Paseo histórico-geométrico por un cuadro italiano del siglo XV

por
Vicente Meavilla, Universidad de Zaragoza

Presentación

El que os habla lleva una treintena de años dedicado a la enseñanza de las Matemáticas a nivel no universitario y unos cuatro lustros embarcado en la investigación de los aspectos didácticos de dicha disciplina. Durante este tiempo podría decirse que mi principal ocupación profesional ha sido la de APRENDER PARA ENSEÑAR.

Dentro de pocos años muchos de vosotros dedicaréis gran parte de vuestro horario de trabajo a la docencia. Por ello, en este rato que vamos a pasar juntos, voy a proponeros una excursión intelectual que nos proporcionará abundante material para el diseño de algunas lecciones de Geometría dirigidas a alumnos y alumnas de segundo curso de Bachillerato o de los primeros cursos universitarios.

En dicho recorrido nos serviremos de la historia de las Matemáticas y observaremos la realidad con ojos matemáticos.

1. Un cuadro italiano de 1495

Retrato de Luca Pacioli (1495). Atribuido a Jacopo de Barbari. Museo de Capodimonte (Nápoles)

La mayor parte de la superficie del cuadro anterior está ocupada por dos personajes. Uno de ellos, el fraile franciscano, parece estar explicando al otro (posiblemente un miembro de la nobleza) algún teorema geométrico contenido en un tratado matemático. En la pizarra que se apoya en la mesa hay una palabra escrita: EVCLIDES. Además, sobre el libro de tapas rojas descansa un poliedro regular (el dodecaedro) y a la derecha del fraile, colgado del techo, puede verse un poliedro transparente cuyas caras son cuadrados y triángulos equiláteros.

¿Quién es el clérigo del cuadro?
¿Quién es su alumno?
¿Qué o quién es Euclides?
¿Cómo se llama y a qué especie de poliedros pertenece el cuerpo geométrico situado en la parte superior izquierda del cuadro?

A lo largo de sucesivas etapas intentaremos dar respuesta a dichos interrogantes.

2. Luca Pacioli, apunte biográfico

Apoyándonos en el título del cuadro y consultando la bibliografía adecuada podemos esbozar el siguiente perfil biográfico de Luca Pacioli.

Nació en Borgo de Sansepolcro (Italia) en 1445 y posiblemente recibió sus primeras lecciones en el taller de su paisano el matemático y pintor Piero della Francesca (1412-1492).

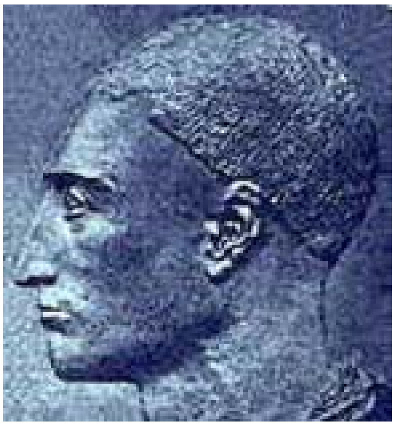
Piero della Francesca

A los veinte años dejó su ciudad natal y pasó a Venecia donde fue preceptor de los dos hijos del comerciante Antonio Rompiasi. A la vez que desempeñaba esta función, prosiguió sus estudios de Matemáticas en una escuela publica dependiente de la Universidad de Venecia.

En 1470, tras la muerte de Antonio, abandonó Venecia y se trasladó a Roma invitado por el arquitecto León Battista Alberti (1404-1472), uno de los primeros investigadores de la perspectiva geométrica.

Años más tarde, en 1472, ingresó en la orden de San Francisco de Asís.

Llegados a este punto podemos afirmar que el clérigo del cuadro es Luca Pacioli.



Leon Battista Alberti

En 1475 fue lector de Matemáticas en Perugia y entre 1477 y 1480 dio clases de aritmética en la Universidad de dicha ciudad. En 1481 se trasladó a Zara (actual Croacia) donde escribió un manual de aritmética. Después de una corta estancia en Florencia volvió a Perugia, obtuvo el título de Magíster y explicó Matemáticas desde 1486 hasta 1487.

Debido al agotamiento y a su frágil salud dejó la docencia y se instaló en Roma. En 1490 enseñó Teología y Matemáticas en Nápoles. En esta ciudad realizó una colección de poliedros regulares que regaló a Guidobaldo de Montefeltro[1], duque de Urbino. De 1490 a 1493 permaneció en su pueblo natal preparando la publicación de su obra *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalità*. En 1493 dio lecciones de Matemáticas en Padua. En 1494, una vez terminada la redacción de la *Summa*, se trasladó a Venecia para supervisar los trabajos de impresión.

LA *SUMMA* DE PACIOLI

Obra de carácter enciclopédico que ocupa más de 600 páginas.

Se divide en cinco partes.

La primera se dedica a la aritmética y al álgebra. Contiene numerosos algoritmos para las operaciones aritméticas elementales y ofrece reglas para la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. También incluye abreviaturas para designar la adición, la sustracción, la igualdad, la raíz cuadrada, la raíz cúbica, la raíz cuarta y las potencias de la incógnita (véase la tabla adjunta).

Las tres secciones siguientes se consagran a la aritmética comercial y a la metrología.

Por último, la quinta parte estudia la geometría teórica y práctica.

La *Summa* tiene poca originalidad y se apoya en las obras de los grandes matemáticos clásicos y medievales. No obstante, dado que fue escrita en italiano y que fue impresa, circuló ampliamente durante el siglo XVI y fue citada por los grandes matemáticos del Renacimiento italiano (Cardano, Tartaglia, Bombelli, etc.).

[1] Al parecer, Guidobaldo de Montefeltro es el segundo personaje que aparece en el cuadro.

SIMBOLISMO DE PACIOLI	SIMBOLISMO ACTUAL
p	$+$
m	$-$
ae	$=$
R2 o R	$\sqrt{\ }$
R3	$\sqrt[3]{\ }$
RR	$\sqrt[4]{\ }$
co	x
ce	x^2
cu	x^3
ce.ce	x^4

En 1496 Pacioli viajó a Milán para enseñar Matemáticas en la corte del duque Ludovico Sforza “il Moro” (1452-1508). Allí conoció a Leonardo da Vinci (1452-1519) quien realizó los dibujos de los sesenta poliedros que aparecen en su libro *De divina proportione*, redactado durante esta etapa milanesa y del que nos ocuparemos más adelante.

