
HISTORIA

Sección a cargo de

Antonio J. Durán¹

Sophus M. Lie

por

Juan Núñez Valdés y Ángel F. Tenorio Villalón

Los dos matemáticos más insignes con los que el pueblo noruego ha contribuido a la ciencia son, sin ninguna duda, Niels Henrik Abel (Isla de Finnoy, 1802 - Arendal, 1829) y Sophus Marius Lie.

Sophus Marius Lie (en adelante, S. Lie) nació el 17 de diciembre de 1842 en la aldea de Eid, situada en el fondo del Eidfjord, una de las ramas del Nordfjord, que penetra profundamente en tierra firme a doscientos kilómetros al norte de Bergen y a unos ciento veinte kilómetros al sudoeste de Andalsnes.

Su padre, Johann Herman Lie, era un pastor luterano de la aldea de Eid, que fue llamado en 1851 a ejercer su ministerio en la pequeña ciudad de Moss, situada a orillas del fiordo de Oslo, no lejos de la capital, llamada por entonces Christiania. Johann Lie tenía seis hijos, siendo Sophus el menor de todos.

El pequeño Sophus asistió a la escuela comunal de la ciudad, en la que cursó Primaria y Secundaria. Cuando cumplió los 15 años, en 1857, ingresó en un colegio privado de Christiania llamado Nissen's Private Latin School, en el que decidió seguir la carrera militar, si bien por problemas de visión tuvo que dejar esa idea. De todas formas, en 1859 entró en la universidad de Christiania para estudiar Matemáticas y Ciencias. Aunque era un buen alumno en general, no llegó a mostrar aptitud



Sophus Lie

¹Los interesados en colaborar con esta sección pueden dirigir sus contribuciones a la siguiente dirección: Antonio J. Durán; Sección Historia Gaceta RSME; Departamento de Análisis Matemático; Facultad de Matemáticas; Universidad de Sevilla; Apto. 1160; 41080-Sevilla; duran@us.es

des especiales en ninguna disciplina en concreto. Se podría decir que careció de la temprana capacidad matemática que acompañó desde su juventud a matemáticos como Pascal, Clairaut o el mismo Abel. En esta etapa universitaria, Lie asistió a las clases de Ludwig Sylow (1832-1918) sobre los trabajos de Abel y Galois en ecuaciones algebraicas y a las de Carl Anton Bjerknæs (1825-1903) sobre matemáticas.

Tras obtener su diploma de licenciado en ciencias en 1865, sin recibir distinción alguna, S. Lie, que deseaba continuar una carrera académica, ejerció de tutor de otros estudiantes dándoles clases particulares. Al tiempo, persiguió objetivos propios de astronomía y mecánica, hasta 1868. En ese año y tras leer los trabajos de los geómetras Poncelet (1788-1867) y Plücker (1801-1868), S. Lie se sintió muy atraído por ambos. De hecho, su admiración por estos dos grandes maestros, a los cuales nunca llegó a conocer, se mantuvo toda su vida.

En concreto, Plücker fue uno de los que más le motivó debido a que indicaba nuevas geometrías que usaban líneas y curvas en lugar de puntos, como los elementos de un espacio dado. En 1869, S. Lie publicó su primer trabajo, que tuvo que pagar de su bolsillo, basado en esa idea de Plücker que tanto le llamó la atención. Posteriormente escribió una exposición más detallada, con ideas revolucionarias para la época, que no fue aceptada por algunos matemáticos de su tiempo. Incluso la Academia de Ciencias de Christiania tuvo sus dudas a la hora de publicar su trabajo. Para intentar arreglar esta situación, S. Lie llegó a escribir cartas a dos matemáticos prusianos, Carl Theodor Reye (1838-1919) y Alfred Clebsch (1833-1872), pidiéndoles que se le reconocieran sus ideas.

