

Predicciones del Tiempo y Matemáticas

MIKEL LEZAUN

Departamento de Matemática Aplicada, Estadística e I. O.
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea

mpleitm@lg.ehu.es

Resumen

Desde la más remota antigüedad, el hombre ha intentado predecir el tiempo atmosférico, para tratar de librarse de sus efectos perniciosos o aprovecharse de sus beneficios.

En este artículo, dedicado a las predicciones numéricas del tiempo, se hace una introducción histórica de la meteorología, se definen las ecuaciones primitivas del movimiento de la atmósfera, se muestra la forma de resolver numéricamente esas ecuaciones, se presentan modelos de predicción numérica operativos y se concluye analizando la cuestión de ¿hasta qué plazo es posible predecir el tiempo?

1 Notas históricas. Introducción

Recopilar observaciones del tiempo, explicar el comportamiento de la atmósfera y pronosticar el viento y la lluvia son prácticas muy antiguas. Así, hasta el siglo XX, las personas interesadas de forma científica en el tiempo atmosférico realizaban tres actividades: una actividad empírica consistente en recopilar datos de observaciones y a partir de ellos intentar inferir algo, una actividad teórica dedicada a explicar los fenómenos atmosféricos basándose en leyes generales, y una actividad práctica de predicción del tiempo. Naturalmente, estas actividades siempre han estado relacionadas entre sí y el término meteorología se ha utilizado para las tres.

En el siglo XIX, al crecer el número de personas dedicadas a la meteorología, las actividades empíricas, teóricas y predictivas se fueron diferenciando. Muchas de las personas que trabajaban en la tradición empírica hicieron del tiempo promedio su principal preocupación y a mediados del siglo dieron origen, como una ciencia descriptiva, a la climatología. Muchos de los que trabajaban en la tradición teórica hicieron de las leyes de la física su punto de partida y dieron origen a la rama de la ciencia que se denominó meteorología dinámica. Por último, con el inicio en los años 1870 de las predicciones diarias por los servicios meteorológicos, la predicción del tiempo se convirtió en una profesión.

Estas tres tradiciones siguieron su camino diferenciado hasta mediados del siglo XX, época en la que la conexión entre ellas se hizo cada vez más estrecha y numerosa, y en la que los meteorólogos comenzaron a hablar de una unificación de la meteorología. Esta unificación, que culminó en los años 50 y 60 del siglo pasado, estuvo íntimamente ligada al desarrollo de las computadoras electrónicas y es a partir de aquí donde el concurso de las matemáticas es esencial.

Hagamos una breve exposición del desarrollo de cada una de estas tradiciones hasta comienzos del siglo XX, para así ver cual era el escenario previo a los comienzos de la predicción numérica del tiempo.

1.1 Una tradición empírica. Climatología

Aunque la moderna tradición en meteorología empírica se puede remontar hasta William Merle, rector de Driby, que anotó el tiempo diario en Oxford desde 1337 hasta 1344, las observaciones meteorológicas no se realizaron de forma sistemática hasta el siglo XVII con la invención del termómetro y del barómetro. En ese siglo tuvo lugar un cambio profundo en las descripciones del tiempo, que pasaron de tener un carácter meramente cualitativo a tener un carácter cuantitativo. Esto fue debido a que en el siglo XVII la temperatura, la humedad, la presión atmosférica,



E. Torricelli

la cantidad de precipitaciones y la dirección y fuerza del viento se pudieron medir. Hay que recordar que se atribuye a Galileo Galilei (1564-1642) la construcción del primer termómetro en los últimos años del siglo XVI, que Evangelista Torricelli (1608-1647) construyó el primer barómetro en 1643, que en esa centuria se inventaron aparatos para medir las precipitaciones, la dirección y la fuerza del viento, y que aunque los higrómetros ya estaban inventados raramente se habían utilizado antes del siglo XVII. Naturalmente, todos estos nuevos aparatos produjeron un considerable aumento de los datos meteorológicos, lo que a su vez propició el planteamiento de nuevas cuestiones teóricas.

Una vez que se fue capaz de obtener valores numéricos de las distintas variables atmosféricas, para su utilización universal hubo que establecer escalas, equivalencias, protocolos... Se inició así un largo proceso de estandarización que culminó con el establecimiento de acuerdos internacionales sobre los instrumentos a utilizar, sobre su calibración, los procedimientos de lectura y sobre la forma de registrar y transmitir los datos. Todo esto constituyó un aspecto importante de la segunda transformación de la ciencia, una

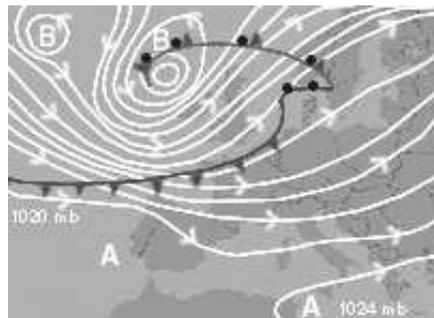
transformación organizativa, que tuvo lugar en la segunda mitad del siglo XIX con la creación de las distintas sociedades meteorológicas estatales europeas y la colaboración internacional entre meteorólogos.

A comienzos del siglo XIX mucha gente se interesó en la recopilación sistemática de todo tipo de información sobre un país y sus habitantes. Este interés está en el origen de la etimología del término estadística, que inicialmente designaba los estudios que trataban con los datos numéricos de un estado. Un tipo de información buscada fue los datos meteorológicos. Así, en el transcurso del siglo XIX se recogieron muchísimos datos meteorológicos por gente con distintos intereses, como por ejemplo la propagación de enfermedades, la mejora de la agricultura, el comercio marítimo, etc. Hay que indicar que a partir de la creación a finales del siglo XIX de los servicios meteorológicos estatales en casi todos los países desarrollados, estas instituciones fueron las encargadas de recopilar todos los datos sobre el tiempo atmosférico.

La gran cantidad de datos meteorológicos recopilados dio un continuo impulso a la climatología que, en la segunda mitad del siglo XIX, en gran parte devino una ciencia estadística. Como ciencia se establecieron numerosas leyes climáticas, muchas de ellas extraídas directamente del estudio de los datos. De hecho, se puede entender por clima la totalidad de los fenómenos meteorológicos que caracterizan el *estado medio* de la atmósfera y la probabilidad de la ocurrencia de sus valores extremos, en un lugar y estación anual determinada.

Como resultado de este crecimiento acelerado de los datos, algunos meteorólogos se preguntaron si éstos estaban siendo bien aprovechados e, incluso, si tal abundancia de datos no era un estorbo para la reflexión y el estudio teórico. Estas cuestiones impulsaron a los meteorólogos a idear métodos para descubrir o imponer orden. Para ello una primera opción fue tabular las observaciones del tiempo junto con la de otros fenómenos susceptibles de estar relacionados con él, y buscar patrones. En concreto se esperaba hallar relaciones con la astronomía, entre el movimiento celeste y el tiempo meteorológico, pero no se obtuvo ninguna significativa. También se vio que era muy difícil encontrar algún tipo de periodicidad o regularidad en las variaciones meteorológicas.

Otra forma de tratar los datos consistió en traducirlos a dibujos en los mapas. Así, en 1817 Alexander von Humboldt (1769-1859) introdujo una forma de representar la distribución de calor sobre la superficie terrestre: sobre un mapa de parte del hemisferio norte dibujó las líneas que unían puntos con la misma temperatura media. A estas líneas las denominó isotermas. Posteriormente se dibujaron mapas con líneas isotermas mensuales, con isobaras, con isóneas de la precipitación anual, etc.



De todas estas representaciones en mapas se extrajeron muchos

descubrimientos meteorológicos. Por ejemplo, de importancia capital fue el descubrimiento de que en las zonas templadas del hemisferio norte, las zonas de baja presión, que a menudo son regiones de precipitaciones, se van desplazando regularmente del oeste hacia el este. De hecho, esta predictibilidad del movimiento de las borrascas, junto con la capacidad de comunicación rápida proporcionada por el telégrafo para construir mapas del tiempo diario, fueron los factores más importantes para la creación de los servicios meteorológicos nacionales en los años 1860 y 1870.

1.2 Una tradición teórica. Física de la atmósfera

La obra de Aristóteles (384-322 a.C.) *Meteorologica*, escrita alrededor de 340 a.C., estableció una tradición teórica en la meteorología y aseguró que ésta fuera estudiada como una parte de la filosofía natural. Este tratado fue la base de todos los estudios teóricos de meteorología hasta comienzos del siglo XVII. En ese siglo la meteorología teórica experimentó grandes cambios: la publicación en 1637 de la obra de René Descartes (1596-1650) *Discours de la méthode*, que contiene un apéndice titulado *Les météores*, estimuló la aparición de nuevas ideas sobre distintos fenómenos atmosféricos; las nuevas observaciones, muchas de ellas obtenidas gracias a la invención del barómetro y del termómetro, demandaron nuevas explicaciones; y el desarrollo de la ciencia de la mecánica propició la aparición de nuevas teorías sobre algunos fenómenos atmosféricos, como la de los vientos alisios de Edmond Halley (1656-1742) de 1686.

Hasta mediados del siglo XIX, a pesar de los datos proporcionados por el termómetro y el barómetro, y a pesar de la relevancia de las matemáticas en la mecánica a partir de la obra de Isaac Newton (1642-1727), la mayor parte de las teorías meteorológicas seguían siendo totalmente cualitativas. Sólo unas pocas cuestiones eran tratadas matemáticamente, por ejemplo la relación entre la altitud y la presión atmosférica. A finales de los años 1850, siguiendo el camino iniciado entre otros por William Ferrel (1817-1891), que dio una explicación teórica a que la dirección del viento generalmente es paralela a las isobaras locales, lo que se denominó como meteorología dinámica tuvo muchos cultivadores, entre los que destacaremos a Hermann von Helmholtz (1821-1894). Así, en la segunda mitad del siglo XIX se explicaron muchos fenómenos atmosféricos, lo cual a su vez produjo un gran desarrollo de esos estudios teóricos.

Los meteorólogos teóricos defendían que la meteorología debería ser física aplicada y que los datos observables deberían explicarse de forma deductiva. Ellos mismos se consideraban como pioneros de una nueva meteorología, en contraposición con los empíricos que afirmaban que la meteorología era una ciencia independiente cuyas leyes se tenían que inducir directamente de los datos.

Básicamente, los dinamicistas procedían de dos formas. Una práctica común consistía en tomar una teoría física y hacerla aplicable a las condiciones de la atmósfera terrestre. Así, se utilizaron las teorías sobre el comportamiento del aire saturado con vapor de agua para dar una teoría sobre la formación de nubes.

Otra forma de proceder consistía en considerar un fenómeno meteorológico observado y ver cómo podía ser explicado de acuerdo a las leyes de la física. Como ejemplo diremos que Julius Hann (1839-1921) explicó en 1866 el viento Föhn de los Alpes utilizando la termodinámica.

Hay que resaltar que las distintas actividades teóricas y empíricas no dieron como resultado dos comunidades de investigadores completamente separadas, pues los físicos aplicados no se oponían a descubrimientos de regularidades por métodos inductivos, ni los empíricos objetaban la aplicación de las leyes de la física a la atmósfera. Para muchos de ellos la diferencia sólo era una cuestión de conveniencia: ¿qué es más fructífero, trabajar a partir de la física o desde los datos? También hay que decir que en ningún momento hubo un total divorcio entre los resultados teóricos y los datos experimentales. Naturalmente, para mostrar que la teoría y las observaciones estaban relacionadas, que cuantitativamente eran iguales, había que hacer cálculos. Estos cálculos, entendidos en su sentido más amplio, adquirieron gran importancia ya que proporcionaron soporte a algunas teorías y, lo que fue más importante, sirvieron para refutar otras.

1.3 Una tradición práctica. Predicción del tiempo

¿Qué tiempo va hacer? Ésta es una pregunta que siempre se ha hecho el hombre y que nunca pierde interés. Durante siglos los pronósticos se apoyaban en signos naturales, por ejemplo un pequeño halo alrededor del sol como presagio de lluvias, que en muchos casos se expresaban en forma de refranes. Citaremos como muestra

*Cielo empedrado, suelo mojado.
Cielo de lanas, si no llueve hoy, lloverá mañana.
Arco iris al mediodía, llueve todo el día.*

En todos los países perviven muchos refranes de este tipo y, aunque a veces sean contradictorios o tengan una interpretación ambigua, hay que reconocerles una cierta validez local para las previsiones a muy corto plazo. Hay que indicar que todavía hoy estos refranes constituyen verdaderas guías para los labradores y la población rural.