Ludovico Sforza “il Moro”

Leonardo da Vinci

En 1499 Milán fue ocupada por las tropas francesas y Ludovico el Moro fue hecho prisionero. Por este motivo, Luca Pacioli y Leonardo abandonaron la ciudad pasando primero a Mantua, luego a Venecia y finalmente a Florencia.

En 1500 Pacioli se convirtió en profesor de Geometría de la Universidad de Pisa, cuya sede se había trasladado a Florencia desde las revueltas ciudadanas de 1494. Allí continuó su labor docente hasta 1505. No obstante, entre 1501 y 1502 dio clases de Matemáticas en la Universidad de Bolonia donde coincidió con Scipione del Ferro (1465-1526), uno de los grandes algebristas italianos que intervino en la resolución por radicales de la ecuación de tercer grado con una incógnita.

En 1505 regresó a Roma y en 1508 viajó a Venecia. En dicha ciudad vio la luz la primera edición impresa de *De divina proportione.*

En 1510, a causa de su delicada salud, volvió a su ciudad natal. Sin embargo, a instancias del Papa León X, en 1514 volvió a Roma y fue profesor de la *Sapienza*, la Universidad de la “ciudad eterna”.

Luca Pacioli murió en Borgo de Sansepolcro en torno al 1517.

Eduardo Chillida. *Homenaje a Luca Pacioli* (1986)

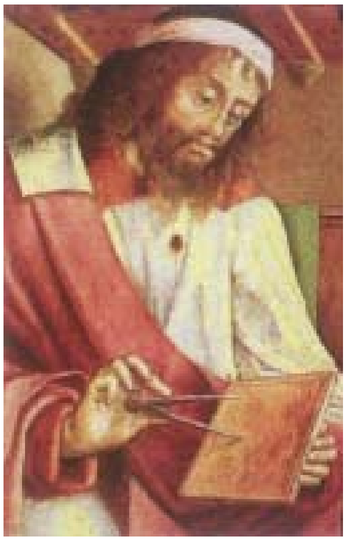
3. La divina proporción: geometría de lo bello

El 14 de diciembre de 1498 Luca Pacioli concluyó la redacción de su *De divina proportione* de la que se hicieron tres manuscritos para Ludovico Sforza, Giangaleazzo Sanseverino y Pietro Soderini, respectivamente. El primero se encuentra en la Biblioteca Pública de Ginebra, el segundo en la Biblioteca Ambrosiana de Milán y del tercero se desconoce su actual paradero.

De divina proportione no se imprimió hasta 1509 en Venecia. Esta edición incluye, además del manuscrito dedicado a Ludovico, un *Tractato de la architectura* (de inspido en Vitrubio), el *Libellus in tres partes tractatus divisus quinque corporum regularium et dendentium activae perscrutationis* (traducción en vulgar del códice *Libellus de quinque corporibus* de Pietro della Francesca) y un pequeño tratado sobre la construcción del alfabeto basado en el cuadrado y el círculo.

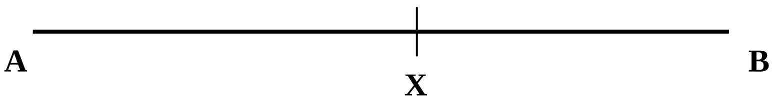
Con el término “divina proporción”, Luca Pacioli se refería a lo que Euclides de Alejandría (ca. 300 a. C.) denominaba “división de un segmento en media y extrema razón”.

> Se dice que una recta está dividida en media y extrema razón cuando la línea total es a la parte mayor como la parte mayor es a la menor.
>
> Euclides. *Elementos* (Libro VI, def. 3)



Euclides

Notemos que la definición anterior puede “traducirse literalmente” al lenguaje moderno del modo siguiente:



Dado un segmento rectilíneo AB, diremos que el punto X (interior al segmento) lo divide en media y extrema razón si, y sólo si, se verifica que:

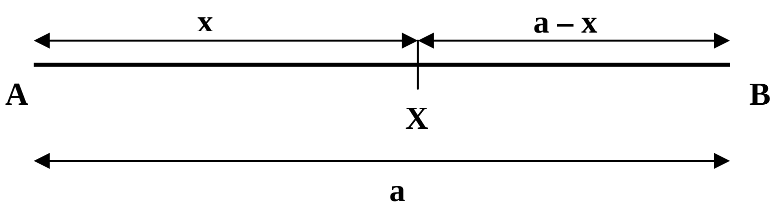
$$\frac{AB}{AX} = \frac{AX}{XB}$$

Si el punto X divide al segmento AB en media y extrema razón se dice que AX es el **segmento áureo** de AB.

PROBLEMA 1

Dividir un segmento rectilíneo AB en dos partes desiguales AX y XB de modo que la razón entre la parte mayor y la menor (AX / XB) sea igual a la razón entre el segmento total y la parte mayor (AB / AX).

Sea AB el segmento rectilíneo dado. Sea X el punto que lo divide en media y extrema razón.



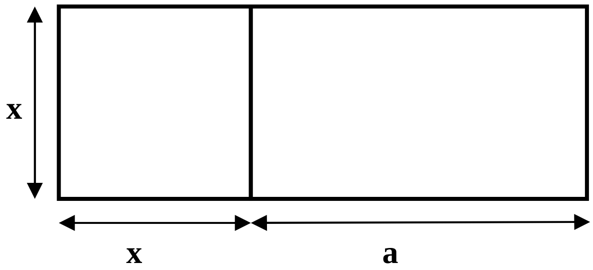
Entonces:

$AX / XB = AB / AX \Rightarrow x / (a - x) = a / x \Rightarrow x^2 = a(a - x) \Rightarrow x^2 + ax = a^2$

En otras palabras:

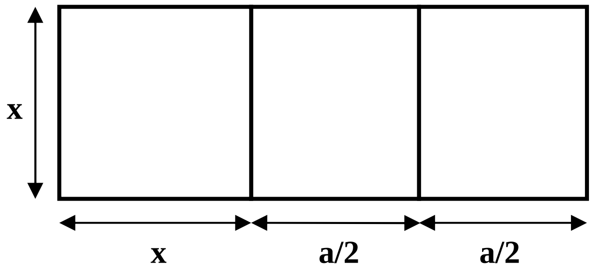
El problema de dividir un segmento rectilíneo AB = a en media y extrema razón equivale a resolver la ecuación cuadrática $x^2 + ax = a^2$ o la $\mathbf{x(x + a) = a^2}$ **[1]**.