No obstante, fue su amigo Motzfeldt el que le animó a publicar sus ideas matemáticas y el resultado apareció a fines de 1869, al ser publicado su artículo en el *Journal de Crelle*. Ese artículo le valió para obtener una beca del Estado que le permitió viajar y conocer a matemáticos importantes. De este modo, S. Lie pudo permanecer en el extranjero una larga temporada y aprender de los mejores matemáticos del momento. Así, en el invierno de 1869 fue a Prusia, visitando Göttingen y luego Berlín. En Berlín, conoció a Leopold Kronecker (1823-1891), Erns Edward Kummer (1810-1893) y Karl Weierstrass (1815-1897). A S. Lie no le atraía mucho el estilo de Weierstrass, que era el que dominaba en Berlín. Sus intereses se acercaban más a Kummer, leyendo en el seminario que éste dirigía sus propios resultados y llegando incluso a corregir algunos errores que el propio Kummer cometió en un trabajo sobre líneas de congruencias de grado 3.

En esa época, fue importante para S. Lie conocer a un alumno de Plücker llamado Félix Klein (1849-1925). Entre ambos surgió una amistad (que duraría hasta la muerte de S. Lie), que les llevó a trabajar juntos y a intercambiar ideas de una forma igual de fructífera para los dos.

Fue en Berlín donde S. Lie desarrolló una nueva autoconfianza en sus habilidades matemáticas. Recibió alabanzas tanto de Kummer como de otros matemáticos que antes le habían ignorado, entre ellos los anteriormente citados Reye y Clebsch, que le animaban a seguir. Al respecto, S. Lie escribió

a su amigo Motzfeldt en Christiania, diciéndole: “... en los años 1864-68, realmente subestimé mi propio poder mental”.

En la primavera de 1870, S. Lie y Klein decidieron ir a París y después a Inglaterra, por lo que Klein pidió cartas de recomendación para él y para S. Lie al Ministerio de Educación de Berlín, pero la respuesta fue negativa. De todos modos se fueron juntos a París, donde conocieron a Camille Jordan (1838-1922), a Gastón Darboux (1842-1917) y a Michel Chasles (1793-1880), entre otros. Fue en París donde S. Lie descubrió la célebre *transformación* que lleva su nombre y que establece una relación entre las rectas y las esferas del espacio, por una parte, y entre las líneas asintóticas y las líneas de curvatura de la superficie, por otra.

En esta estancia en París, S. Lie y Klein (que tuvieron habitaciones adosadas) empezaron a interesarse en los trabajos de Evariste Galois (1811-1832), gracias al “*Traité des substitutions et des équations algébriques*” publicado en 1868 por Jordan. Ambos amigos conocieron el aprendizaje de las matemáticas que defendía Charles Hermite (1822-1901) y la metodología que éste practicaba con sus estudiantes. También aprendieron la virtuosidad de la escuela de geometría de Michel Chasles. Es en esta época en la que Klein y S. Lie publicaron sus tres volúmenes *Gesammelte mathematische Abhandlungen*. Aunque en ese momento ambos decidieron viajar a Inglaterra, tuvieron que abandonar esa idea al declararse la guerra franco-alemana en 1870. Klein, por ser de procedencia alemana, tuvo que volver de inmediato a Berlín, mientras que S. Lie prefirió quedarse en Francia (pudo hacerlo por ser noruego) ya que las discusiones matemáticas que allí encontraba le resultaban estimulantes. Sin embargo, cuando en agosto de ese año el ejército alemán atacó a parte del ejército francés en Metz, S. Lie decidió que era tiempo de partir y salir hacia Italia, viajando a pie atravesando Francia. Desgraciadamente, los franceses le detuvieron al atravesar el bosque de Fontainebleau y le hicieron pasar cuatro semanas en la prisión de dicha localidad, de la que salió gracias a la mediación apurada de Darboux, que consiguió convencer a las autoridades francesas de que las cartas en alemán que tenía S. Lie en su poder eran inofensivas y trataban sólo de matemáticas. Después, desde Italia, a donde llegó sin problemas, S. Lie volvió a Christiania pasando por Suiza y Alemania, con el fin de encontrarse de nuevo con Klein.