Se puede considerar a los astrólogos como los primeros hombres del tiempo profesionales. En la cultura occidental la astro-meteorología se remonta al menos hasta el *Tetrabiblos* de Claudio Ptolomeo (90-168), escrito hacia el año 160 de la era cristiana, que fue la principal autoridad para esta práctica durante toda la Edad Media. La invención de la imprenta en el siglo XV dio una gran difusión a la predicción astrológica del tiempo, debido principalmente a la inclusión de esas predicciones en almanaques. Así, hasta finales del siglo XVIII se publicaron muchos libros de astro-meteorología, siendo uno de los más populares *Della vera influenza degli astri sulle stagioni e mutazioni di tempo* de Giuseppe Toaldo (1719-1797), publicado en 1770. Esta práctica casi desapareció en el siglo XIX, a pesar de que en esa época las predicciones del tiempo eran más populares que

nunca. De hecho era muy raro el diario escrito que no presentara en un lugar importante las previsiones del tiempo y escaseaban los lectores que no prestaran atención a esas predicciones. Esta gran popularidad fue generada por una nueva técnica de predicción del tiempo, que se denominó método sinóptico.

La hipótesis de partida de ese nuevo método consistía en admitir que el conocimiento del tiempo actual en una amplia zona geográfica puede proporcionar una estimación del tiempo venidero en lugares de esa región. Para ponerlo en práctica había que elaborar mapas del tiempo diarios, y esto fue factible gracias a la invención del telégrafo. De hecho la capacidad proporcionada por el telégrafo para las comunicaciones a larga distancia hizo posible que en 1863, la Sociedad Meteorológica de Francia comenzara a confeccionar mapas del tiempo diarios, iniciativa que rápidamente fue imitada por los demás servicios meteorológicos nacionales. Hay que resaltar que el método sinóptico enseguida desplazó a los métodos locales y que hasta hace poco era la base de casi todos los pronósticos del tiempo.

Los mapas del tiempo pusieron en evidencia el papel de la presión atmosférica: parecía claro que las variaciones del tiempo dependían de las del barómetro. Así, se observó que en general el tiempo es especialmente frío en las regiones de alta presión y muy lluvioso en las de baja presión. En 1860, C.H.D. Buys-Ballot (1817-1890) descubrió la ley que permite determinar la velocidad y dirección del viento a partir del conocimiento de la distribución de la presión. Los dibujos en mapas de las trayectorias de las borrascas mostraron su carácter migratorio. En fin, los mapas del tiempo confirmaron que en la zona templada norte las condiciones atmosféricas en general se mueven del oeste hacia el este.

A finales del siglo XIX la predicción del tiempo se hacía como sigue. Cada día los pronosticadores construían mapas sinópticos con los valores de las distintas variables atmosféricas (presión, temperatura, precipitaciones, humedad, capa de nubes, etc.) recogidos a una misma hora en cien o más localidades y que les eran enviados por telégrafo. El más importante era un mapa en el que se habían dibujado las líneas isobaras y que mostraba la distribución de las presiones barométricas recogidas. Hay que resaltar que los pronosticadores prestaban una especial atención a los patrones de isobaras, pues determinados ordenamientos de las mismas se asociaban a tipos de tiempo particulares.

Una vez realizado el “retrato” del tiempo actual, la principal tarea de los pronosticadores consistía en hacer un mapa pronóstico que, la mayor parte de las veces, no era más que una estimación personal de lo que podía ser el mapa del tiempo del día siguiente. Para ello los hombres del tiempo seguían unas reglas obtenidas de su propia experiencia y de la de sus predecesores, las cuales les permitían estimar y pronosticar cómo se iba a desarrollar y mover cada estructura atmosférica. Luego, de ese mapa inferían las condiciones previstas del tiempo en los lugares considerados. Todo ese trabajo desembocaba en una predicción que era una simple descripción verbal del tiempo venidero, la mayor parte de las veces no más precisa que “lluvioso y ventoso.” “despejado y frío”. Hay que decir que las reglas de predicción son al sinóptico lo que las leyes físicas son al dinámico. Así, si se pudieran formular de manera que en cualquier situación imaginable dieran una única predicción, definirían un modelo

matemático alternativo al obtenido a partir de las leyes generales de la física.

En todo ese proceso predictivo los considerables avances conseguidos por los meteorólogos teóricos no tenían prácticamente ninguna participación. El método sinóptico, con su exclusiva dependencia de informaciones expresadas en mapas, no requería de una comprensión teórica de la atmósfera. También hay que decir que raramente se utilizaba de forma explícita la gran acumulación de datos de observaciones anteriores, que era la base de la climatología, pues aunque el método dependía de los datos, de hecho sólo se utilizaban los estrictamente necesarios para la confección de los últimos mapas del tiempo. Por todo ello se puede afirmar que en una visión panorámica las actividades de los pronosticadores, la de los teóricos y la de los climatólogos aparecerían bastante distanciadas entre sí.

Con la tradición predictiva del tiempo siempre ha convivido una tradición escéptica restrictiva. Así, a comienzos del siglo XIX el astrónomo francés François Arago (1786-1853) declaró que nadie que tuviera un prestigio científico que perder se debería arriesgar a profetizar el tiempo, y cuando a finales del siglo los estados comenzaron a subvencionar las predicciones los escépticos se hicieron más beligerantes. De hecho, la utilización de mapas para la predicción del tiempo se consideraba en muchos círculos científicos como algo sospechoso que, con ánimo de desprestigiarla, lo tildaban de “empírico”.

Tanto los defensores como los detractores de las predicciones intentaron ganar la batalla midiendo lo acertado de los pronósticos. La vaguedad de las previsiones, que salvo algunas excepciones hasta la primera guerra mundial era no cuantitativa, favorecía a los defensores. Como ejemplo de los detractores citaremos a Arnulph Mallock, que escribió un artículo en *Nature* en 1914 en el que comparaba la predicción diaria para Londres de todo el año 1913 con el tiempo real. Como conclusión afirmaba que alguien que siguiera una regla del tipo “el tiempo de mañana será como el de hoy” tendría el mismo nivel de aciertos que el del Servicio Meteorológico.

En cualquier caso al final vencieron los defensores de la predicción del tiempo, que siempre contaron con el abrumador apoyo del público general deseoso de ver en los periódicos alguna información sobre el tiempo más probable. Hay que indicar que a partir de la aparición de los métodos de previsión numérica a mediados del siglo XX, los escépticos fueron cada vez menos numerosos y menos ruidosos, lo cual permite afirmar que las predicciones del tiempo habían comenzado con 100 años de anticipación, en 1860 en vez de en 1960.

Conviene remarcar que las predicciones del tiempo atmosférico gozaron de poco prestigio entre los científicos. En parte eso era debido al modesto éxito de las previsiones, pero mucho más relevante era su percepción de que las predicciones no eran sistemáticas, de que su elaboración no estaba basada en conocimientos científicos, de que era más un arte que una ciencia. Hay que decir que esa percepción estaba bastante cercana de la realidad.

Para terminar diremos que en cada una de las tradiciones de la meteorología había que hacer cálculos. Ahora bien, aunque indudablemente los cálculos tenían su importancia, hay que reconocer que sólo jugaban un papel secundario. Sin embargo, se puede afirmar que fue el uso intensivo del cálculo el que condujo a

mediados del siglo XX la unificación de las tres tradiciones.

1.4 La unificación de la meteorología

A finales del siglo XIX y comienzos del XX la meteorología había adquirido identidad propia. Su estatus como ciencia empírica se debía principalmente a los climatólogos, su estatus como ciencia teórica se había alcanzado aplicando la física a los fenómenos atmosféricos, y los gobiernos proporcionaban una amplia base institucional a la capacidad de los meteorólogos para predecir el tiempo.

En 1903, el noruego Vilhelm Bjerknes (1862-1951) propuso tratar la evolución de la atmósfera según las leyes de la termodinámica y de la mecánica de fluidos, y defendió que la predicción del tiempo fundamentalmente es un problema determinista de valores iniciales en el sentido matemático del término: *“Si, como piensa todo hombre que razona científicamente, los fenómenos atmosféricos se desarrollan a partir de los que le preceden siguiendo unas leyes físicas precisas, se puede afirmar que las condiciones necesarias y suficientes para una solución racional de la predicción en meteorología son:*

- se debe conocer con una precisión suficiente el estado de la atmósfera en un instante dado;

- se deben conocer con una precisión suficiente las leyes según las cuales se desarrolla un estado de la atmósfera a partir del estado precedente.”

El programa de Bjerknes atrajo la atención y el aplauso de los meteorólogos pero, como él mismo lo reconocía, la dificultad de este problema viene de la necesidad de tener



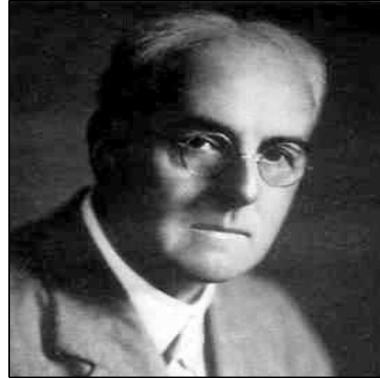
V. Bjerknes

que resolver un sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales para las que no se dispone de soluciones analíticas.

La primera persona que llevó a cabo el programa de Bjerknes fue el matemático inglés Lewis Fry Richardson (1881-1953). En los años 1910, Richardson ideó un método aritmético (diferencias finitas) para resolver de forma aproximada ecuaciones en derivadas parciales, y se fijó en las ecuaciones de la previsión del tiempo propuestas por Bjerknes para aplicar su método numérico en un problema práctico importante. Para llevarlo a cabo Richardson se volcó en la meteorología, y aprovechó sus viajes por toda Francia como conductor de ambulancias durante la primera guerra mundial para recopilar un amplio conjunto de datos meteorológicos de un día concreto (20/05/1910). A partir de los datos de ese día necesitó seis semanas para realizar los miles de sumas, restas y multiplicaciones que hacían falta para hacer una predicción a seis horas vista en una pequeña región, obteniendo un resultado completamente

insatisfactorio.

Sin desanimarse, Richardson buscó las razones de su fracaso. Sus trabajos se publicaron en 1922 en un libro que se hizo muy célebre, titulado *Weather Prediction by Numerical Process*, y que contiene una visión con carácter premonitorio. Remarcando que “harían falta 64.000 personas trabajando por turnos para prever el estado de la atmósfera con mayor rapidez que la de su evolución real”, Richardson imaginó una fábrica de predicciones meteorológicas formada por miles de calculadores humanos trabajando de forma sincronizada bajo la dirección



L.F. Richardson

de un responsable encargado de la buena marcha de las operaciones. Lo que no pudo prever fue el aparato que 25 años más tarde iba hacer el trabajo tan rápidamente como las 64.000 personas.

Al margen de la meteorología, de capital importancia fue el hecho de que en 1928 los matemáticos alemanes Richard Courant (1888-1972), Kurt Friedrichs (1901-1982) y Hans Lewy (1904-1988) estudiaran de forma sistemática la manera de resolver las ecuaciones en derivadas parciales por “diferencias finitas”, y precisaran las condiciones que se deben respetar en la discretización (condiciones de estabilidad).

En el período de entre guerras sobresale la figura del meteorólogo dinamicista sueco Carl-Gustaff Rossby (1898-1957), que fue la persona que más influyó en los pronosticadores para que cambiaran su percepción de que la meteorología dinámica tenía muy poco interés para su trabajo. Una de sus contribuciones más importantes fue el convencimiento de que la clave para entender la atmósfera había que buscarla en el viento, en concreto en la componente vertical de la vorticidad, y no en la presión. En 1939 Rossby dedujo una ecuación cuya solución da la velocidad de propagación de ciertas ondas de longitud larga (denominadas hoy en día ondas de Rossby) presentes en las corrientes del oeste que circundan la tierra en altura en las latitudes medias. En 1940 Rossby propuso efectuar varias aproximaciones en las ecuaciones utilizadas por Richardson y obtuvo la ecuación de balance de la componente vertical de la vorticidad, que permite traducir el comportamiento de una atmósfera promedio.

La primera computadora electrónica, denominada ENIAC (Electronic Numerical Integrator Analyser and Computer), se construyó en la universidad de Pennsylvanie en 1946 gracias al determinante impulso del matemático americano de origen húngaro John von Neumann (1903-1957). Un objetivo importante para von Neumann consistía en demostrar, con un problema científico particular, el potencial revolucionario de la computadora. Aunque

no era meteorólogo, von Neumann reconoció el problema de la predicción meteorológica como ideal para sus necesidades.

En 1950, el americano Jule Charney (1917-1981), el noruego Ragnar Fjörtoft y von Neumann realizaron la primera predicción numérica del tiempo. Para esta experiencia consideraron que lo mejor era utilizar un modelo simplificado que tuviera validez meteorológica, y eligieron el modelo barotrópico propuesto por Rossby. Los cálculos numéricos los realizaron en el ENIAC instalado en Aberdeen (Maryland, USA). Hay que resaltar que necesitaron 33 días con sus noches para programar y ejecutar tres predicciones para un plazo de 24 horas. Los resultados obtenidos para la previsión del movimiento medio de la troposfera fue-



J. Charney

ron muy alentadores y esta experiencia histórica marca el punto de partida de la predicción numérica moderna.