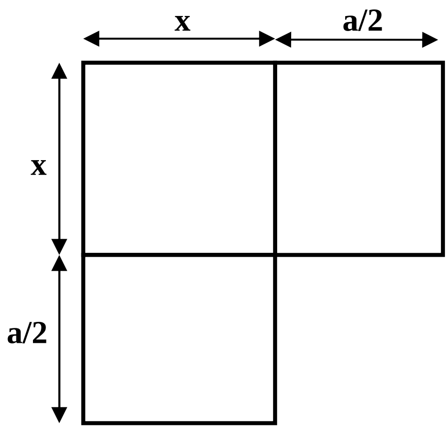
Vamos a resolver la ecuación [1] utilizando un procedimiento geométrico, con la esperanza de que dicha resolución gráfica nos indique el camino que debemos seguir para determinar el punto X que divide al segmento AB en media y extrema razón.



El diagrama anterior es la representación gráfica del primer miembro de la ecuación [1]. En consecuencia, el área del rectángulo de dimensiones x y a + x es a^2.

Por tanto, el área de cada uno de los diagramas siguientes también es a^2.





Ahora bien, el área del polígono cóncavo representado en la última figura es igual a $[x + (a/2)]^2 - (a/2)^2$. Dicho en otras palabras:

$$\left[x + \left(\frac{a}{2}\right)\right]^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

De donde:

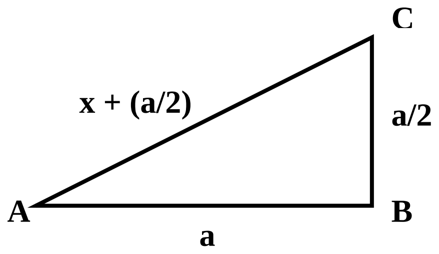
$$\left[x+\left(\frac{a}{2}\right)\right]^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Es decir:

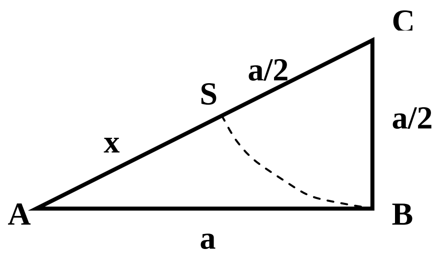
El segmento rectilíneo $x + (a/2)$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son a y $a/2$.

Por tanto, para determinar la longitud del segmento x [= segmento áureo del segmento AB = a] deberemos proceder del modo siguiente:

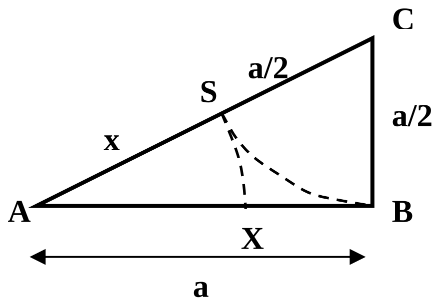
[1] Dibujar un triángulo rectángulo ABC de catetos a y $a/2$.



[2] Con centro en C y radio CB [= a/2] describir un arco de circunferencia que corta a la hipotenusa en el punto S. Con esto se tiene que CS = a/2 y SA = x.



[3] Con centro en A y radio AS [= x] describir un arco de circunferencia que corta al cateto AB [= a] en el punto X. Con esto se tiene que AX [= x] es el segmento áureo del segmento AB.



La “divina proporción” en la moda

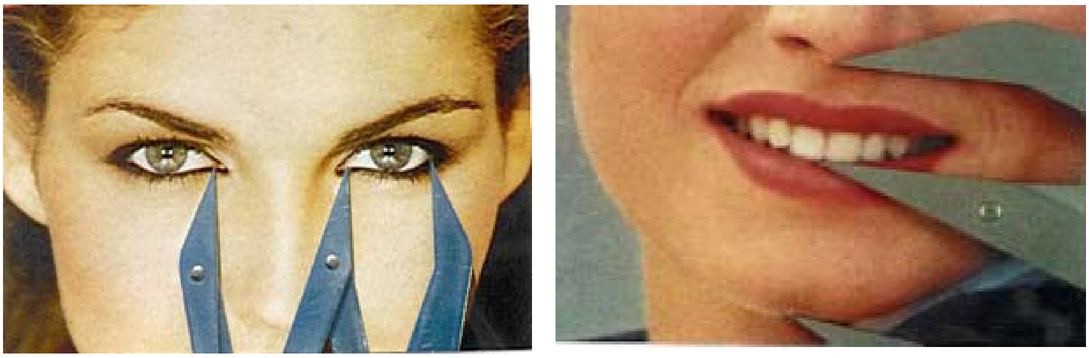
La “divina proporción” en la industria automovilística

La “divina proporción” en el diseño

La “divina proporción” en la pintura (Mondrian)

La “divina proporción” en la naturaleza (Botánica)

La “divina proporción” en la naturaleza (Zoología)

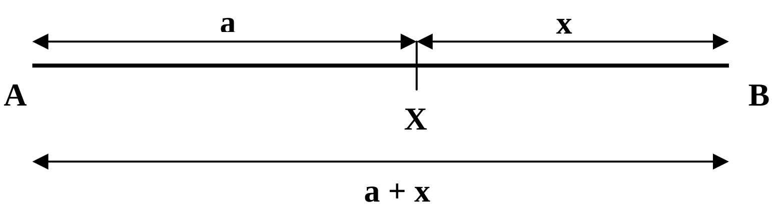


La “divina proporción” en la estética

PROBLEMA 2

Dado el segmento áureo de un segmento rectilíneo, construir dicho segmento.

Sea AX = a el segmento áureo de un segmento AB = a + x.