En 1871, la Universidad de Christiania le otorgó una beca de investigación para la obtención del doctorado en ciencias. Durante ese tiempo fue profesor asistente de esta misma Universidad y también fue profesor del Nissen's Private Latin School, por lo que dio clases en dos de los centros en los que antes había estado como alumno. En la universidad, S. Lie presentó un trabajo sobre *una clase de transformaciones geométricas* (en noruego) para su doctorado, que consiguió en julio de 1872. Esta disertación consistía en las ideas de sus primeros resultados publicados en el *Journal de Crelle* y además en el trabajo en *transformaciones de contacto*, un caso especial de transformaciones que descubrió en París. Tras obtener su tesis, S. Lie enseñó durante un año en la Universidad de Lund, en Suecia (por entonces Noruega estaba bajo soberanía

sueca), obteniendo posteriormente una cátedra que el Parlamento noruego había creado en la Universidad de Christiania. Es en ese momento, cuando puede entregarse de lleno al desarrollo de sus ideas.

En 1874 se casó con Anna Sophie Birch, una pariente lejana de su célebre compatriota Abel, con la que tuvo una hija y dos hijos. Su producción de memorias en este período es constante: sobre geometría, análisis, ecuaciones en derivadas parciales, etc. En todos estos trabajos se nota la influencia que ejerció sobre él el geómetra francés Gaspard Monge (1746-1818), uno de los fundadores de la Escuela Politécnica, que había mostrado en su obra la ayuda que podían prestarse mutuamente el análisis y la geometría. Pero S. Lie debe su gloria principalmente a una teoría de la cual es indiscutiblemente el creador: la *teoría de los grupos de transformaciones*, cuya necesidad y fecundidad había percibido desde muy pronto. En este sentido es, y él mismo lo decía, el continuador de Galois. Al igual que Galois había demostrado que la noción de *grupo de permutaciones* ofrecía la clave de toda la teoría de resolución de ecuaciones algebraicas, S. Lie quería conseguir para las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales una teoría semejante a la que Galois había conseguido para las ecuaciones algebraicas, es decir, relacionar la teoría de grupos con las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. La idea le surgió de las dificultades que encontró al leer los trabajos de una serie de matemáticos que, a finales de la década de 1860, se dedicaron a trabajar sobre los trabajos de Carl E. Jacobi (1804-1851) sobre la resolución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. De este modo, pensó en obtener una teoría geométrica a partir de encontrar invariancias por unas ciertas transformaciones que caracterizaran a estas ecuaciones. También estudió cómo la existencia de transformaciones de una ecuación diferencial en derivadas parciales afectaba al procedimiento de Jacobi para obtener soluciones a partir de combinaciones de unas ya dadas. S. Lie observó que en lugar de comenzar con una ecuación diferencial en derivadas parciales y llegar a una transformación, como se hacía hasta ese momento, se podía realizar el procedimiento contrario. Por lo tanto demostraba que un tipo de transformaciones llamadas *de contacto* llevaban a una ecuación diferencial en derivadas parciales y convirtió el proceso de combinar estas ecuaciones en derivadas parciales en un proceso de combinar transformaciones. Así a una ecuación diferencial en derivadas parciales le asoció una familia finita de transformaciones, que resultó ser cerrada, por lo que la llamó *grupo*. S. Lie llegó a estas conclusiones a finales de 1873, y en realidad, las familias que él había encontrado eran lo que hoy en día se conocen con el nombre de *álgebras de Lie* (todas ellas de dimensión finita). De este modo, obtenía una clasificación de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales a partir de los grupos continuos de transformaciones y, en especial, de las transformaciones de contacto, una de las cuales es la transformación de Lie, mencionada anteriormente. Todo esto se le ocurrió al ver que la mayoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias que habían sido integradas por métodos clásicos eran invariantes bajo las clases de grupos continuos de transformaciones, por lo que pensó que podían ayudar en la resolución y clasificación de las