En 1951 el meteorólogo Norman Phillips (1924-), que pertenecía al mismo equipo que los tres anteriores, intentó incluir la estructura vertical de la atmósfera e introdujo un modelo baroclínico formado por dos niveles barotrópicos, incompresibles, homogéneos de diferente densidad.

En los años 1950 y 1960 el ordenador se convirtió en una herramienta estándar en meteorología y se fueron abandonando la mayoría de los restantes medios de cálculo. A comienzos de los años 1960 se hizo evidente que las ecuaciones que habían hecho posible la predicción numérica con los primeros ordenadores no iban a dar predicciones de la calidad que algunos esperaban. Con la llegada de ordenadores más potentes y siguiendo el camino iniciado por Arnt Eliassen (1915-2000) en 1956, a mediados de los años 1960 se volvió a las denominadas ecuaciones primitivas de Richardson. Desde entonces los modelos de predicción numérica se han ido haciendo cada vez más complejos y para su resolución es necesario un considerable aparato matemático que ha sido desarrollado por matemáticos.

A comienzos de los años 1960 se suscitó la cuestión de si los modelos atmosféricos utilizados realmente servirían para la predicción del tiempo o sólo para la comprensión de la dinámica de la atmósfera. Así, a principios de 1961 Edward Lorenz (1917-) se dedicó a simular mediante ordenador el comportamiento de la atmósfera sobre largos períodos de tiempo, y en 1963 publicó su famoso artículo *Deterministic non periodic flows* en el cual introdujo el primer sistema dinámico caótico, que se denominó *sistema de Lorenz*.

2 La predicción numérica del tiempo

La predicción numérica del tiempo se lleva a cabo a partir de un modelo matemático formulado por ecuaciones en derivadas parciales, las cuales traducen las leyes generales de la física que rigen la atmósfera terrestre.

La atmósfera es un fluido, por lo que las ecuaciones utilizadas serán las ecuaciones generales de la mecánica de fluidos, eso sí, para el caso de una capa aislada de aire (seco o conteniendo vapor de agua) cuyo movimiento se observa desde un sistema no inercial, como lo son todos los que giran con la Tierra. Un análisis del orden de magnitud de los distintos términos de esas primeras ecuaciones permite simplificarlas según sean las escalas de espacio y tiempo de los fenómenos meteorológicos que se consideren.



E. Lorenz

En lo que respecta a la predicción meteorológica clásica, las escalas espaciales horizontales van de 10.000 km a 10 km (escalas planetaria, sinóptica y de mesoescala) y las temporales de varios días a algunas horas. Las ecuaciones matemáticas obtenidas son no lineales y, en general, sus soluciones no se pueden obtener de forma analítica. Para resolverlas hay que apelar al cálculo numérico, que proporciona una solución aproximada. Como veremos más adelante, la “numerización” básicamente consiste en reemplazar las ecuaciones en variables continuas por ecuaciones en las que las variables son discretas, cuyas soluciones se obtienen mediante un algoritmo apropiado.

Existe una gran variedad de modelos, cada uno con sus ventajas e inconvenientes. Como norma general, cuanto más preciso sea el método más cálculos habrá que hacer y, por tanto, más tiempo se tardará en ejecutarlo. Evidentemente, para una precisión dada se elegirán métodos rápidos, ya que para que una predicción tenga sentido se debe poder hacerla en un plazo de tiempo relativamente corto. Hay que resaltar que la mayor parte de las veces una predicción meteorológica es una verdadera carrera contra el reloj, pues de nada sirve calcular con gran precisión el tiempo que hará mañana si para ese cálculo se necesitan más de veinticuatro horas. Así pues, siempre habrá que hacer un compromiso entre la precisión del cálculo y la duración de su ejecución.

Los resultados de una predicción numérica dependen de las simplificaciones que se hayan hecho para obtener el sistema de ecuaciones matemáticas del modelo y, también, de los efectos de la numerización adoptada. Por eso es muy importante estudiar analíticamente los distintos esquemas numéricos y conocer con precisión los errores que inevitablemente se cometen al utilizar uno u otro.

Quien dice cálculo numérico dice ordenador, ya que ésta es la herramienta necesaria para realizar los cálculos. Esto introduce una nueva degradación pues

los cálculos no se hacen de forma exacta sino de forma aproximada, y al trabajar con un número limitado de decimales (8 a 16) se comete un error de redondeo. Sin embargo, la mayor parte de las veces ese error de redondeo introducido por el ordenador es mucho menor que el que se comete al resolver el problema matemático con los métodos numéricos.

Una vez formuladas las ecuaciones matemáticas del modelo, para resolverlas hay que partir del estado inicial de la atmósfera en el instante $t = 0$. Esto significa que en ese instante se debe conocer el valor de todas las variables que caracterizan el estado de la atmósfera. Esto es posible gracias a la creación y al funcionamiento del servicio mundial de observación meteorológica que, con métodos convencionales tanto en superficie como en altitud y con la ayuda de satélites artificiales, obtiene una descripción aceptable de la atmósfera en un instante inicial dado. Ahora bien, los datos iniciales no se deben introducir brutalmente en el modelo (este fue el fallo de Richardson), ya que en un instante fijado las variables atmosféricas están ligadas entre sí pues, al menos teóricamente, también son un resultado de las ecuaciones de evolución. Por tanto, para evitar que se engendren fuertes oscilaciones debidas a la propagación de ondas gravitatorias de amplitud irrealista, se tienen que retocar los valores iniciales recogidos de las variables, de manera que la presión y viento verifiquen un determinado equilibrio denominado equilibrio masa-viento. Para ello se utiliza una técnica denominada *inicialización no lineal por modos normales*.

El diseño de esquemas numéricos más precisos y más rápidos y el aumento de la potencia de los ordenadores han hecho que los errores debidos a las técnicas numéricas y al cálculo electrónico tiendan a disminuir. Ahora bien, queda una fuente de error fundamental que resulta de que las medidas efectuadas a partir de la red de observación no permiten determinar el valor exacto de las variables que definen el estado inicial del modelo. Así, al definirlo siempre va a aparecer un cierto grado de inexactitud.

Debido a la no linealidad de las ecuaciones de evolución, la inevitable introducción de una ligera desviación en el estado inicial se amplifica a medida que evoluciona el modelo, para al cabo de un tiempo dar una solución que se aparta totalmente de la solución de referencia. Esto plantea la siguiente cuestión: ¿en qué momento deja de tener valor la solución obtenida?, o lo que es lo mismo, ¿cuál es el límite de la predictibilidad de la atmósfera? Se ha intentado determinar este límite de dos formas: mediante estudios de la turbulencia y realizando experimentos numéricos paralelos. Hoy en día la opinión unánime es que el límite de predictibilidad de la atmósfera para los problemas de valores iniciales está entre 10 y 15 días.

Para que el problema matemático esté bien propuesto, además de las ecuaciones de evolución y de las condiciones iniciales se necesitan las condiciones de contorno; es decir, es necesario conocer los valores de las variables atmosféricas sobre la frontera del dominio atmosférico D considerado. En el caso en que D sea toda la atmósfera terrestre sólo hay que tener en cuenta sus límites inferior y superior. En el caso en el que esté limitado por una frontera lateral, además habrá que hacer suposiciones más o menos justificadas sobre la evolución de las variables sobre esa frontera. Por ejemplo, en dominios grandes se

podrá imponer las mismas condiciones en sus bordes laterales, lo cual equivale a una periodicidad espacial. Naturalmente, la calidad de la predicción en el interior del dominio dependerá de lo acertado de la estimación de la evolución de las variables sobre su frontera lateral. También, cuanto mayor sea el dominio más tardará la predicción para su interior en ser afectada por los errores cometidos en la frontera.

Los progresos en la predicción numérica del tiempo se han visto muy favorecidos por el desarrollo de ordenadores electrónicos cada vez más potentes. Así, la potencia de los ordenadores utilizados en meteorología ha ido subiendo desde 3 mil operaciones/segundo (IBM 701 instalado en 1955) a 2,5 millones de operaciones/segundo (CDC 6600 del año 1966), a 7 mil millones de operaciones/segundo (Cray C98 del año 1991), hasta los 100 mil millones de operaciones/segundo (Fujitsu VPP 5000 instalado en Météo-France a finales de 1999). Esta creciente potencia de cálculo esencialmente se ha utilizado para aumentar la resolución horizontal y vertical de los modelos. Tampoco hay que olvidar que esos progresos también deben mucho a los esfuerzos de los matemáticos, que proponen esquemas cada vez más precisos y más rápidos, y a los de los físicos, que van mejorando los métodos para describir toda la complejidad de los procesos físicos atmosféricos.

El proceso de predicción del tiempo no acaba con el resultado numérico. ¡Los ordenadores no solucionan todo! En particular, para los plazos más breves (de algunas horas a uno o dos días) es indispensable la destreza del hombre del tiempo encargado de la predicción quien, como gran conocedor del clima regional y de los límites de los modelos, ajusta e incluso modifica los resultados de la simulación y los traduce a términos de tiempo observable: intensidad de las precipitaciones, temperaturas máxima y mínima del día, posible aparición de nieblas, de tormentas, de ráfagas de viento, etc.

Desde un punto de vista práctico la predicción mediante modelos matemáticos abarca un plazo que va desde las 8 ó 10 horas hasta, en el mejor de los casos, los nueve o diez días siguientes, y ello con serias limitaciones dependientes de la situación atmosférica concreta y de la época del año. No son muy raras las situaciones para las que es muy difícil ir más allá de las 60 ó 72 horas. Para períodos de tiempo inferiores a seis u ocho horas, hoy en día los modelos matemáticos no son los adecuados y es preciso utilizar otras técnicas denominadas de predicción inmediata o de predicción a muy corto plazo. Éstas se desarrollan a partir de extrapolaciones más o menos complejas de los datos meteorológicos obtenidos mediante estaciones automáticas de superficie y teledetección (radares, satélites, redes de detección de rayos...) con gran resolución espacial y temporal. Ello requiere una vigilancia continua de la evolución atmosférica y una rápida toma de decisiones sobre posibles envíos de avisos rectificando las predicciones.

A modo de conclusión veamos cómo ha mejorado la predicción meteorológica en los últimos años. Así, la calidad de las previsiones que se hacían en 1954 con el modelo barotrópico para un plazo de 24 horas es equivalente a las que se realizaban en 1995 en el Centro Europeo de Predicciones Meteorológicas a Medio Plazo para un plazo de seis días. Sin ir tan lejos en el pasado, las estadísticas

de los últimos quince años sobre Europa publicadas por Météo-France muestran que la calidad de la predicción en 1995 para un plazo de 72 horas es equivalente a la que se tenía en 1980 para un plazo de 24 horas.

3 La parte dinámica de las ecuaciones de los modelos

Comenzaremos esta sección escribiendo las ecuaciones que traducen los principios generales de la física para el caso particular de la atmósfera terrestre. Esto nos dará un sistema de siete ecuaciones con siete incógnitas que, como hemos dicho antes, puede dar origen a modelos más sencillos, algunos de los cuales se describirán a continuación. Más adelante se describirá un método numérico de resolución de ese sistema de ecuaciones y luego se tratará brevemente la parte física del modelo.

3.1 Las ecuaciones del movimiento en coordenadas inerciales

En un sistema de referencia inercial la aplicación de la segunda ley de Newton (fuerza igual a masa por aceleración) a una “pequeña” parcela de fluido se escribe ([6]):

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g\delta_{i3} + f_{ri}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

donde $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ es la velocidad, ρ la densidad y p la presión. El primer miembro de esta ecuación es la derivada material de la velocidad y el segundo representa la suma de las fuerzas que actúan sobre la parcela de fluido. Así, el término $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$ representa la fuerza producida por las diferencias de presión, $-g\delta_{i3}$ proviene de la fuerza gravitatoria y $\vec{f}_r = (f_{r1}, f_{r2}, f_{r3})$ representa las fuerzas de rozamiento del resto del fluido sobre la superficie de la parcela seleccionada.

La ley de conservación de la masa afirma que la *masa de una parcela de fluido, cuando se sigue en su movimiento, se conserva*. La traducción a lenguaje matemático de esta ley de conservación es la denominada ecuación de continuidad ([6]):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}). \quad (2)$$

De las leyes termodinámicas descubiertas por Robert Boyle (1627-1691), Jacques Charles (1746-1823) y Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850), se sigue que el aire seco considerado como gas perfecto verifica la siguiente relación entre la densidad (ρ), la presión (p) y la temperatura absoluta (T) ([6]):

$$p = \rho RT. \quad (3)$$

Aquí, R es la denominada constante de los gases para el aire seco, que se calcula mediante la ley de Dalton teniendo en cuenta los diferentes gases que constituyen el aire y sus respectivas proporciones ([11]). Esta relación recibe el nombre de *ecuación de estado de los gases perfectos* que, modificando R o T , puede ser refinada para así tener en cuenta la humedad del aire (cf. [11]).

Haciendo un balance de la energía (primer principio de la termodinámica) en una parcela de fluido atmosférico, y teniendo en cuenta la ley de estado anterior, se obtiene la ecuación en derivadas parciales ([12]):

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) + Q, \quad (4)$$

donde T es la temperatura absoluta, C_p el calor específico a presión constante del aire seco y Q el aporte de calor por unidad de masa.