Entonces:

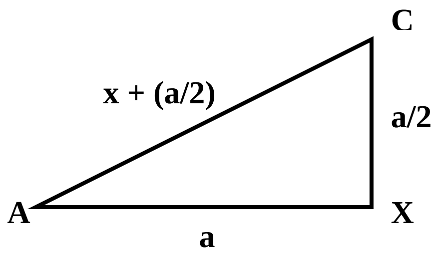
AB / AX = AX / XB $\Rightarrow$ (a + x) / a = a / x $\Rightarrow$ $\mathbf{x(a + x) = a^2}$

Siguiendo un razonamiento análogo al del problema 1 se llega al resultado siguiente:

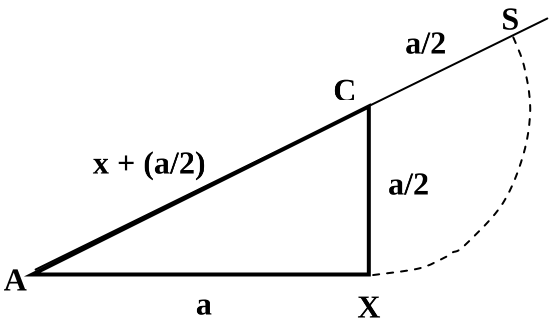
El segmento rectilíneo x + (a/2) es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son a y a/2.

Por tanto, para determinar la longitud del segmento a + x [= AB = segmento rectilíneo cuyo segmento áureo es AX = a] deberemos proceder del modo siguiente:

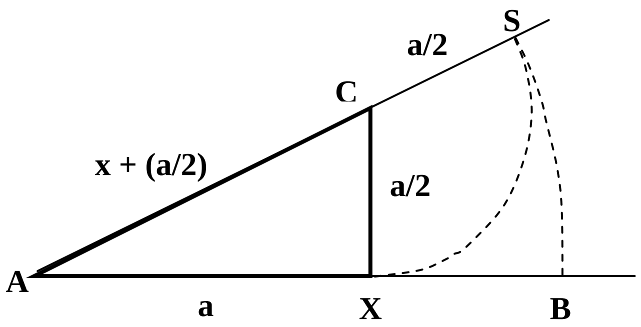
[1] Dibujar un triángulo rectángulo AXC de catetos a y a/2.



[2] Con centro en C y radio CX [= a/2] describir un arco de circunferencia que corta a la prolongación de la hipotenusa en el punto S. Con esto se tiene que AS = a + x.



[3] Con centro en A y radio AS [= a + x] se describe un arco de circunferencia que corta a la prolongación del cateto AX en el punto B. Con esto se tiene que AB es el segmento rectilíneo cuyo segmento áureo es AX = a.



PROBLEMA 3

Demuestra que el lado de un pentágono regular es el segmento áureo de su diagonal.

PROBLEMA 4

Apoyándote en los problemas 2 y 3, construye un pentágono regular de lado dado.

El problema 3 pone de manifiesto la presencia de la “divina proporción” en el pentágono regular y en el pentágono regular estrellado (obtenido al trazar las diagonales de un polígono regular de cinco lados). El problema 4 proporciona un procedimiento para construir un pentágono regular que se apoya en la división de un segmento rectilíneo en media y extrema razón.

En otras palabras: la “divina proporción” es esencial al pentágono regular y al pentágono regular estrellado, polígonos con numerosas manifestaciones en el arte, en el diseño y en la naturaleza.

4. El número áureo y los rectángulos áureos

Sea AB un segmento rectilíneo y X el punto interior a él que lo divide en media y extrema razón.

Entonces:

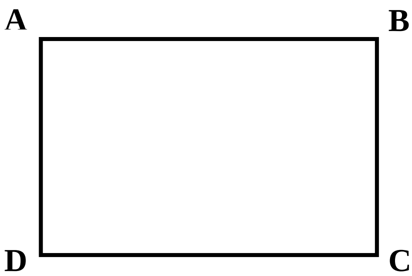
$$AB / AX = AX / XB = \Phi$$

El número Φ (“phi”) se llama **número áureo**.

PROBLEMA 5

Demuestra que ϕ *es igual a* $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Se dice que un rectángulo es áureo cuando la razón entre su dimensión mayor y su dimensión menor es el número áureo.

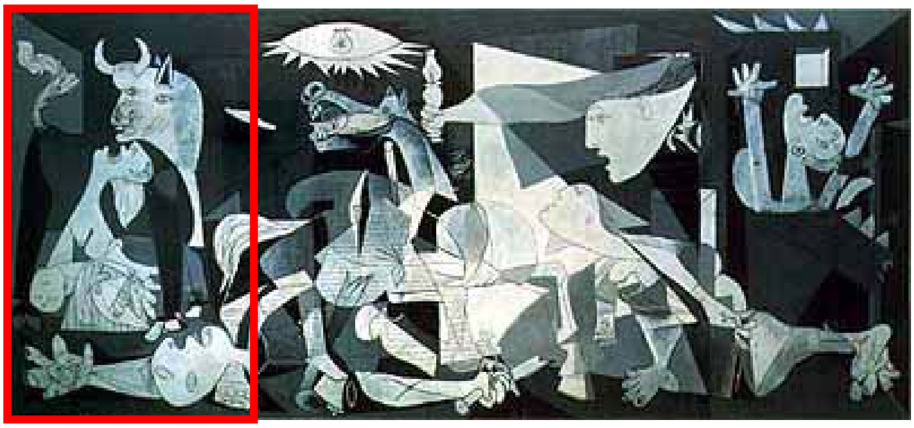


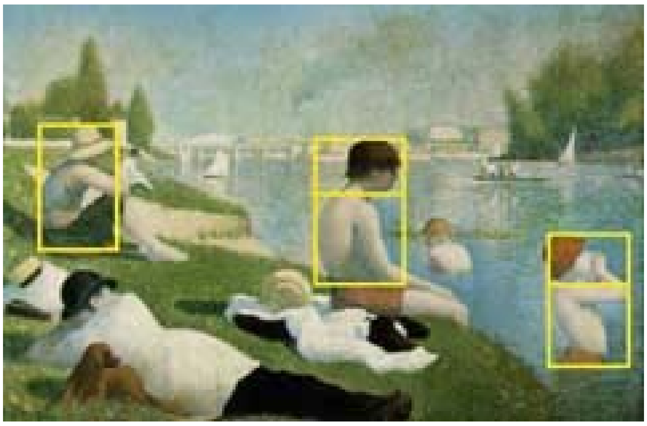
Es decir:

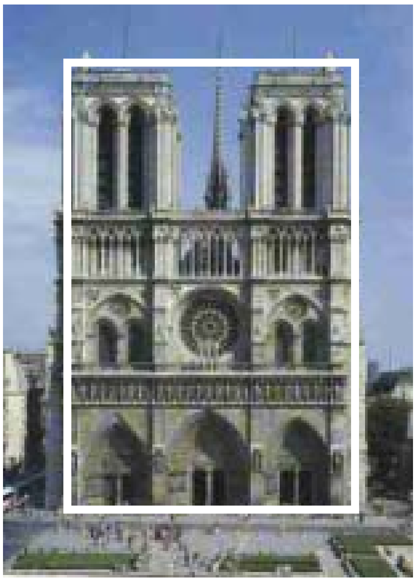
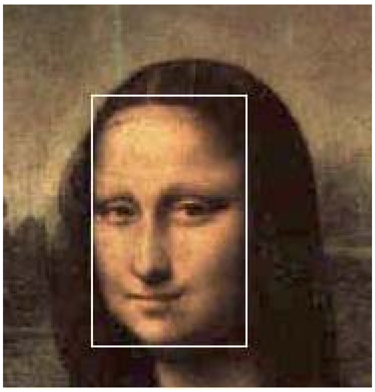
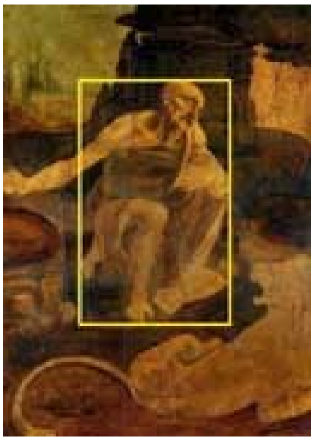
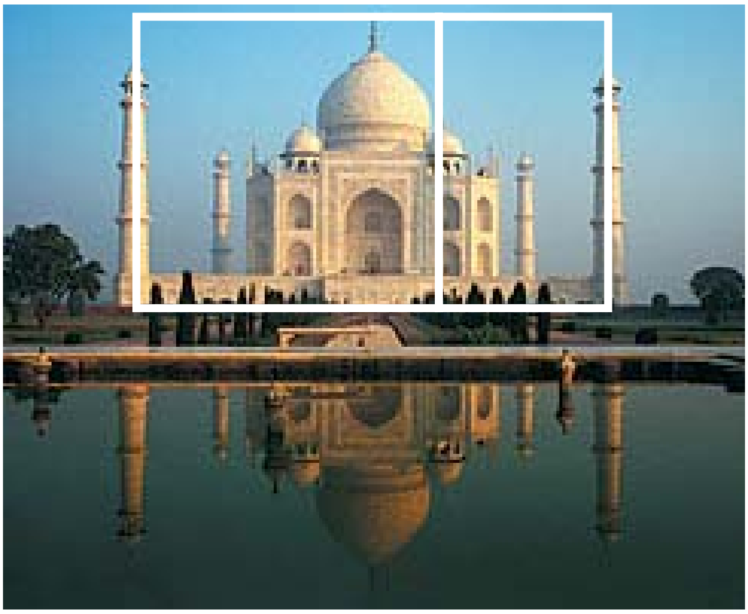
El rectángulo ABCD, con AD < DC, es áureo ⇔ DC / AD = Φ

En otros términos:

El rectángulo ABCD, con AD < DC, es áureo ⇔ AD es el segmento áureo del segmento rectilíneo DC.



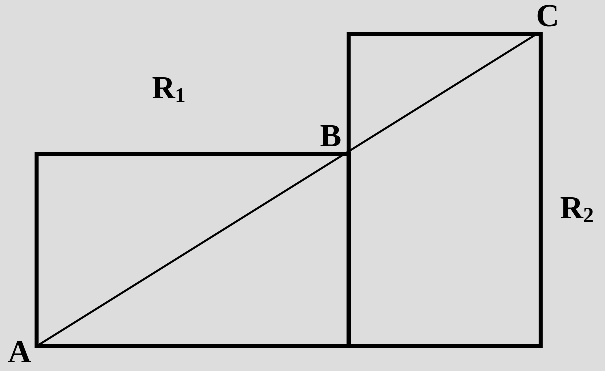


Rectángulos áureos en el arte

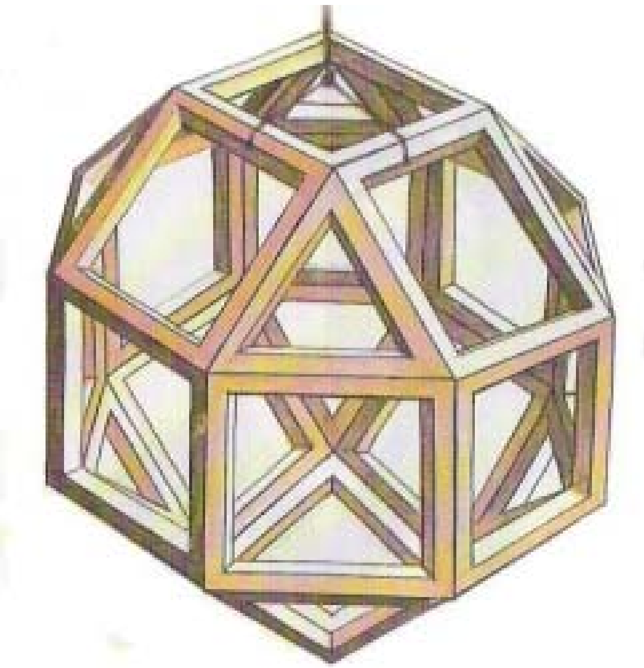
PROBLEMA 6

Sean R_1 y R_2 son dos rectángulos congruentes tales que los puntos A, B y C están alineados. Demuestra que R_1 y R_2 son rectángulos áureos.