ecuaciones diferenciales. Algunos de sus resultados sobre ecuaciones diferenciales en derivadas parciales los compartió con Adolph Mayer (1839-1908). No obstante, S. Lie no fue del todo reconocido por este desarrollo en su momento, quizás porque él no escribió sobre su descubrimiento usando el lenguaje analítico aceptado por entonces. Puede afirmarse por tanto, que S. Lie es uno de los artífices del progreso de la teoría de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, de los grupos continuos finitos, de los grupos de transformaciones de contacto y de las transformaciones analíticas. Además, usando los grupos finitos continuos, S. Lie clasificó las ecuaciones diferenciales ordinarias y dio un método para solucionarlas que englobaba todos los demás métodos clásicos de resolución, optimizando y facilitando la resolución de dichas ecuaciones. Es interesante comentar que las transformaciones de contacto establecen de modo biunívoco una correspondencia entre las rectas y las esferas del espacio euclídeo, convirtiendo rectas que se cortan en circunferencias tangentes. Además las transformaciones de contacto son un caso particular de las transformaciones analíticas; en concreto, son las que llevan superficies tangentes en superficies tangentes. Por desgracia, los trabajos sobre integración durante sus últimos veinte años de vida fueron repetitivos y dispersos.

No obstante, el concepto de *grupo de Lie* no surgiría hasta bastante tiempo después, cuando se intentó probar que existían distintos sistemas de tales “grupos” que no podían ser transformados unos en otros por medio de cambios de variables. Si el número de variables estaba fijo, sólo había un número finito de distintos grupos de transformaciones. Este hecho llevó a S. Lie a pensar que el estudio de tales “grupos” podía resultar un objeto práctico de estudio, por lo que se entregó a esta tarea desde 1873, edificando su denso trabajo de teoremas fundamentales, del que dedujo, de forma inmediata, numerosas consecuencias.

De este modo, S. Lie y Klein comparten la distinción de ser los primeros matemáticos que enfatizaron la importancia de la noción de grupo en geometría. Usando la Teoría de Grupos pudieron establecer las relaciones entre los diferentes tipos de geometrías que habían ido apareciendo hasta la fecha, con el fin de intentar unificarlas atendiendo a lo que pudieran tener en común, unificación que hará desaparecer lo puramente geométrico. El objetivo de Klein y S. Lie consistirá en convertir el *hacer geométrico* en *hacer algebraico*. Para ello, usarán los grupos de transformaciones que permiten estudiar los elementos geométricos desligándolos de la propia configuración. De este modo, la geometría deja de ser el estudio de objetos en el espacio y pasa a ser el estudio del propio espacio: esa multiplicidad abstracta con sus elementos y sus transformaciones. En concreto, S. Lie caracterizó las geometrías en las que los movimientos rígidos fueran posibles por medio de los tipos de grupos continuos de transformaciones que dichos espacios permiten.

Aunque Abel había muerto hacía 40 años en 1872 y su carrera había sido corta, sus obras completas no se habían publicado aún. En esta tesitura, S. Lie y Sylow prepararon entre 1873 y 1881 una edición de las *Oeuvres* de Abel en dos volúmenes, que aparecieron en Christiania en 1881. En 1882, la lectura de

una memoria del matemático francés Georges Halphen (1844-1889) anima a S. Lie a intentar compendiar en una gran obra didáctica los resultados de sus investigaciones anteriores, especialmente las referidas a la teoría de grupos. Esto lo consiguió con la colaboración, desde 1884, de un joven matemático alemán llamado Friedrich Engel (1861-1941), recomendado a S. Lie por Klein y Mayer.