Por último, la séptima ecuación es la correspondiente a la concentración de vapor de agua ([5]):

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial q}{\partial x_j} = Q', \quad (5)$$

donde q es la humedad específica y Q' el aporte de vapor de agua por unidad de masa.

Los términos \vec{f}_r , Q y Q' representan las fuentes y los sumideros de cantidad de movimiento, de calor y de vapor de agua, respectivamente. Si no se tienen en cuenta estos términos se obtiene un sistema de ecuaciones que describe una atmósfera adiabática y sin rozamiento (hipótesis del sistema aislado), que constituye *la parte dinámica del modelo*. Por contra, *la parte física del modelo* consiste en la determinación precisa de esos términos.

Observemos que si nos restringimos a la parte dinámica del modelo, o lo que es equivalente, si suponemos que \vec{f}_r , Q y Q' son conocidos, el sistema (1)-(5) es completo en el sentido de que hay siete ecuaciones para siete funciones incógnita (la densidad, las tres componentes de la velocidad, la presión, la temperatura y la humedad específica). Como ya se ha dicho antes, junto con las condiciones iniciales y las condiciones de contorno conforman un problema tratable desde el punto de vista matemático.

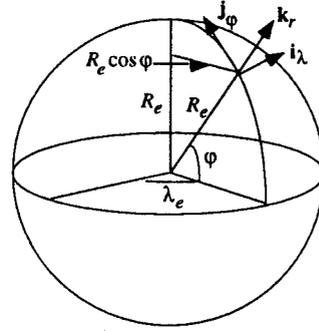
3.2 Las ecuaciones meteorológicas del movimiento

Las ecuaciones del movimiento de los fluidos que acabamos de describir sólo son válidas para un sistema de coordenadas inercial. Ahora bien, en meteorología se utilizan como referencia sistemas ligados a la superficie de la Tierra. Esto supone dos alteraciones en las ecuaciones, las debidas a la rotación terrestre (fuerza de Coriolis) y las debidas a la forma esférica de la Tierra. Se tiene por tanto que modificar esas ecuaciones para escribirlas en las nuevas coordenadas, que pueden ser coordenadas cartesianas o coordenadas esféricas. En general, se usarán coordenadas cartesianas cuando se considere que la curvatura de la

tierra es pequeña (aproximaciones f -plano y β -plano) y coordenadas esféricas cuando no se pueda despreciar esa curvatura. Aquí, para favorecer la claridad en la exposición, nos fijaremos sólo en las coordenadas cartesianas.

Sea (x, y, z) un sistema de coordenadas cartesianas que está fijado a la superficie terrestre (ver la figura). La coordenada x es la distancia sobre el paralelo terrestre (hacia el este x es positiva), la coordenada y es la distancia sobre el meridiano (hacia el norte y es positiva) y la coordenada z es la altura sobre la superficie terrestre.

Designaremos por u la componente del viento en la dirección de x , por v la componente en la dirección de y y por w la componente en la dirección de z .



Si no se tiene en cuenta la curvatura de la superficie terrestre, y si aprovechando que la capa atmosférica es “delgada.” aproximamos la distancia de un punto de la atmósfera al centro de la Tierra por el radio medio de la Tierra, las ecuaciones (1) se escriben ([6]):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{uv \operatorname{tg} \phi}{R_e} + \frac{uw}{R_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \operatorname{sen} \phi - 2\Omega w \operatorname{cos} \phi + f_{rx} \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u^2 \operatorname{tg} \phi}{R_e} + \frac{uw}{R_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \operatorname{sen} \phi + f_{ry} \quad (7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{u^2 + v^2}{R_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \operatorname{cos} \phi + f_{rz} \quad (8)$$

donde ϕ es la latitud, R_e el radio medio de la Tierra y Ω su velocidad de rotación. Los términos $f = 2\Omega \operatorname{sen} \phi$ y $f^* = 2\Omega \operatorname{cos} \phi$ provienen de la rotación con la Tierra del sistema de coordenadas y, en honor del matemático francés de la primera mitad del siglo XIX Gaspard Gustav de Coriolis (1792-1843), se denominan respectivamente parámetro de Coriolis y parámetro recíproco de Coriolis.

Éstas son las *ecuaciones básicas de la conservación del momento de la meteorología dinámica*. Junto con la ecuación de la conservación de la masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}), \quad (9)$$

la ecuación de estado:

$$p = \rho RT, \quad (10)$$

la primera ley de la termodinámica:

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + Q, \quad (11)$$

y la ecuación del vapor de agua:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = Q', \quad (12)$$

forman el modelo básico completo, o lo que es lo mismo, *las ecuaciones primitivas* del movimiento de la atmósfera.

3.3 La hipótesis hidrostática

Un análisis del orden de magnitud de los distintos términos de las ecuaciones (6)-(12) (latitud 45° N, velocidades horizontales del orden de m/seg, velocidades verticales del orden de cm/seg...) permite obviar los términos de menor influencia atendiendo a la escala de los fenómenos meteorológicos que se quieran tratar. Para las latitudes medias del hemisferio norte y escala sinóptica se obtiene así el sistema simplificado ([6]):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + f_{rx}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + f_{ry}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}), \quad (16)$$

$$p = \rho RT, \quad (17)$$

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + Q, \quad (18)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = Q'. \quad (19)$$

Notemos que la ecuación (15) es la ecuación hidrostática, que expresa la variación de la presión con la altura. Hay que resaltar que la simplificación

hidrostática permite “filtrar” las ondas acústicas, que sin embargo son solución de las ecuaciones generales.

Básicamente, éste es el sistema propuesto por V. Bjerknes a principios del siglo XX y que intentó resolver L.F. Richardson a finales de los años 1910. Más adelante, en la sección 4, haremos nuevos cambios de coordenadas y sobre el sistema obtenido describiremos los principios básicos de la resolución numérica de los modelos atmosféricos.

Las ecuaciones en derivadas parciales anteriores son una variante de las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes y como para éstas, sólo se han hallado soluciones analíticas (expresiones matemáticas explícitas) en unos pocos casos particulares. La dificultad esencial reside en las no linealidades, en concreto en la presencia de términos del tipo $u\frac{\partial}{\partial x}$, $v\frac{\partial}{\partial y}$ y $w\frac{\partial}{\partial z}$, denominados términos advectivos. Como ya se ha repetido varias veces, para resolverlas es necesario apelar a aproximaciones numéricas que puedan tratarse con ordenador. Respecto de las ecuaciones de Navier-Stokes es interesante resaltar que uno de los siete problemas que el Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts, ha elegido como problemas del nuevo milenio es: *Existencia y regularidad de las ecuaciones de Navier-Stokes*.

Hay que indicar que la comprensión de este último problema puede ser un paso fundamental para la comprensión del gran problema de la turbulencia. Es casi una paradoja que a comienzos del siglo XXI se hayan podido comprender y modelar numerosos fenómenos de escala de las micropartículas (dominio de la mecánica cuántica) o de la escala del Universo (dominio de la mecánica relativista), mientras que flujos de los fluidos más corrientes, como por ejemplo del agua o del aire, que son fenómenos que están al alcance de nuestra vista y pertenecen al dominio de la mecánica clásica, todavía hoy casi son un misterio. Este gran desafío científico se puede resumir en una palabra: *turbulencia*.

3.4 Ecuaciones del viento geostrófico

Los términos principales de las ecuaciones (13) y (14) para movimientos atmosféricos de gran escala generalmente son el gradiente de presión y el término de Coriolis. Considerando sólo esos términos, o lo que es lo mismo, admitiendo que el movimiento es no acelerado y despreciando las fuerzas de rozamiento \vec{f}_r , se obtiene el sistema ([8]):

$$v = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad u = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (20)$$

Estas dos ecuaciones se denominan ecuaciones del *viento geostrófico*, ya que éste es el hipotético resultado de un perfecto balance entre la fuerza debida a la rotación terrestre (fuerza de Coriolis) y la fuerza del gradiente de presión. A menudo este balance es una muy buena primera aproximación de los movimientos atmosféricos de gran escala en altitud (por encima de los 3 km) y latitudes extratropicales. Sin embargo, en las capas bajas de la atmósfera no se pueden obviar las fuerzas de rozamiento y la aproximación geostrófica no es

válida. Esta aproximación tampoco es válida en las regiones ecuatoriales, ya que el parámetro de Coriolis f del denominador se anula en el ecuador.

Un análisis directo de las ecuaciones (20) muestra que en el hemisferio norte, en una depresión, estos vientos fluyen paralelamente a las isobaras (si por ejemplo una isobara es paralela al eje x , $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ y la componente del viento v en la dirección del eje y es nula) y giran en sentido contrario al de las manecillas de un reloj. El viento real, sin embargo, no es estrictamente geostrófico y tiene una pequeña componente ageostrófica dirigida hacia las bajas presiones. Esto hace posible que se rellenen las depresiones y que desaparezcan los anticiclones.

En regiones intertropicales o para ciertos fenómenos atmosféricos de pequeña escala en otras latitudes, como por ejemplo los tornados, los términos dominantes en las ecuaciones (6) y (7) tienden a ser la aceleración centrípeta y el gradiente de presión. Esto conduce a un balance que se denomina balance *ciclostrofico* (ver [7]). Hay que indicar que este sistema no tiene la fuerte predilección por un sentido de rotación que tiene el sistema en el que la fuerza de Coriolis es la predominante.



Ciclón tropical

3.5 Balance de la vorticidad vertical. Ondas de Rossby

Las ondas (planetarias) de Rossby son importantes para los modelos meteorológicos de escala sinóptica y planetaria. Estas ondas son debidas a la variación del parámetro de Coriolis $f = 2\Omega \sin\phi$ con la latitud. En esta sección introduciremos la ecuación de balance de la componente vertical de la vorticidad y de ella deduciremos las ondas de Rossby.

Por definición, la componente vertical de la vorticidad es $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$. Derivando la ecuación (14) respecto de x , la ecuación (13) respecto de y y restando las dos expresiones se obtiene:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \frac{df}{dy} = -w \frac{\partial \zeta}{\partial z} - (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + J \left(p, \frac{1}{\rho} \right) + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial f_{ry}}{\partial x} - \frac{\partial f_{rx}}{\partial y},$$

donde hemos puesto $J \left(p, \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\rho} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho}$.

Si estimamos el tamaño de los términos de la ecuación anterior para los movimientos de gran escala en latitudes medias del hemisferio norte, se observa que los dominantes son los del primer miembro. Si retenemos solamente esos términos se obtiene la ecuación correspondiente a la aproximación β -plano ([12]):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \beta_0 = 0, \quad (21)$$

donde $\beta_0 = \left[\frac{df}{dy} \right]_{y=0}$. La aparición de este término se debe a que en el desarrollo en serie del parámetro de Coriolis se retienen solamente los términos lineales ([7]).

Esta es una ecuación con dos variables espaciales que expresa el balance de la componente vertical de la vorticidad. Aunque ya era conocida antes, Rossby fue la primera persona que identificó esa ecuación en los años 1930 como una ecuación clave para describir los movimientos atmosféricos de gran escala.

La ecuación (21) todavía se puede simplificar más si sólo se permiten variaciones de u y v en la dirección de x , y se descompone u en una parte constante U y una pequeña perturbación u' de forma que $u = U + u'$. Suponiendo que $U \gg u'$ y despreciando los términos en los que aparece la perturbación u' , se obtiene la ecuación simplificada ([12]):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + U \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta_0 v = 0.$$

Esta ecuación tiene la solución con forma de onda:

$$v(x, t) = A \cos \left[\frac{2\pi}{L}(x - ct) \right],$$

donde L es la longitud de onda y

$$c = U - \beta_0 \frac{L^2}{4\pi^2} \quad (22)$$

es la velocidad de onda. Así pues, en el hemisferio norte, estas ondas se propagan hacia el oeste con respecto al flujo zonal medio U .

Rossby conocía los primeros mapas de los movimientos del aire de las capas altas de la atmósfera hechos a partir de los datos atmosféricos obtenidos por sondas enviadas a gran altura. Por ello, Rossby sabía que la característica dominante del flujo de esas capas de aire en latitudes medias es una corriente cíclica en dirección este que tiene una forma ligeramente serpenteada. Este serpenteamiento incluye ondas de longitud de onda tan grande que sólo hay dos o tres ondas a lo largo de todo un paralelo. Estas ondas, denominadas ondas planetarias, están acompañadas por patrones sobreimpuestos compuestos por entre seis y ocho ondas alrededor del hemisferio. Estas últimas también son ondas de larga longitud (unos pocos miles de kilómetros) y se dice que son ondas de escala sinóptica. Ahora bien, a estas observaciones les faltaba una explicación teórica que las justificara y Rossby lo consiguió utilizando la fórmula

(22), que muestra que la velocidad de movimiento de las ondas atmosféricas de gran escala sólo depende de la velocidad media U y de la longitud de onda L . A las ondas que verifican (22) se les denominó ondas de Rossby. Valores típicos de esas variables son $L \approx 3000$ km, $U \approx 10$ m/seg y $\beta \approx 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ seg}^{-1}$, lo que implica que las ondas de Rossby de escala sinóptica se desplazan a unos 8 m/seg.