5. Los poliedros arquimedianos

Entre las ilustraciones realizadas por Leonardo da Vinci para *De divina proportione* se encuentra el siguiente "poliedro hueco" al que Luca Pacioli denomina *Vigintisex basium planus vacuus*.



Dicho sólido de veintiséis caras (18 cuadrados y 8 triángulos equiláteros) que aparece en la parte superior izquierda del cuadro se conoce actualmente por el nombre de rombicuboctaedro y pertenece a una especie de poliedros llamados arquimedianos o semirregulares[2].

Llamaremos poliedro arquimediano a todo poliedro convexo en el que las caras son regulares, mas no iguales, y tal que sus ángulos poliedros son iguales y no regulares.

Nótese que todas las aristas son iguales.

Luis García Fernández
Poliedros regulares y arquimedianos, p. 41

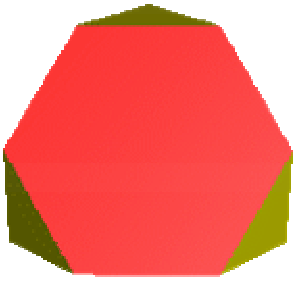
El primer documento en el que se hace alusión a los poliedros semirregulares, también llamados poliedros o sólidos arquimedianos, se debe a Pappus de Alejandría (s. IV d. C.) que, en su Colección matemática, se expresa en los siguientes términos:

> *(...) Es posible, en efecto, imaginar muchas figuras sólidas con superficies de cualquier clase; pero nosotros vamos a considerar especialmente aquellas que parecen regulares, las cuales no son solamente las cinco de que habla el divino Platón* [en el Timeo], *a saber: el tetraedro, el hexaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro, sino también las trece descubiertas por Arquímedes formadas por polígonos equiláteros y equiángulos* [= regulares], *pero no semejantes.*
> *En primer lugar tenemos el octaedro compuesto por cuatro triángulos y cuatro hexágonos* [el tetraedro truncado] *y, además de este, hay tres decatetraedros* [poliedros con catorce caras], *el primero de los cuales está limitado por ocho triángulos y seis cuadrados* [el cuboctaedro], *el segundo por seis cuadrados y ocho hexágonos* [el octaedro truncado o sólido de Kelvin], *y el tercero por ocho triángulos y seis octógonos* [el cubo truncado].
> *Vienen después dos icohexaedros* [poliedros con veintiséis caras], *el primero con ocho triángulos y diez y ocho cuadrados* [el rombicuboctaedro] *y el segundo con doce cuadrados, ocho hexágonos y seis octógonos* [el cuboctaedro truncado o gran rombicuboctaedro].
> *Hay, además, tres triacontaedros* [poliedros con treinta y dos caras]. *El primero está formado por veinte triángulos y doce pentágonos* [el icosidodecaedro], *el segundo por doce pentágonos y veinte hexágonos* [el icosaedro truncado] *y el tercero por veinte triángulos y doce decágonos* [el dodecaedro truncado].
> *El triacontaoctaedro* [poliedro con treinta y ocho caras] *tiene treinta y dos triángulos y seis cuadrados* [el cubo achatado].
> *Tenemos dos hexaecontadoedros* [poliedros con sesenta y dos caras]*: uno con veinte triángulos, treinta cuadrados y doce pentágonos* [el rombicosidodecaedro], *y el otro con treinta cuadrados, veinte hexágonos y doce decágonos* [el icosidodecaedro truncado o gran rombicosidodecaedro].
> *Y, por último, el eneacontadoedro* [poliedro con noventa y dos caras] *formado por ochenta triángulos y doce pentágonos* [el dodecaedro achatado].

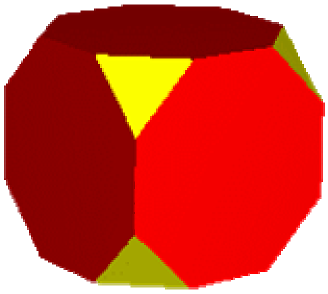
---

[2] Además del rombicuboctaedro Pacioli conocía los cinco arquimedianos siguientes: tetracedron abscisus *[= tetraedro truncado]*, exacedron abscisus [= *cuboctaedro*], octocedron abscisus [= *octaedro truncado*], ycocedron abscisus [= *icosaedro truncado*] y duodecedron abscisus [= *icosidodecaedro*].

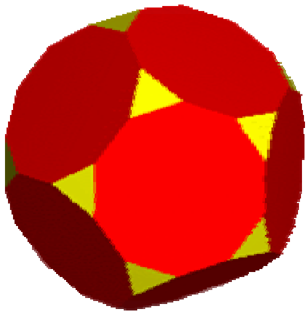
Notemos que en esta clasificación no aparecen los *prismas de Arquímedes*, poliedros semirregulares cuyas bases son dos polígonos regulares del mismo tipo y cuyas caras laterales son cuadrados, y *los antiprismas de Arquímedes o prismatoides regulares*, poliedros arquimedianos cuyas bases son dos polígonos regulares del mismo tipo y cuyas caras laterales son triángulos equiláteros.



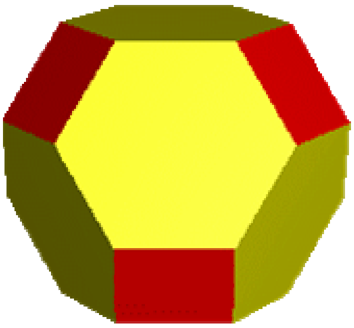
Tetraedro truncado
$\{4_3 , 4_6\}$



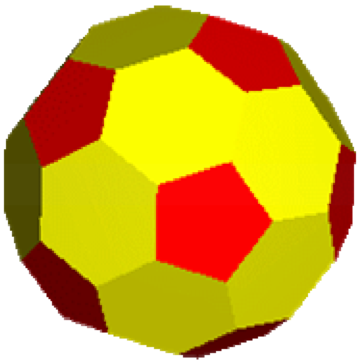
Cubo truncado
$\{8_3 , 6_8\}$



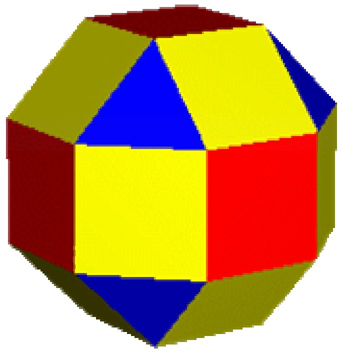
Dodecaedro truncado
$\{20_3 , 12_{10}\}$