Esa colaboración entre S. Lie y Engel duró nueve meses, ya que en 1885 Engel se fue a Leipzig. De todos modos, en 1886, S. Lie es llamado a la Universidad de Leipzig para suceder a Klein, con el que había mantenido correspondencia a lo largo de los años y que había sido nombrado profesor de la Universidad de Göttingen. Klein le animó para que aceptara el puesto durante un tiempo para reunir alumnos brillantes capaces de presentar sus ideas. S. Lie hizo caso a su amigo, aceptó el puesto y pronto empezó a reunir alumnos a su alrededor, con lo que consiguió darle difusión a sus ideas, aún poco conocidas debido a que sus primeras memorias estaban en noruego y únicamente publicadas en la Academia de Christiania. Así pudo volver a trabajar con Engel de forma continuada durante nueve años, culminando esta colaboración en una obra que resultó ser la principal publicación de S. Lie: *Theorie der Transformationsgruppen*, en tres volúmenes entre 1888 y 1893.

A S. Lie también le agradaba ver llegar a Leipzig a jóvenes alumnos de la Escuela Normal Superior, enviados por el director de la misma, Jules Tannery (1848-1910), para estudiar en sus orígenes la teoría de grupos. Uno de estos alumnos era Ernest Vessiot (1865-1952), que fue director honorario de la Escuela Normal y que contribuyó de gran modo con sus trabajos a dar a conocer la obra de S. Lie. En este período surgieron varios libros debido a las colaboraciones de S. Lie con algunos de estos alumnos. Es también por entonces, en concreto en 1891, cuando S. Lie escribe su *Vorlesungen über Differentialgleichungen* en el que trata sobre ecuaciones diferenciales y transformaciones infinitesimales.

Los doce años que S. Lie pasó como profesor de la Universidad de Leipzig fueron de los más prolíficos de su carrera. Sin embargo, hay que añadir que fue durante su estancia en Leipzig, en 1890, cuando sufrió una profunda crisis de neurastenia (ése era el nombre que recibía por entonces una fuerte depresión) que le obligó a permanecer durante bastante tiempo en una casa de reposo. En 1892, S. Lie se trasladó por seis meses a París, donde se interesó por las investigaciones que los jóvenes matemáticos franceses dedicaban a la teoría de grupos. Se le podía ver a menudo con ellos alrededor de una mesa del Café de la Source, en el boulevard Saint-Michel, no siendo extraño que el mármol blanco de la mesa se cubriera de fórmulas a lápiz que el maestro escribía para ilustrar la exposición de sus ideas. Durante esa estancia en París, el día 7 de junio de 1892, la Academia de las Ciencias de París lo adscribió como miembro correspondiente a la sección de geometría. Al año siguiente, 1893, apareció el tercer volumen de su gran obra, que estaba dedicado a la Escuela Normal Superior (escuela que había tenido entre sus alumnos al propio Galois y cuyo director había comprendido la importancia del trabajo de S. Lie). También

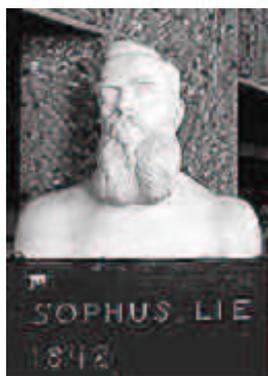
en este volumen se observa un cierto distanciamiento de S. Lie hacia Klein, tal vez debido a que a S. Lie no le gustaba la idea de que le consideraran un pupilo de Klein, llegando él mismo a escribir en ese volumen: “*Yo no soy pupilo de Klein, ni es el caso opuesto, aunque esto podría acercarse más a la verdad*”. Klein nunca llegó a comentar tal frase, pero su mujer le escribió una carta al matemático noruego William Henry Young (1863-1942) explicando lo que sucedió. Esta carta la escribió la esposa de Klein tras la muerte de éste, pues Klein nunca quiso tocar ese tema durante su vida. En el fragmento que reproducimos de la misma puede leerse:

