

Francesco Flores D'Arcais

Escrito por Marta Macho Stadler
Miércoles 26 de Enero de 2022 18:00



El matemático italiano [Francesco Flores D'Arcais](#) (1849-1927) nació un 26 de enero.

Se licenció en 1869 por la [Università di Pisa](#) y fue profesor de [cálculo infinitesimal](#) en la [Università di Cagliari](#) desde 1874.

Enseñó álgebra y [geometría analítica](#) en la [Università di Bologna](#) en el periodo 1875-1878, y después en la [Università di Padova](#), donde permaneció hasta su muerte.

Fue autor de varios trabajos científicos, entre ellos un curso de cálculo infinitesimal que puede leerse en estos enlaces [[Corso di Calcolo Infinitesimale \(Vol. 1\)](#) , Edit. Angelo Draghi, 1899] y [[Corso di Calcolo Infinitesimale \(Vol. 2\)](#) , Edit. Angelo Draghi, 1901].

470

Ma le funzioni di x, y, z che compariscono nei secondi membri sono funzioni continue di x, y, z e si annullano per $x=y=z=0$, ma ciò, dato σ , significa, nel piano rappresentativo delle variabili x, y, z , un intorno del punto (σ, σ, σ) per tutti i punti (x, y, z) del quale i valori assoluti di quei secondi membri si mantengono minori di σ , ed avremo perciò

$$|P_n + Q_n| < \sigma, \quad |P_n| < \sigma,$$

ed in conseguenza $P_n + Q_n = 0, P_n = 0$, e poiché σ è diverso da zero, avremo $P_n = 0$ e quindi anche $Q_n = 0$. Allo stesso modo si dimostrerebbe che $P_{n-1} = 0, Q_{n-1} = 0, P_{n-2} = 0, Q_{n-2} = 0$, e perciò $P = 0, Q = 0$. Ciò posto, dalle (1) ricaviamo

$$(P_n - P_{n-1} + Q_n - Q_{n-1}) = \frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{P_n + Q_n}{x^n} \right)$$

da cui, come precedentemente, $P_n - P_{n-1} = 0, Q_n - Q_{n-1} = 0$. Tali, dalla (1) i termini uguali, si dimostrano, al modo stesso, che $P_{n-1} = P_{n-2}, Q_{n-1} = Q_{n-2}$, e poi che $P_{n-1} = P_{n-2}, Q_{n-1} = Q_{n-2}$, ecc.

114. La parte dell'integrale di $\frac{dx}{(x^2 - a^2)^m}$ che proviene dalle radici $\pm a$, il cui grado di molteplicità è r , è composta, in seguito alla (1) n. 112, di integrali della forma $\int \frac{P_r + Q_r}{(x - a)^{m-r} \sqrt{x^2 - a^2}} dx$, dove m è intero positivo, il cui calcolo si effetta nel modo seguente.

Se $m = 1$ abbiamo

$$\int \frac{P_1 + Q_1}{(x - a)^m} dx = \frac{1}{2} \int \frac{(P_1 + Q_1) dx}{(x - a)^m} + (Q_1 + P_1) \int \frac{dx}{(x - a)^{m-1} \sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$= \frac{1}{2} \log |x - a| + \frac{1}{2} \log |x + a| + (Q_1 + P_1) \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x - a}{a}$$

Se m è diverso dall'unità, abbiamo

$$\int \frac{P_m + Q_m}{(x - a)^m} dx = \frac{1}{2} \int \frac{(P_m + Q_m) dx}{(x - a)^m} + (Q_m + P_m) \int \frac{dx}{(x - a)^{m-1} \sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$= -\frac{1}{2(m-1)} \frac{1}{(x - a)^{m-1}} + (Q_m + P_m) \int \frac{dx}{(x - a)^{m-1} \sqrt{x^2 - a^2}}$$

Si ripete così da calcolare l'ultimo integrale $\int \frac{dx}{(x - a)^{m-1} \sqrt{x^2 - a^2}}$.

471

A tale scopo pongasi $x - a = y$ ed allora

$$I = \frac{1}{\sqrt{a^2 - 1}} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^m}$$

ma

$$(1) \int \frac{dy}{(1 + y^2)^m} = \int \frac{1 \cdot y^2 - y^2}{(1 + y^2)^m} dy = \int \frac{1}{(1 + y^2)^{m-1}} dy - \int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m}$$

e

$$\int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m} = \int y^2 \left(\frac{-1}{(1 + y^2)^{m-1}} \right) dy$$

da cui, integrando per parti,

$$\int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m} = -\frac{y}{2(m-1)(1 + y^2)^{m-1}} + \frac{1}{2(m-1)} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}}$$

e la (1) diviene

$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^m} = \frac{1}{2m-2} \frac{y}{(1 + y^2)^{m-1}} + \frac{2m-3}{2m-2} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}}$$

formula di riduzione, colla quale il calcolo di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^m}$ è ridotto a quello di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}}$. Applicando la stessa formula, il calcolo di questo si riduce a quello di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^2}$, e così di seguito, finché si giunge a $\int \frac{dy}{1 + y^2} = \operatorname{arctg} y$.

Così si verificherebbe subito che

$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{y}{1 + y^2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} y,$$

$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^3} = \frac{1}{4} \frac{y}{1 + y^2} + \frac{3}{8} \frac{1}{1 + y^2} + \frac{3}{8} \operatorname{arctg} y,$$

Ma se si desidera un'analisi più completa della relazione tra le potenze di a e $1/a$ si può ricorrere agli integrali di tipo $\int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^m}$ per gli Italiani