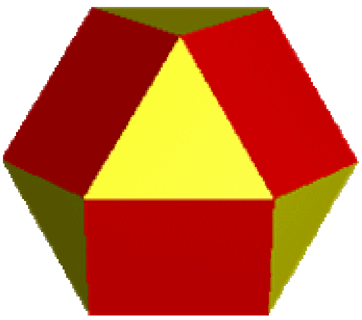
Octaedro truncado
$\{6_4 , 8_6\}$



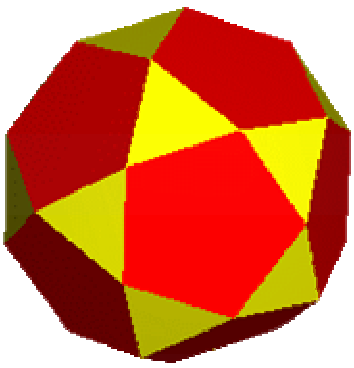
Icosaedro truncado
$\{12_5 , 20_6\}$



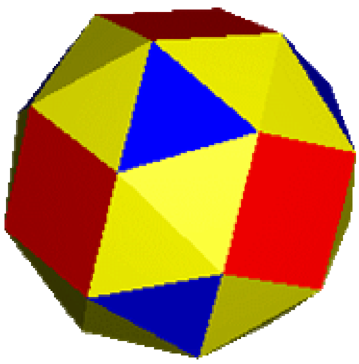
Rombicuboctaedro
$\{8_3 , 18_4\}$



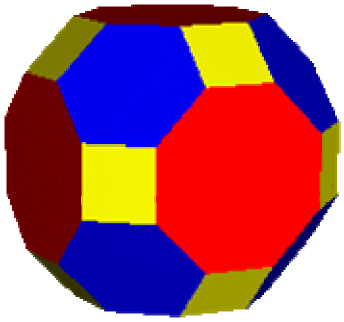
Coboctaedro
$\{8_3 , 6_4\}$



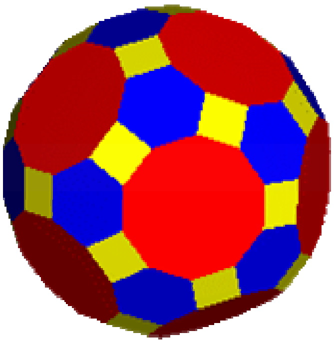
Icosidodecaedro
$\{20_3 , 12_5\}$



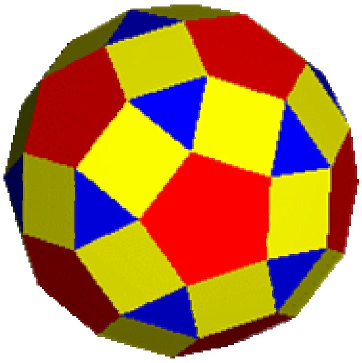
Cubo achatado
$\{32_3 , 6_4\}$



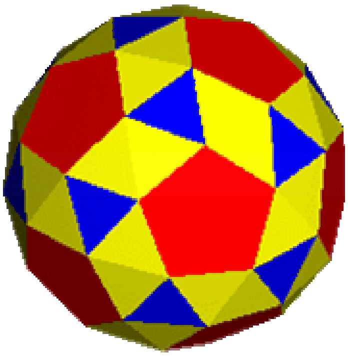
Coboctaedro truncado
$\{12_4, 8_6, 6_8\}$



Icosidodecaedro truncado
$\{30_4, 20_6, 12_{10}\}$



Rombicosidodecaedro
$\{20_3, 30_4, 12_5\}$



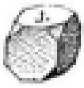
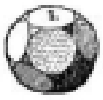
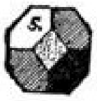
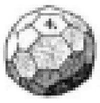
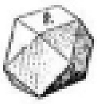
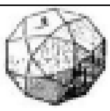
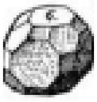
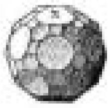
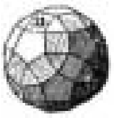
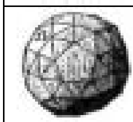
Dodecaedro achatado
$\{80_3, 12_5\}$

Los poliedros arquimedianos citados por Pappus

Dado que la primera edición latina de la Colección matemática de Pappus se publicó a finales del siglo XVI (*Papi Alexandrini Mathematicae Collectiones a Federico Commandino urbinate in latinum conversae et commentariis illustratae*, Pésaro, 1588) no debe extrañarnos que la información relativa a los poliedros semirregulares contenida en ella permaneciese oculta a los matemáticos medievales y a un gran número de investigadores renacentistas.

Federico Commandino (1506-1575)

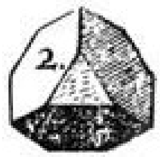
Por otro lado, tampoco debe sorprendernos que algunos de dichos poliedros fuesen redescubiertos por algunos personajes ilustres dedicados a la ciencia y al arte (véase el cuadro adjunto).

		P. della Francesca	Pacioli	Durero	Stevin[3]	Kepler[4]
	Tetraedro truncado	SI	SI	SI	SI	SI
	Cubo truncado	SI		SI	SI	SI
	Dodecaedro truncado	SI			SI	SI
	Octaedro truncado	SI	SI	SI	SI	SI
	Icosaedro truncado	SI	SI		SI	SI
	Rombicuboctaedro		SI	SI	SI	SI
	Cuboctaedro	SI	SI	SI	SI	SI
	Icosidodecaedro		SI		SI	SI
	Cubo achatado			SI	SI	SI
	Cuboctaedro truncado			SI	SI	SI
	Icosidodecaedro truncado					SI
	Rombicosidodecaedro					SI
	Dodecaedro achatado					SI

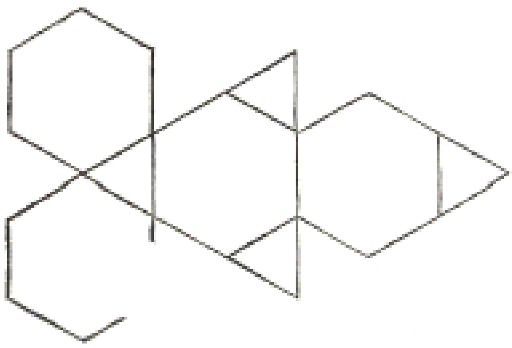
[3] Simon Stevin nació en Brujas, Flandes (ahora Bélgica) en 1548 y murió en la Haya (Holanda) en 1620. Matemático, físico, inventor, ingeniero y musicólogo, Stevin introdujo el uso sistemático de los números decimales en las matemáticas europeas y planteó la unificación del sistema de pesas y medidas. También publicó una de las primeras tablas de interés con muchos ejemplos prácticos y con las reglas de interés simple y compuesto.