La relación de mi marido con Lie fue una íntima amistad tanto en el aspecto personal como en el matemático. Además, duró hasta mucho después, cuando él nos visitó en Leipzig. Yo también le apreciaba, el poderoso hombre del Norte de mirada abierta y franca y sonrisa alegre, un héroe en cuya presencia lo común y lo mediano no se atrevían a hacer presencia. Luego, él llegó a ser el sucesor de mi marido en Leipzig, y allí le atrapó la nostalgia. ¡Qué bien comprendí yo eso! Él, un hombre libre, acostumbrado a su rudo pero hermoso hogar del norte, ¿cómo podía permanecer en la gran ciudad humeante, de altas casas, de callejones estrechos y llenos de enclenque gente sajona? Él sufrió de melancolía, fue llevado a un sanatorio, pero allí las cosas empeoraron, ya que sentía que le robaban su trabajo y su libertad. Allí, en su amargado estado mental, debió de ser cuando escribió esas cosas maliciosas que mi marido encontró dolorosas e incomprensibles. Pero pronto mi marido comprendió que su mejor amigo estaba enfermo y que no se le podía considerar responsable de sus actos. No fue sólo magnanimidad y bondad, sino que fue también sabiduría lo que mostró mi marido al no entrar en la polémica y dejar que las cosas sencillamente se calmaran. Él no estaba equivocado con su amigo. Una tarde de verano, cuando volvíamos a casa de una excursión, allí, delante de nuestra puerta, estaba sentado un hombre pálido y enfermo. ¡Lie!, exclamamos gratamente sorprendidos. Los dos amigos se dieron la mano, se miraron uno al otro a los ojos, todo lo que había pasado desde su último encuentro lo daban por olvidado. Lie se quedó un día con nosotros, el querido amigo, y ya había cambiado. Yo no puedo pensar en él y su trágico destino sin emocionarme. Poco después murió, pero no antes de que el gran matemático fuese recibido en Noruega como un rey.

También en 1893, S. Lie, en colaboración con Georg Scheffers (1866-1945), estudió los grupos continuos en el libro titulado *Vorlesungen über continueierliche Gruppen mit geometrische und anderen Anwendungen* en Leipzig. S. Lie volvió a París en 1895 para asistir a las fiestas del centenario de la Escuela Normal y para el libro editado con la ocasión, consagrado a las viejas glorias de dicha escuela, se propuso realizar un artículo profundizando sobre la obra de Galois. En 1896, publicó su *Geometrie der Bernsgstransformationen*, en el que se adentraba en la geometría que obtenía al estudiar las transformaciones

de contacto. Se puede decir que este trabajo es una continuación de su *Theorie der Transformationsgruppen*.

En 1897 la Sociedad Físico-matemática de Kazan instauró el premio Lobachevski, en honor al matemático ruso del mismo nombre que fue el primero en exponer sistemáticamente la geometría no euclídea, basada en una negación del postulado euclídeo. Era un premio de gran importancia y se concedía cada cinco años al mejor libro publicado sobre geometrías no euclídeas. Basándose en un informe de Klein, el premio fue concedido a S. Lie, ya que una parte del tercer volumen de su gran obra se dedicaba a realizar una discusión profunda de las hipótesis o axiomas que son necesarios colocar en la base de la geometría para obtener la geometría clásica de Euclides o las geometrías no euclídeas de Lobachevski y de Riemann según se admita o no el postulado de Euclides. Esta investigación era una continuación de los trabajos anteriores del físico Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894), que los rectificaba en ciertos puntos y los precisaba y completaba en otros. Poco después de conseguir este premio, en 1898, S. Lie dejó Leipzig para ocupar en Christiania una cátedra de teoría de grupos que su Universidad acababa de fundar para él. Pero llegó con una salud realmente muy precaria. Una anemia perniciosa agotó lentamente sus fuerzas y murió plácidamente el 18 de febrero de 1899, a la edad de 56 años.



Busto de S. Lie

No obstante su muerte, la obra de S. Lie continuó influyendo en matemáticos de toda Europa, que realizaban su trabajo en los grupos de Lie. Wilhelm K. J. Killing (1847-1923) llegó a clasificar los grupos de Lie estando vivo éste último todavía. El trabajo final de Killing, que Élie Cartan (1869-1951) revisó posteriormente, fue una gran contribución. Hermann Weyl (1885-1955) le dio nueva vida a los grupos de Lie en sus trabajos de 1922 y 1923, generalizándolos y dándoles un mayor papel en la física y la mecánica cuánticas.²

En 1921, Engel, con la colaboración de Paoul Heegaard (1871-1948), profesor de la Universidad de Christiania, comenzó a publicar las Obras Completas de S. Lie (cuyo título original era *Gesammelte Abhandlungen*), consistentes en seis volúmenes llenos de abundantes notas y de extractos muy interesantes de la correspondencia de S. Lie con diferentes matemáticos extranjeros.