Teniendo en cuenta la severidad de las suposiciones realizadas, esta fórmula es sorprendentemente exitosa a la hora de explicar gran parte del comportamiento de los patrones atmosféricos de gran escala. Hay que resaltar que desde una perspectiva histórica, el éxito de la teoría de Rossby proporcionó a los meteorólogos el coraje necesario para intentar la predicción numérica del tiempo. De hecho, para el primer pronóstico computacional realizado en 1950, Charney, Fjörtoft y von Neumann resolvieron por diferencias finitas una ecuación pronóstico similar a la del balance de la componente vertical de la vorticidad:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v\beta = 0.$$

En un sentido estricto, la ecuación anterior sólo es válida para una atmósfera promedio en la que el viento no cambia con la altura (no aparece la variable z). En concreto esa ecuación proporcionó una buena primera aproximación al movimiento medio de la troposfera, o lo que es lo mismo, al movimiento a un nivel intermedio entre los 500 y los 600 mbar como si solamente fuese bidimensional. Este tipo de modelo se denomina *barotrópico*. En general un flujo se dice barotrópico si la presión es constante sobre las superficies de densidad constante. Por tanto, en esos casos, la temperatura no está conectada a la presión o a los cambios de densidad.

La principal ventaja de los modelos barotrópicos es su simplicidad. Sin embargo, como en esos modelos se excluyen los fenómenos térmicos, tienen severas limitaciones, pues por ejemplo no contemplan la formación de centros ciclónicos o anticiclónicos ni la influencia de la radiación.

Hay que resaltar que el modelo barotrópico inicial sufrió diversas modificaciones, algunas de las cuales resultaron interesantes. Así, el principio del balance de la vorticidad vertical absoluta fue reemplazado por el de la conservación de la vorticidad geostrófica absoluta, y a los modelos que utilizaron el viento geostrófico se les denominó *modelos geostróficos*. Posteriormente, a los modelos obtenidos aproximando el viento y la vorticidad (de forma selectiva, sólo en algunos términos) por unos valores geostróficos se les llamó *cuasigeostróficos* (cf. [7] y [8]).

3.6 Modelos baroclínicos

Como contraposición a los modelos barotrópicos están los modelos *baroclínicos*, en los que las superficies de igual densidad están inclinadas con respecto a las superficies de igual presión, o lo que es lo mismo, la presión no es constante

sobre las superficies con densidad constante, sino que varía con las variaciones de la temperatura.

Mientras que los modelos barotrópicos predicen el movimiento de la troposfera media, los modelos baroclínicos también incluyen la estructura vertical de la atmósfera. Se tiene entonces modelos de 2, 3, 4... niveles, los cuales predicen el flujo atmosférico en esos niveles. Ni que decir tiene que existen varias versiones para cada una de esas situaciones. Hay que resaltar que estos modelos admiten intercambios caloríficos con fuentes calientes o frías, son capaces de describir procesos donde las energías potencial e interna se convierten en cinética, dan cuenta de algunas formas de inestabilidad atmosférica, y a partir de tres niveles pueden incluso contener cambios en la estabilidad estática.

Veamos ahora cómo variaciones horizontales de la temperatura implican variaciones del viento con la altura y, por tanto, la necesidad de incluir la estructura vertical de la atmósfera. Combinemos por ejemplo la ecuación de estado $p = \rho RT$ con las ecuaciones (20) del viento geostrófico y la ecuación hidrostática (15). Procediendo de esta forma se obtiene ([12]):

$$\frac{g}{T} = -R \frac{\partial(\ln p)}{\partial z}, \quad \frac{u}{T} = -\frac{R}{f} \frac{\partial(\ln p)}{\partial y}, \quad \frac{v}{T} = \frac{R}{f} \frac{\partial(\ln p)}{\partial x}.$$

Derivando las dos últimas ecuaciones respecto de z y teniendo en cuenta la primera de las tres ecuaciones anteriores se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u}{T} \right) = -\frac{g}{fT^2} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{T} \right) = \frac{g}{fT^2} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Estas ecuaciones se denominan ecuaciones del *viento térmico* y reflejan el hecho esencial de que en una atmósfera baroclínica las variaciones horizontales de la temperatura implican variaciones verticales del viento.

Naturalmente, los cálculos para resolver los modelos baroclínicos son mucho más largos que los de los modelos barotrópicos. En la siguiente sección mostraremos un modelo numérico para el caso en que se admita la hipótesis hidrostática.

Comentario a las referencias. Los libros [6], [7], [8] y [12] son extensas guías introductorias a la dinámica atmosférica. En ellos se describe la estructura de la atmósfera, se introducen los principios físicos básicos necesarios para explicar su comportamiento, para luego obtener las ecuaciones primitivas de su movimiento. Después se estudian las implicaciones de las ecuaciones en una variedad de casos especiales. Así, se desarrollan distintos modelos utilizando suposiciones simplificadoras, que en muchos casos restringen su aplicación a fenómenos pertenecientes a un determinado rango de escalas espaciales y temporales. En [8] y [12] se presta atención a la resolución numérica de los modelos introducidos y en [8] también se estudian fenómenos de circulación oceánica.

4 La resolución numérica

Vamos a describir aquí un esquema numérico para resolver un modelo baroclínico en el que la coordenada vertical es la presión normalizada. En

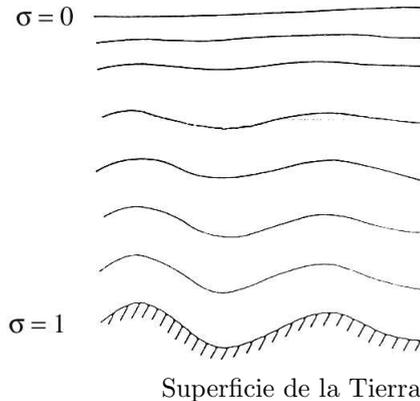
concreto se utilizará un método en diferencias finitas con integración temporal explícita. Para ello se dividirá la atmósfera en N capas de igual espesor en presión y se definirá un mallado regular sobre las variables horizontales. En realidad, este mallado horizontal a menudo suele ser una cuadrícula colocada sobre un mapa, es decir sobre una proyección plana (o esférica como en el modelo ARPEGE de Météo-France) de parte de la Tierra curva. En general los meteorólogos utilizan mapas que conservan la forma de cualquier pequeño elemento de área de la Tierra (mapas conformes, como por ejemplo una *proyección estereográfica* polar), pero que pueden distorsionar el tamaño relativo del elemento. En este caso, si el mallado es regular sobre la proyección, no lo es sobre la superficie terrestre, por lo que en las ecuaciones del modelo escritas para la proyección habrá que introducir un *factor de mapa*. En lo que sigue y para no complicar la exposición, razonaremos sobre una malla horizontal fija y un factor de mapa igual a uno que, por tanto, no aparecerá en las ecuaciones.

Esta presentación nos permitirá mostrar de manera bastante detallada cómo funciona un modelo de predicción numérica del tiempo. Los modelos operativos modernos utilizan técnicas más complicadas (mallado variable en las variables horizontales y en la vertical, métodos espectrales, integración semi-lagrangiana y semi-implícita), pero una representación detallada de esos métodos nos conduciría a unos desarrollos que sobrepasan el marco de este trabajo. En cualquier caso, el modelo que presentamos es un modelo totalmente realista que, como hemos dicho, nos va a permitir comprender el funcionamiento general de un modelo baroclínico y las técnicas de numerización adoptadas, en particular el tratamiento de la variable vertical.

4.1 El modelo en coordenada vertical presión normalizada

Volvamos al sistema (13)-(19). La ecuación de la hidrostática (15) permite sustituir la coordenada vertical z por la coordenada $\sigma = p/p_s$ donde p es la presión en el punto de altura z y p_s la presión en la proyección de ese punto sobre el suelo. Así pues, aquí la posición vertical viene dada por la presión normalizada.

En la cima de la atmósfera se tiene $p = 0$, luego $\sigma = 0$, y en la base de la atmósfera, en el nivel del relieve, se tiene $p = p_s$, luego $\sigma = 1$. Tenemos pues que esta nueva coordenada vertical σ varía desde 0 en la cima de la atmósfera a 1 en su base. De aquí le viene el nombre de coordenada *presión normalizada*. La definición de esta nueva coordenada vertical necesita introducir una velocidad vertical generalizada $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$.



Para que el problema propuesto se pueda resolver hay que fijar el valor de $\dot{\sigma}$ en la base y en la cima de la atmósfera. En concreto, en esas dos superficies frontera se tomará $\dot{\sigma} = 0$, lo cual asegura la nulidad de los flujos para las cantidades conservativas en la cima y en la base de la atmósfera, supuesta adiabática y sin rozamiento.

Esta coordenada σ facilita formular correctamente las condiciones de contorno en el límite inferior de la atmósfera en presencia de relieve. En contrapartida, su introducción complica ligeramente las ecuaciones, y obliga a realizar una interpolación de los valores de las variables medidos por el sistema internacional de observación en los niveles de presión, a los niveles sigma del modelo.

En las nuevas coordenadas (x, y, σ) el sistema (13)-(19) se escribe:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + f v - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - RT \frac{\partial \ln p_s}{\partial x} + f_{rx}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} - f u - \frac{\partial \Phi}{\partial y} - RT \frac{\partial \ln p_s}{\partial y} + f_{ry}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} - \dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma} - \frac{RT}{C_p} \frac{1}{\sigma p_s} \int_0^\sigma \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma + \quad (25)$$

$$\frac{RT}{C_p} \left[u \frac{\partial \ln p_s}{\partial x} + v \frac{\partial \ln p_s}{\partial y} \right] + \frac{Q}{C_p},$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u \frac{\partial q}{\partial x} - v \frac{\partial q}{\partial y} - \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + Q', \quad (26)$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \int_0^1 \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma, \quad (27)$$

$$\Phi = \Phi_s + \int_1^\sigma RT d(\ln \sigma), \quad (28)$$

$$\dot{\sigma} = - \frac{1}{p_s} \int_0^\sigma \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma + \frac{\sigma}{p_s} \int_0^1 \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma, \quad (29)$$

donde Φ es el geopotencial ($\Phi = gh$ donde $z = h(x, y, p)$ define la superficie de presión constante igual a p) y Φ_s es el geopotencial al nivel del suelo. De la definición de geopotencial se sigue que $\Phi_s(x, t) = gh_s(x, y)$ donde $h_s(x, y)$ es la altitud del relieve del modelo. Notemos que, por ejemplo, en el capítulo 3 de [5] se obtienen estas ecuaciones en la variable σ y que en [6] se introducen

las coordenadas isentrópicas en las que utiliza la temperatura potencial como medida de la posición vertical.

Determinada la parte física del modelo (es decir f_{rx}, f_{ry}, Q, Q'), este sistema consta de siete ecuaciones con siete incógnitas ($u, v, T, q, p_s, \Phi, \dot{\sigma}$).

Principio de resolución

Dividamos la atmósfera en N capas de igual espesor en presión. En el instante inicial conocemos los valores de u, v, T y q en los N niveles del modelo (superficies mitad de cada capa) y de p_s en la superficie del suelo ($\sigma = 1$). Mediante las ecuaciones diagnóstico (28) y (29) se calcula los valores de Φ y $\dot{\sigma}$ en las N superficies intercapa. Esta distinta localización de las variables en las superficies mitad de capa y en las superficies intercapa se denomina mallado de Lorenz, debido a E. Lorenz.

Las ecuaciones pronóstico (23)-(27) permiten calcular las derivadas $\frac{\partial}{\partial t}$ de las variables evolutivas u, v, T, q y p_s en el instante inicial, y un esquema explícito en tiempo (en adelante α designará cualquiera de las variables u, v, T, q y p_s),

$$\alpha(\Delta t) = \alpha(0) + \Delta t \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}(0) \right),$$

nos da valores de u, v, T y q en los N niveles del modelo y de p_s en la superficie del suelo, en el instante Δt .

Hecho esto se vuelve a calcular las variables diagnóstico Φ y $\dot{\sigma}$ en el instante Δt , luego las tendencias de las variables evolutivas (derivadas temporales) y mediante un esquema explícito de la forma

$$\alpha(2\Delta t) = \alpha(0) + 2\Delta t \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}(\Delta t) \right),$$

obtenemos los valores de u, v, T, q y p_s en el instante $2\Delta t$.

