	12
12	
11	
135	

La agrupación JxSi - CUP tiene ahora 68 escaños, justo lo que se necesita para la mayoría absoluta. Un diputado de estos partidos apretando erróneamente el botón de la votación haría que ganara el resto de los partidos.

Hagamos, finalmente, el reparto con el método de Webster – Sainte-Laguë con un distrito único:

### **185 Diputados – Distrito Único – Método Webster - Sainte-Laguë**

JxSi	C's	PSC	CSP
------	-----	-----	-----

D=29.350	1.628.714	736.364	523.283
----------	-----------	---------	---------

<b>Escaños</b>	55
25	
18	
13	
12	
12	

## 7. (Marzo 2016) Cuantización y sistemas electorales

Escrito por Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid)  
Miércoles 16 de Marzo de 2016 09:00

---

135
-----

¡Sorpresa! Con este método de reparto la agrupación C's – PSC – CSP – PP tendría 68 escaños, y la agrupación JxSi - CUP tendría 67. Este reparto resulta más acorde con la proporción de votos obtenidos por cada partido en toda Catalunya. De ser así, Catalunya podría tener la primera mujer Presidente de la Generalitat (la candidata de C's) y quizá tres Vicepresidentes (los candidatos de PSC, de CSP y de PP). O quizá no, porque es complicado hacer que los políticos se pongan de acuerdo.

Lo que queda claro es la importancia de la “cuantización” en los sistemas electorales.