Apenas concluida esta publicación, tuvo lugar en 1936 un Congreso Internacional que reunió en la Universidad de Oslo a matemáticos de distintas nacionalidades. En una de las sesiones del mismo, y en presencia de autoridades noruegas, se inauguró un busto de S. Lie y uno de los delegados franceses

²El término de Álgebra de Lie fue introducido por Weyl en 1934; previamente, en sus trabajos de 1925, Weyl había utilizado la expresión *grupo infinitesimal*.

rindió en su memoria el homenaje de la Escuela Normal. En 1939, Hermann Lie, hijo del geómetra, donó una réplica de dicho busto a la citada escuela, que lo colocó en la biblioteca científica.

Físicamente, se puede decir de S. Lie que era de estatura elevada y que presentaba los rasgos típicos del varón nórdico. Una amplia barba rubia enmarcaba su rostro y unos ojos de color gris azulado brillaban detrás de los vidrios de sus anteojos.

Con respecto a su forma de ser y en opinión de Cartan, algunas virtudes que adornaban a S. Lie eran la confianza que daba a los que le rodeaban y su firmeza y lealtad. No le preocupaba reconocer su ignorancia en las ramas de las matemáticas con las que no estaba familiarizado, aunque eso no le impedía ver su valor. Como parte negativa habría que resaltar que no era una persona de trato fácil, sobre todo tras la profunda depresión que sufrió en Leipzig en 1890. Aunque poco a poco se restableció de ella y retornó a la actividad, según Engel, su carácter había sufrido alteraciones, en especial había adquirido una susceptibilidad extremada que le llevaba incluso a pensar que sus alumnos le robaban sus ideas.

REFERENCIAS

- [1] D. ABBOTT AND ALT; *The Bibliographical Dictionary of Scientists Mathematicians*. Blond Educations.(1985).
- [2] S. BOCHNER; *The Role of Mathematics in the Rise of Science*. Princeton. (1976).
- [3] C. B. BOYER; *Historia de la matemática*. Alianza Editorial. (1986).
- [4] J. P. COULLETTE; *Histoire des mathématiques*. Renouveau Pédagogique. (1979).
- [5] F. DE LIONNAIS Y ALT; *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. EUDEBA S.E.M. (1976).
- [6] J. DE LORENZO; *La Matemática y el problema de su historia*. Tecnos. (1977).
- [7] R. GUINNES; *Companion Encyclopaedia of the History & Philosophy of Mathematical Science (2 volumes)*. Routledg. 1994
- [8] O. M. KENNETH; *Bibliography of the History of Mathematics*. University of Toronto Press. 1973.
- [9] M. KLINE; *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford University Press. 1972.
- [10] J. J. O'CONNOR Y E. F. ROBERTSON; (2000). Consultar (en Internet) www-hystory.mcs.st-andrews.ac.uk/hystory/Mathematicians/Lie.html
- [11] J. REY PASTOR Y J. BABINI; *Historia de la matemática, (vol. 2): Del Renacimiento a la Actualidad*. Gedisa. 1985.
- [12] L. YOUNG; *Mathematicians and Their Times: History of Mathematics and Mathematicians of History*. North-Holland Publishing Company. 1981.

- [13] R. V. YOUNG; *Notable Mathematicians From Ancient Times to the Present*.
Gale. 1998.

Juan Núñez Valdés y Ángel F. Tenorio Villalón
Dept. Geometría y Topología
Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla. Apto. 1160. 41080-Sevilla
correo electrónico: jnvaldes@us.es