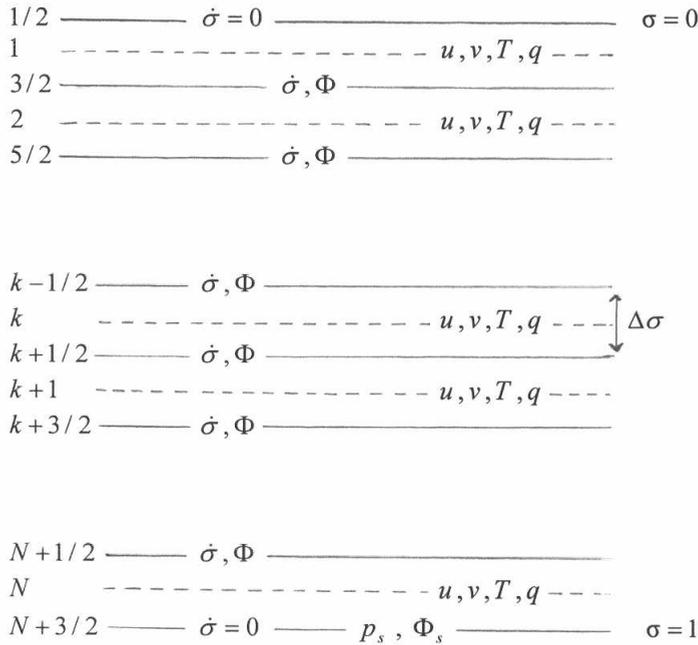
Se puede continuar este proceso utilizando un esquema *leap-frog*, de orden 2 de precisión,

$$\alpha(t + \Delta t) = \alpha(t - \Delta t) + 2\Delta t \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}(t) \right),$$

teniendo en cuenta que en el cálculo de las tendencias intervienen varias derivadas horizontales que se calculan con esquemas en diferencias centrados de orden 2 de precisión,

$$\left[\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right]_i \cong \frac{\alpha(x + \Delta x) - \alpha(x - \Delta x)}{2\Delta x}.$$

Un mallado clásico para la discretización por diferencias finitas en las variables horizontales es el de Arakawa, debido a Akio Arakawa, actualmente profesor emérito en UCLA. Dada la complejidad de los distintos términos a discretizar no lo desarrollaremos en este trabajo. En cualquier caso, en el capítulo 7 de [8] se desarrollan métodos en diferencias finitas para hallar



Discretización vertical y emplazamiento de las variables.
 Los límites de las capas están representados por líneas continuas y sus superficies mitad por discontinuas.

soluciones de las ecuaciones de la dinámica de la atmósfera. En concreto se estudia el mallado de Lorenz, el de Arakawa, el esquema *leap-frog*, el de Matsuno y combinaciones de los mismos.

Mostremos ahora los cálculos que hay que realizar en los términos con la variable vertical σ . Para más detalles ver [5], donde se describe el tratamiento de la discretización en esa variable con el mallado de Lorenz y se comentan distintas alternativas para mejorar los métodos presentados.

Cálculo del geopotencial

La expresión del geopotencial está dada por la ecuación (28). Se puede por tanto calcular $\Phi_{k-1/2}$ sobre las superficies intercapas evaluando la integral de (28) por un método de rectángulos:

$$\Phi_{k-1/2} = \Phi_s - \sum_{l=k}^N RT_l \Delta(\ln\sigma), \quad \text{para } k = 2, 3, \dots, N.$$

Ahora bien, para el cálculo de las tendencias de u y de v mediante las ecuaciones (23) y (24) se necesita conocer el valor de Φ sobre los niveles del modelo. Estos valores se calculan con la fórmula

$$\Phi_k = \frac{\Phi_{k-1/2} + \Phi_{k+1/2}}{2}, \quad \text{para } k = 2, 3, \dots, N.$$

Esta fórmula no es válida para $k = 1$, ya que en la superficie $\sigma = 0$ no está definido $\Phi_{1/2}$. Por ello, para determinar Φ_1 se discretiza la ecuación de la hidrostática $\frac{\partial \Phi}{\partial \ln \sigma} = -RT$ (que se obtiene derivando la expresión (28)) para la primera semicapa,

$$\Phi_1 = \Phi_{3/2} + RT_1 \left(\ln \Delta \sigma - \ln \frac{\Delta \sigma}{2} \right) = \Phi_{3/2} + RT_1 \ln 2.$$

Cálculo de la presión en el suelo

Se tiene que calcular

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \int_0^1 \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma = - \int_0^1 D d\sigma,$$

donde hemos puesto $D = \frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y}$.

D está definido en los mismos emplazamientos que u y v y su integral se puede evaluar mediante un método de rectángulos:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \sum_{k=1}^N D_k \Delta \sigma.$$

Cálculo de la velocidad vertical generalizada

Vayamos a la ecuación (29). Evaluando las integrales por un método de rectángulos se tiene

$$\dot{\sigma}_{k+1/2} = - \frac{1}{p_s} \sum_{l=1}^k D_l \Delta \sigma + \frac{\sigma}{p_s} \sum_{l=1}^N D_l \Delta \sigma,$$

que permite obtener la velocidad vertical generalizada en las superficies intercapas.

Cálculo de la integral de la divergencia

En la ecuación de la temperatura tenemos que evaluar

$$I_k = \int_0^\sigma \left[\frac{\partial(p_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(p_s v)}{\partial y} \right] d\sigma = \int_0^\sigma D d\sigma$$

en los niveles del modelo (superficies mitad de capa). Teniendo en cuenta que al llegar al punto medio de la capa k -ésima hemos recorrido $k - 1$ capas y la mitad de esta capa k -ésima, utilizaremos la fórmula de integración numérica:

$$I_k = \sum_{l=1}^{k-1} D_l \Delta \sigma + D_k \frac{\Delta \sigma}{2}, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N.$$

Las advecciones verticales

Calculemos ahora $\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma}$ en los niveles del modelo.

Como la variable $\dot{\sigma}$ está estimada en las superficies intercapas, empezaremos estimando $\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma}$ en esas superficies. Para ello utilizaremos la discretización

$$\begin{aligned} \left[\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \right]_{k+1/2} &= \dot{\sigma}_{k+1/2} \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\Delta \sigma}, \\ \left[\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \right]_{k-1/2} &= \dot{\sigma}_{k-1/2} \frac{\alpha_k - \alpha_{k-1}}{\Delta \sigma}. \end{aligned}$$

Hecho esto estimaremos el valor de $\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma}$ en los niveles del modelo calculando la media entre los valores en la superficie y en la base de la capa,

$$\left[\dot{\sigma} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \right]_k = \frac{1}{2} \left(\dot{\sigma}_{k+1/2} \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\Delta \sigma} + \dot{\sigma}_{k-1/2} \frac{\alpha_k - \alpha_{k-1}}{\Delta \sigma} \right), \text{ para } k = 1, 2, \dots, N.$$

Aquí es necesario tener en cuenta que $\dot{\sigma}_{1/2} = \dot{\sigma}_{N+1/2} = 0$, ya que hemos considerado que $\dot{\sigma}$ se anula en las superficies $\sigma = 0$ y $\sigma = 1$.

Recapitulación

Como acabamos de mostrar, resulta relativamente fácil integrar de forma explícita un modelo baroclínico en ecuaciones primitivas utilizando técnicas numéricas elementales. Como contrapartida a esta sencillez, en este caso es necesario tomar un paso de tiempo que satisfaga la condición de estabilidad de Courant, Friedrichs y Lewy (CFL):

$$c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (30)$$

donde c es la velocidad de fase de las ondas gravitatorias más rápidas, que está próxima de la velocidad del sonido ($c \approx 300$ m/seg). El factor $\sqrt{2}$ aparece al calcular la condición de estabilidad para problemas bidimensionales sobre la horizontal.

En el caso de un modelo real los cálculos son un poco más complicados, ya que en las ecuaciones se debe introducir un factor de mapa. En lo que respecta a la horizontal, se puede elegir una discretización más sofisticada en la que las variables u , v y T están situadas sobre redes ligeramente desplazadas. Además, aunque ello implique complicaciones suplementarias, también se procura utilizar discretizaciones que tengan propiedades similares a las de las ecuaciones analíticas (conservación de la masa, de la energía, del momento angular...) y sean susceptibles de proporcionar representaciones más fieles de la atmósfera real (ver [8] y [12]).

La condición CFL (30) exige que el paso de tiempo Δt sea dos mil veces más pequeño que el paso de espacio Δx . Ahora bien, esto se puede mejorar con sólo tratar de forma implícita los términos responsables de la generación de las ondas gravitatorias. En este caso la condición de estabilidad CFL a respetar es

$$U \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{2}},$$

donde U es la velocidad de propagación de las ondas de Rossby que, como mucho, es la del viento sinóptico ($U \approx 50$ m/seg). Así pues, la utilización de un método semi-implícito permite tomar un paso de tiempo seis veces más grande que el de un explícito.

Los métodos semi-implícitos para las ecuaciones primitivas todavía se pueden mejorar más si se tratan de forma lagrangiana los términos advectivos. Así, combinando advección lagrangiana y tratamiento implícito de los términos generadores de las ondas gravitatorias, se obtiene un modelo *semi-lagrangiano semi-implícito* incondicionalmente estable. Estos modelos son más complejos y costosos de ejecutar que los explícitos pero como permiten un paso de tiempo mayor, al final son los que ganan la partida.

Básicamente, los métodos espectrales consisten en desarrollar el campo considerado en una serie de funciones conocidas y realizar los cálculos correspondientes en la serie truncada. En meteorología, si se usa, la técnica espectral solamente se utiliza en el cálculo de las derivadas horizontales. En lo que concierne a la vertical se mantienen las diferencias finitas en la forma que hemos descrito. En ese caso, para trabajar sobre la esfera se utilizan como funciones de base los armónicos esféricos de superficie, que están definidos por

$$Y_n^m(\lambda, \mu) = P_n^m(\mu) \exp(im\lambda),$$

donde λ representa la longitud terrestre, μ el seno de la latitud y $P_n^m(\mu)$ son las funciones (reales) asociadas de Legendre de primera especie definidas sobre el intervalo $[-1, 1]$.

Los métodos espectrales inicialmente sólo se utilizaron para los modelos globales. Hoy en día su campo de acción se ha extendido para tratar dominios geográficos limitados. En estos casos, considerando un dominio de trabajo lo suficientemente grande para que se pueda suponer que los campos tengan periodicidad lateral, se han probado con éxito métodos espectrales basados en una descomposición en funciones trigonométricas.

Otra alternativa para los modelos de dominio limitado es tomar como condiciones de contorno laterales los valores obtenidos en otro modelo de escala más grande. En esta situación es necesario introducir un término disipativo destinado a atenuar las perturbaciones engendradas por la artificiosidad de las condiciones de contorno laterales, perturbaciones que se propagan al interior del dominio. Se llega así a los modelos encajados. Este es el caso del modelo ALADIN, encajado en el ARPEGE, ambos desarrollados por Météo-France (ver [9]).

Paralelamente, la utilización de una transformación “conforme” de la esfera sobre sí misma ha desembocado en el concepto de malla variable que, aunque el modelo sea global, aumenta la resolución en la zona de mayor interés (modelo ARPEGE).

Otra cuestión a la que se ha dedicado mucha atención y que ha supuesto una notable mejoría de los modelos, es la determinación precisa de un estado inicial de la atmósfera a partir de las observaciones meteorológicas disponibles. Esta operación, denominada análisis objetivo, al principio se realizaba utilizando métodos de interpolación geométrica. A mediados de los años 1980 se propuso una formulación variacional (búsqueda del mínimo de un funcional) muy general, que puede resolverse utilizando métodos de control óptimo. En este caso se habla de asimilación variacional de los datos de observación.

Esta última aproximación permite tener en cuenta la información suministrada por una gran variedad de sistemas de observación, en particular de los datos teledetectados por el sistema de satélites, los cuales están ligados a las variables de los modelos por relaciones no lineales. Además, la minimización se puede extender fácilmente a datos repartidos en el espacio y tiempo: se habla entonces de asimilación variacional cuatridimensional (en forma abreviada 4D-VAR). En este caso el mismo modelo asegura que los campos verifican la restricción de coherencia interna y no es necesario recurrir a un proceso de inicialización. El desarrollo de estos métodos ha desembocado en la obtención de nuevas herramientas derivadas del modelo, como son el modelo lineal tangente y el modelo adjunto. Señalemos que en [10] se describe la asimilación 4D-VAR de los datos de observación y los problemas relativos a la asimilación de los datos de observación para la predicción numérica del tiempo. Para un estudio más exhaustivo ver su bibliografía.

5 La parte física de los modelos

La parte física de los modelos permite calcular los distintos intercambios energéticos entre la atmósfera y las fuentes externas. Considerada la atmósfera de forma global, las fuentes son la radiación solar, los océanos y en menor medida los continentes. Los procesos de intercambio de energía entre esas fuentes externas y la atmósfera son extremadamente variados y altamente interactivos, por lo tanto muy complejos. Como estos procesos no están tratados de forma explícita en las ecuaciones de la parte dinámica del modelo (sea por su naturaleza física, sea por las escalas consideradas), se deben parametrizar. Esto significa que se tiene que determinar e introducir el efecto medio de estos procesos en las variables dinámicas del modelo, o lo que es lo mismo, se tienen que calcular los términos \bar{f}_r , Q y Q' de las ecuaciones.

En esta sección nos limitaremos a describir brevemente los fenómenos físicos más relevantes que intervienen en estos procesos. Para un estudio más detallado ver por ejemplo [1], [5], [8] y [11]. Así, en [5] se describen con sencillez los principales fenómenos físicos y la manera de parametrizarlos para incluirlos en las ecuaciones de la dinámica atmosférica. [1] es un libro de texto a nivel de licenciatura que trata principalmente aspectos físicos de la atmósfera. [11] es una buena introducción a la meteorología y dedica especial atención a la formación de nubes, al estudio de las masas de aire y a la frontología. Como novedad respecto de los libros anteriores, en [8] se estudian procesos químicos

atmosféricos.

Vapor de agua y aire húmedo

Toda porción de atmósfera contiene algo de vapor de agua. Ahora bien, como indica el hecho de que las nubes solo ocupan una pequeña parte de la atmósfera, se puede decir es muy raro que este aire esté saturado. La mezcla de aire seco con vapor de agua se denomina *aire húmedo*. Para tratar de forma rigurosa las transformaciones del aire húmedo, se tienen que modificar ligeramente las ecuaciones del modelo. En concreto, basta con reemplazar los términos RT y C_p por $R_a T_v$ y C_{ph} , donde R_a es la constante del aire seco, T_v la temperatura virtual y C_{ph} el calor específico a presión constante para el aire húmedo. Notemos que estas dos últimas cantidades dependen de la humedad específica q .

Los efectos de la radiación

El sol es el gran motor de la máquina atmosférica, por tanto es muy importante conocer con precisión sus efectos directos e indirectos. Los efectos combinados de la radiación solar, de la radiación atmosférica y de la radiación terrestre van a contribuir a modificar la temperatura de las diferentes capas del modelo.

Dada la gran complejidad de los fenómenos que intervienen en la radiación, básicamente la absorción y la dispersión por las moléculas de aire, para calcular efectivamente todas las interacciones es necesario conocer la repartición de los distintos constituyentes atmosféricos.

El cálculo de los efectos de la radiación reposa sobre el cálculo de los flujos en la base y en la cima de cada capa considerada. Así, el aumento de temperatura debido a los efectos de la radiación vendrá dado por la divergencia de los flujos de radiación. Teóricamente se pueden calcular esos flujos si se conoce la distribución de los distintos constituyentes atmosféricos y su temperatura.

Los flujos de radiación en el suelo (radiación solar global y radiación atmosférica) son muy dependientes de la cobertura nubosa. Para determinar la evolución de la temperatura de la superficie del suelo (condición de contorno) es esencial conocer esos flujos radiativos, el flujo de radiación terrestre y los flujos turbulentos de calor sensible y de evaporación.

La interfase tierra-atmósfera

La capa límite atmosférica (CLA) es la parte de la atmósfera comprendida entre los 0 y 1500 metros de altitud, dependiendo de la topografía del terreno. En esta capa se tienen movimientos de tipo turbulento, los cuales contribuyen a que el suelo y la atmósfera intercambien cantidad de movimiento (rozamiento), calor (calor sensible) y vapor de agua (evaporación). La CLA se puede descomponer en dos partes: la capa límite superficial (CLS), en la cual se pueden despreciar los efectos de la fuerza de Coriolis, y la capa límite planetaria (CLP), en la que hay que introducir esos términos. La CLS es variable, pero más o menos llega hasta los 50 o los 100 metros de altitud. La CLP llega hasta los 1500 metros de altitud.

La parametrización de la capa límite consiste en determinar los valores de los flujos turbulentos en el suelo, en la CLS y en la CLP, en función de los valores de las variables de estado proporcionadas por la parte dinámica del modelo, de variables en el suelo proporcionadas por un modelo de superficie y de parámetros característicos del suelo. Se tiene pues que conocer los valores del viento en la CLS, de la energía estática seca ($s = C_p T + gz$) y de la humedad específica. En lo que respecta al viento se supone nulo en la superficie. En lo que respecta a la temperatura y humedad, el problema es más complejo y lleva a introducir ecuaciones pronóstico suplementarias para describir esas variables de superficie, gobernadas por los flujos de radiación, el flujo de precipitación y los flujos de calor sensible y latente.

Las precipitaciones de gran escala

Se incluyen aquí las precipitaciones que no son de origen convectivo. El principio básico consiste en examinar si una capa está saturada o no. En el primer caso el exceso de vapor de agua se condensa y precipita en la capa inferior y, paralelamente, la capa en la que se produce la condensación se calienta debido a la liberación de calor latente.

Sobre este fenómeno habitualmente se hacen las siguiente hipótesis:

- el agua se condensa en cuanto se alcanza la saturación,
- en el transcurso de las transformaciones la energía se conserva,
- el agua condensada precipita inmediatamente en la capa inferior (no se tiene en cuenta el agua líquida de las nubes),
- parte del agua transmitida a una capa se evapora hasta que eventualmente se alcance la saturación, y parte se transmite a la capa inmediatamente inferior.

Las convección intensa

Recordemos que la hipótesis hidrostática se obtiene suponiendo que el orden de magnitud de las velocidades verticales es menor que el de las velocidades horizontales. Si bien esto es cierto a gran escala, no lo es a pequeña escala, por ejemplo en las tormentas. Así, en los modelos de previsión numérica basados en las ecuaciones primitivas (13)-(19) no se tienen directamente en cuenta los movimientos convectivos. Sin embargo, como sus efectos se dejan sentir en la escala sinóptica, resulta indispensable evaluar los efectos de la convección sobre las variables de gran escala.

La convección se desencadena si existen capas inestables debido a la estratificación térmica o, adicionalmente, si hay un aporte de vapor de agua debido a una fuerte evaporación o a una importante convergencia de humedad. En este caso el efecto de la convección es una homogeneización vertical de la energía estática seca, de la humedad específica y de la cantidad de movimiento. Naturalmente, la atmósfera convectiva es sede de movimientos ascensionales.

Efectos de las ondas gravitatorias orográficas

Las ondas gravitatorias orográficas pueden aparecer cuando un flujo atmosférico estable circula por encima de un relieve accidentado. En determinadas condiciones, la heterogeneidad del relieve induce un flujo de cantidad de movimiento que se puede propagar verticalmente y disiparse o ser absorbido en la parte alta de la atmósfera. Como su propagación de onda generalmente es débil con relación a la resolución horizontal del modelo, es necesario parametrizar el efecto de estos fenómenos sobre la circulación a gran escala.

Transportes turbulentos horizontales

Introducida teóricamente para parametrizar el efecto de los transportes turbulentos horizontales, la difusión horizontal también permite eliminar el ruido de pequeña escala que puede generarse en el modelo.

En general, a las ecuaciones de evolución se les añade un laplaciano iterado multiplicado por un coeficiente de difusión horizontal. Se introduce este término difusivo en las ecuaciones de evolución para el viento horizontal, la energía estática seca y la humedad específica. Es inmediato constatar que el efecto de estos términos difusivos es suavizar las heterogeneidades.

Validación de las parametrizaciones

Como se ha mencionado al comienzo de esta sección, las parametrizaciones físicas son muy interactivas y dependen de parámetros que deben ser ajustados. En general se intenta limitar el número de parámetros ajustables, ya que cada reglaje necesitará una serie de ensayos del modelo. Las pruebas de las distintas parametrizaciones se pueden realizar examinando la mejora de la predicción al modificar los parámetros.

6 Modelos de predicción operativos

La creciente complejidad de los modelos de predicción numérica y las dificultades para poner a punto programas realmente eficaces en superordenadores científicos han propiciado el paso de una forma de trabajo artesanal individual a un gran proyecto científico. De hecho, mientras que los primeros modelos de predicción numérica pudieron ser concebidos, desarrollados y probados por una sola persona, la puesta a punto de los modelos actuales implica la cooperación de numerosos equipos que sobrepasa las disponibilidades de un único servicio nacional. Así, sobre todo en Europa, se ha asistido a la realización de “modelos comunitarios.” de “modelos unificados”, destinados a varias categorías de utilizadores de distintos servicios meteorológicos.

Entre las realizaciones de modelos comunes a distintos servicios meteorológicos citaremos:

- el modelo HIRLAM (High Resolution Limited Area Model), resultado del trabajo común llevado a cabo desde 1985 por los países escandinavos, Irlanda, Holanda y España;

- el modelo ARPEGE-IFS (Integrated Forecast System), desarrollado por Météo-France y el ECMWF (European Center for Medium-Range Weather Forecast) desde 1987;
- el modelo ALADIN (Aire Limitée, Adaptation Dynamique, Développement InterNational), desarrollado a partir de 1992 por Météo-France en colaboración con investigadores de Europa central. Este modelo es explotado por Austria, Bélgica, Bulgaria, Croacia, Eslovaquia, Eslovenia, Francia, Hungría, República Checa y Rumania.

Dos centros meteorológicos se explotan en común en Europa:

- El ECMWF, creado en 1974 y localizado en Reading (Reino Unido). Agrupa a dieciocho países de Europa occidental y suministra diariamente previsiones a medio plazo (hasta diez días).
- El centro RCLACE (Regional Center for Limited Area Modelling in Central Europe), creado en 1994 en Praga. Agrupa a seis países de Europa central y oriental (Austria, Croacia, Hungría, República Checa, Eslovaquia y Eslovenia) y hace funcionar dos veces al día un modelo de dominio limitado de escala fina que proporciona predicciones para hasta dos días de plazo.

En el mundo sólo alrededor de una docena de Servicios meteorológicos nacionales hacen predicciones numéricas operativas para el conjunto del planeta. En Europa, además del ECMWF la hacen Météo-France en Toulouse, el Meteorological Office británico en Bracknell y el Deutscher Wetterdienst en Offenbach.

Los modelos ARPEGE y ALADIN

El 6 de diciembre de 1993, Météo-France puso en servicio operativo el modelo ARPEGE (acrónimo de Action de Recherche Petite Échelle Grande Échelle). Éste es un modelo que abarca todo el globo terrestre y su principal innovación es su resolución horizontal variable: las dimensiones de la malla son mínimas sobre Francia y crecen progresivamente hasta sus antípodas donde son máximas. De esta forma, con un único modelo se puede hacer predicciones a escala fina sobre el territorio francés y describir con una precisión suficiente los grandes fenómenos de escala planetaria. En [9] se describe de forma detallada los modelos ARPEGE y ALADIN. Los otros modelos operativos existentes son similares a estos.

El modelo ARPEGE operativo es una versión de un modelo espectral de resolución variable sobre la horizontal y en diferencias finitas sobre la vertical, con una coordenada vertical híbrida $p - \sigma$ (presión y presión normalizada). La resolución horizontal máxima corresponde a una malla de 19,1 km de lado y la mínima a una de 234 km de lado. La atmósfera está dividida en 31 capas, su nivel más alto está en los 5 mbar de presión y el más bajo 20,5 metros por encima del suelo. El esquema numérico es semi-lagrangiano de dos niveles

temporales y el paso de tiempo es de 900 segundos. Se tiene pues que la relación entre el tamaño de malla y el paso de tiempo es 21 m/seg, que probablemente es la mejor de todos los modelos operativos actuales. Las ecuaciones pronóstico están escritas para la presión en el suelo, las componentes horizontales de la velocidad, la temperatura y la humedad específica, y son similares a las que hemos descrito en la sección 4. Por último, este modelo operativo contiene un juego completo de parametrizaciones físicas que introducen los efectos de los fenómenos descritos en la sección 5.

Las observaciones para los datos iniciales se realizan intermitentemente, con 4 análisis por día: 0, 6, 12 y 18 h UTC (Coordinated Universal Time); y se obtienen de observatorios en superficie, aviones (temperatura y viento), radiosondas y satélites.

Desde su inicio, el modelo ARPEGE fue concebido como multiuso, lo mismo permite efectuar predicciones a corto plazo, de hasta tres días, que a medio plazo, del orden de la semana. Ahora bien, su función más importante es la predicción general para un plazo de hasta dos o tres días. Más allá de tres o cuatro días los pronosticadores europeos se basan casi exclusivamente en las previsiones numéricas proporcionadas por el ECMWF. Hay que indicar que una predicción para un plazo de 48 horas con el modelo ARPEGE en el superordenador Fujitsu VPP700 (20 mil millones de operaciones por segundo) que Météo-France tiene en Toulouse costaba en 1998 un poco menos de un cuarto de hora.

Para previsiones a corto plazo (uno o dos días) se utilizan modelos de dominio limitado en los que la malla es lo suficientemente fina para simular correctamente las escalas pequeñas del movimiento, en particular las inducidas por el relieve. Este es el caso del modelo ALADIN, que se planteó como un complemento al modelo planetario ARPEGE para realizar predicciones a corto plazo (típicamente hasta 48 horas) en un dominio limitado (*cf.* [9]). En este modelo el dominio es un cuadrado de 2740 km de lado, en proyección Lambert, centrado en el punto de resolución máxima de ARPEGE. Los niveles verticales son los mismos que los de ARPEGE. La resolución horizontal de 9,9 km es casi el doble que la resolución máxima de ARPEGE y el paso de tiempo es de 470 segundos. Las partes dinámica y física son totalmente idénticas a las del modelo ARPEGE.

ALADIN sobre todo permite refinar los detalles del escenario previsto por ARPEGE para el mismo día y el día siguiente, salvo en el caso en que el escenario de ARPEGE se juzgue incorrecto. De hecho, la información de base de ALADIN (condiciones iniciales y condiciones de contorno) viene enteramente de ARPEGE y no contiene, por ejemplo, información analizada a una escala más fina. El refinamiento de los detalles viene de la mejor resolución horizontal y, en particular, de la mejor adaptación de los campos al relieve del suelo y a otros parámetros de superficie (vegetación, albedo, etc.), que están dos veces mejor descritos. Es natural que una evaluación de ALADIN realizada por pronosticadores de distintas regiones contenga mejores informaciones que ARPEGE en las zonas montañosas y cerca de las costas, debido a que en ALADIN el relieve y el contraste tierra-mar están descritos con más detalle.

7 Sensibilidad respecto de los datos iniciales

A pesar de las continuas mejoras de las predicciones meteorológicas realizadas con los modelos numéricos, hay que rendirse a la evidencia de la imposibilidad de proveer predicciones precisas para más allá de un cierto límite. La existencia de un límite para la previsibilidad es debida a varias razones: las imperfecciones de los modelos numéricos que simulan la atmósfera, las incertidumbres inherentes a las medidas efectuadas para determinar el estado inicial y el carácter no lineal del modelo.

A comienzos de los años 1960 el meteorólogo americano Edward Lorenz se preguntaba: *¿Cómo es posible que conociendo las ecuaciones de la circulación atmosférica y las condiciones de partida, no se llegaba a predecir con un grado de fiabilidad aceptable el tiempo que haría tres días después?* Para tratar de responder a esta pregunta, Lorenz simplificó drásticamente las ecuaciones de la circulación atmosférica hasta llegar al sistema que lleva su nombre:

$$\frac{dx}{dt} + \sigma(x - y) = 0, \quad \frac{dy}{dt} + y - rx + xz = 0, \quad \frac{dz}{dt} + bz - xy = 0.$$

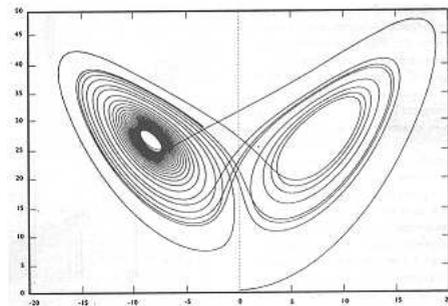
Para los parámetros Lorenz tomó los valores $\sigma = 10$, $b = 8/3$ y $r = 28$. Notemos que en el anexo D de [4] se detalla la obtención de estas ecuaciones de Lorenz a partir de las ecuaciones inerciales de la dinámica de la atmósfera, en concreto a partir del sistema de Bénard.

Es fácil adivinar que simplificado hasta este punto, este sistema no tenga ninguna utilidad para previsiones meteorológicas reales. Sin embargo posee los ingredientes necesarios para ser representativo de los movimientos atmosféricos y constituye el modelo teórico de caos determinista más célebre y más estudiado.

Lo mismo que los modelos meteorológicos completos, y a pesar de su aspecto tan sencillo, estas tres ecuaciones no tienen solución analítica. Por tanto hay que resolverlas por métodos numéricos utilizando un ordenador. Así lo hizo Lorenz y se topó con numerosas sorpresas.

La primera fue que la evolución de cada una de las componentes de la solución tiene un comportamiento que parece que sólo obedece a la fantasía del azar.

El segundo descubrimiento fue que si dibujamos la sucesión de valores que en el transcurso del tiempo toman las soluciones, se obtiene una trayectoria que se enrolla sobre un curioso objeto de dos lóbulos. Se descubrió así el primer “*atractor extraño*”.



Atractor de Lorenz

La tercera sorpresa se produjo cuando comprobó que la introducción de un pequeñísimo error inicial crecía exponencialmente con el cálculo, de forma

que se obtenía un resultado radicalmente diferente. Esto ponía en evidencia la sensibilidad del sistema de Lorenz respecto de las condiciones iniciales.

Los “verdaderos” modelos atmosféricos presentan la misma extrema sensibilidad respecto de los datos iniciales. Así, dos datos iniciales muy cercanos y cuyas diferencias son del orden de las incertidumbres inevitables derivadas de las imperfecciones de la red de observación, para plazos de tiempo superiores a un cierto límite pueden conducir a soluciones divergentes. Lorenz dio de este efecto una imagen muy impactante, que bautizó “efecto mariposa”: *una perturbación tan débil como el aleteo de las alas de una mariposa puede producir en la otra punta del Globo, un mes más tarde, un efecto considerable, como por ejemplo el desencadenamiento de un ciclón o lo contrario, el término de una tempestad.*

Hay que resaltar que de forma general, el límite de previsibilidad está más lejos cuanto mayor es la escala de los fenómenos meteorológicos considerados. Así, para los fenómenos de escala sinóptica, es decir de una dimensión característica de 1000 a 2500 km y una duración de vida de uno a tres días, el límite para los modelos actuales es de tres o cuatro días.

Conocido el estado inicial y sus incertidumbres, para predicciones superiores a cuatro o cinco días actualmente se utiliza lo que se denomina previsiones de conjunto. Con estos métodos se pretende suministrar a los pronosticadores un número tan grande como sea posible de evoluciones diferentes de la atmósfera que se puedan derivar del estado inicial de referencia. Se tiene así la predicción probabilística, consistente en prever para un plazo dado la distribución de los valores previstos y las probabilidades asociadas. Para ello hay que calcular una función de probabilidad en cada uno de los puntos y para cada una de las magnitudes atmosféricas.

Una alternativa para acceder a la misma información es la utilización de un método Monte-Carlo, consistente en efectuar un cierto número de predicciones equiprobables y, a partir del conjunto de previsiones obtenidas, calcular los valores medios y los momentos estadísticos de orden superior. Se ha aplicado esta idea efectuando varias integraciones de un mismo modelo con distintos estados iniciales obtenidos haciendo en el estado inicial de referencia pequeñas modificaciones aleatoriamente repartidas y compatibles con los errores del análisis.

El problema fundamental de la predicción de conjunto consiste en efectuar una elección razonable de las variantes de la situación inicial de referencia, de manera que utilizando un mínimo de estados iniciales se pueda obtener un máximo de soluciones relativamente alejadas las unas de las otras. El empleo del modelo adjunto permite identificar las modificaciones del estado inicial que sufren las mayores amplificaciones para un plazo dado (en el sentido de una norma convenientemente elegida). Esta técnica es la utilizada por el ECMWF para efectuar una cincuentena de integraciones que conducen a un conjunto de previsiones para el cual es posible calcular la media y la varianza de las distintas magnitudes meteorológicas. Señalemos que en [2] se describe los métodos de interpretación de las predicciones numéricas a medio plazo adoptadas por los servicios de previsión de Météo-France, que son similares a las de otros servicios

operativos. Para un estudio más exhaustivo ver su bibliografía.

8 Conclusión

En sus inicios, los hombres del tiempo pudieron considerar los modelos numéricos como algo anecdótico capaz de reproducir con mayor o menor fidelidad las características de la circulación atmosférica. Sin embargo, gracias a su constante mejora, actualmente son una herramienta imprescindible para la predicción. Hoy en día nadie duda de que los modelos numéricos realizan mucho mejor que el hombre la síntesis de todos los procesos de interacción física, que antes sólo eran parcialmente comprendidos. Ahora bien, aunque estos modelos suelen dar previsiones realistas, no siempre dan una predicción exacta y a veces aparecen importantes errores, incluso para predicciones a muy corto plazo. Esto significa que los resultados de los modelos numéricos deben ser continuamente confrontados con la realidad: a posteriori para intentar corregir sus defectos sistemáticos, y en tiempo real para detectar a tiempo divergencias en las simulaciones que sean susceptibles de conducir a una estimación errónea de los fenómenos meteorológicos implicados.

Para terminar, las palabras de Miguel Azpiroz (1916-1965) en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona ([3]): *“La gente que, a pesar de todo, está dispuesta siempre a dejarse engañar muy a gusto, como dice un proverbio latino, seguirá creyendo en los intuitivos de esta ciencia, como también ocurre en Biología o en Medicina, y en las predicciones realizadas con recursos extremadamente simples. Forma parte de la naturaleza humana el querer saber, de modo inmediato, a qué atenerse en todos los aspectos que afectan a su ámbito vital, antes que el comprender las dificultades de cualquier problema que requiere una formación especializada; y adopta esta actitud incluso en cuestiones de mayor categoría cultural o humana, sin que nadie se asombre por ello.*

Bibliografía

Artículos históricos

Bjerkness V., 1904: Das problem von der Wettervorhersage, betrachtet vom Standpunkt der Mechanik und der Physik. *Meteor. Zeitschrift*, 21, pp. 1-7.

Charney J.G., Fjörtoft R. and von Neumann J., 1950: Numerical integration of the barotropic vorticity equation. *Tellus*, vol. 2, pp. 237-254.

Courant R., Friedrichs K.O., Lewy H., 1928: Ueber die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Math. Annalen*, 100, pp. 32-74.

Eliassen A., 1956: A procedure for numerical integration of the primitive equations of the two-parameter model of the atmosphere. *Scientific Report n° 4*, Department of Meteorology, UCLA.

Lorenz E., 1963: Deterministic non periodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences*, vol. 20, n° 2, pp. 130-141.

Phillips N.A., 1951: A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns. *J. Meteorol. Soc.*, vol 8, pp. 381-394.

Richardson L.F., 1922: *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge University Press, reprinted Dover, 1965.

Rossby C.G., 1939: Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action. *Journal of Marine Research* (Sears Foundation), pp. 38-55.

Generalidades. Historia de la Meteorología

Coiffier J., 2000: Un demi-siècle de prévision numérique du temps. *La météorologie*, 8^e série, n^o 30, juin 2000, (*Spécial Prévision numérique du temps*), pp. 11-31.

Dahan-Dalmedico A., 2001: History and Epistemology of Models: Meteorology (1946-1963) as a Case Study. *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol 55, pp. 395-422.

Hunt J.C.R., 1998: Lewis Fry Richardson and his contributions to Mathematics, Meteorology and Models of Conflict. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol 30, xiii-xxxvi.

Lorenz E., 1993: *The Essence of Chaos*, University of Washington Press, Seattle. (Traducción en español *La esencia del caos*, Editorial Debate, Madrid, 2000).

Nebeker F., 1995: *Calculating the Weather. Meteorology in the 20th Century*. Academic Press, San Diego.

Referencias

- [1] Aguirre de Cárcer I. y Jaque F., 2001: *Introducción a la Meteorología Ambiental*. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, Cantoblanco, Madrid.
- [2] Atger F., 2000: La prévision du temps à moyenne échéance en France. *La météorologie*, 8^e série, n^o 30, juin 2000, (*Spécial Prévision numérique du temps*), pp. 61-86.
- [3] Azpiroz M., 1965: Predicciones del tiempo. *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, vol. XXXVII, núm. 1.
- [4] Bergé P., Pomeau Y. et Vidal C., 1984: *L'ordre dans le chaos*. Hermann, Paris.
- [5] Coiffier J., 1996: *Eléments de prévision numérique du temps*. École Nationale de la Météorologie, Météo-France, Toulouse.
- [6] Dutton J.A., 1995: *Dynamics of Atmospheric Motion*. Dover Publications, New-York.

- [7] Holton J.R., 1979: *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, New-York. (Traducción en español *Introducción a la Meteorología Dinámica*. Instituto Nacional de Meteorología, Madrid, 1990).
- [8] Jacobson M.Z., 1999: *Fundamentals of Atmospheric Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [9] Pailleaux J., Geleyn J.F. et Legrand E., 2000: La prévision numérique du temps avec les modèles Arpège et Aladin. Bilan et perspectives. *La météorologie*, 8^e série, n^o 30, juin 2000, (*Spécial Prévision numérique du temps*), pp. 32-60.
- [10] Rabier F., Mahfouf J.F. et Klinker E., 2000: Une nouvelle technique d'assimilation des données d'observation au CEPMMT: L'Assimilation variationnelle quadridimensionnelle. *La météorologie*, 8^e série, n^o 30, juin 2000, (*Spécial Prévision numérique du temps*), pp. 87-101.
- [11] Triplet J.P. et Roche G., 1971: *Météorologie Générale*. Troisième édition 1986, École Nationale de la Météorologie, Toulouse. Réimpression 1996, Météo-France, Paris.
- [12] Washington W.M. and Parkinson C.L., 1986: *An Introduction to Three-Dimensional Climate Modeling*. University Science Books, Mill Valley, California.