[4] Johannes Kepler (1571-1630) descubrió la clase infinita de los antiprismas.

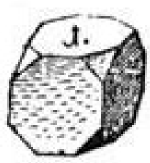
Por su interés histórico, reproducimos los desarrollos de la decena de arquimedianos conocidos por Simon Stevin (*Problematum geometricorum*, pp.73-83).



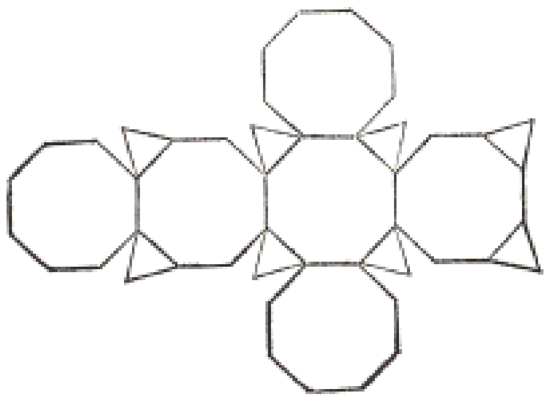
$\{4_3\ ,\ 4_6\}$



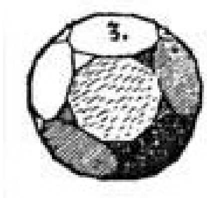
Desarrollo del tetraedro truncado
(*truncato tetraedro per laterum tertias*)



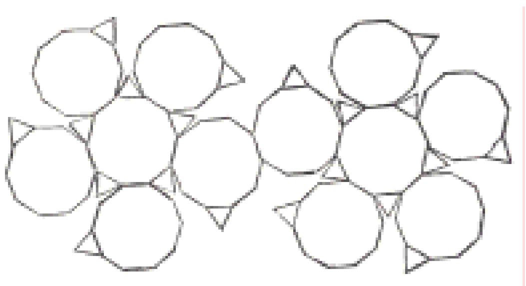
$\{8_3\ ,\ 6_8\}$



Desarrollo del cubo truncado
(*truncato cubo per laterum divisiones in tres partes*)

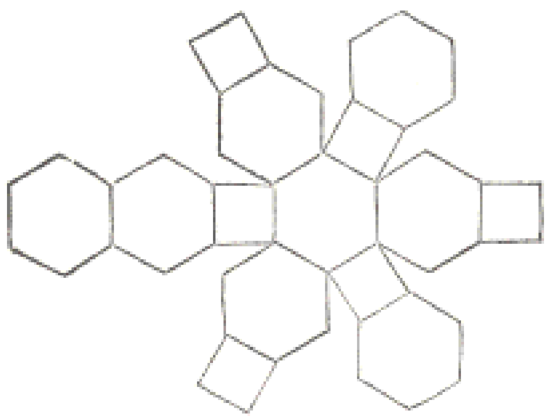


$\{20_3\ ,\ 12_{10}\}$



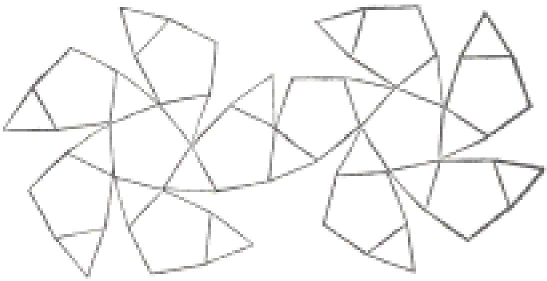
Desarrollo del dodecaedro truncado
(*truncato dodecaedro per laterum divisiones in tres partes*)

$\{6_4\ ,\ 8_6\}$

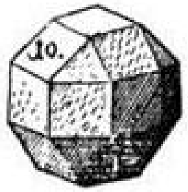


Desarrollo del octaedro truncado
(*truncato octaedro per laterum tertias*)

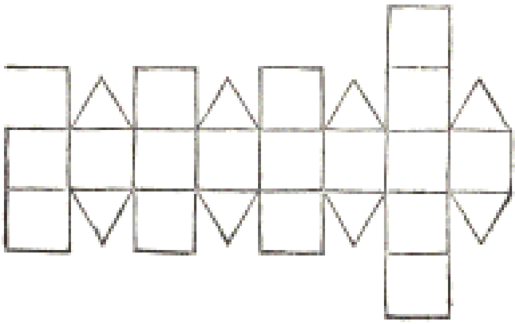
$\{12_5 , 20_6\}$



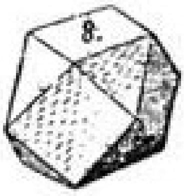
Desarrollo del icosaedro truncado
(*truncato icosaedro per laterum media*)



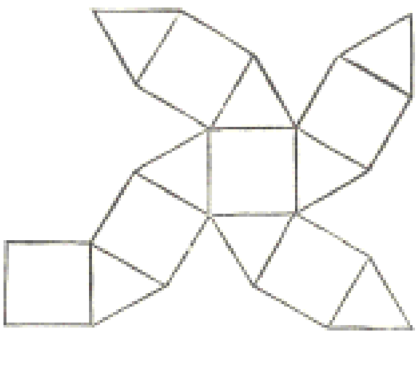
$\{8_3 , 18_4\}$



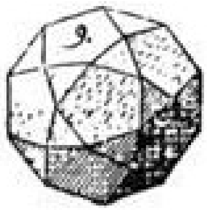
Desarrollo del rombicuboctaedro
(*bistruncato cubo primo*)



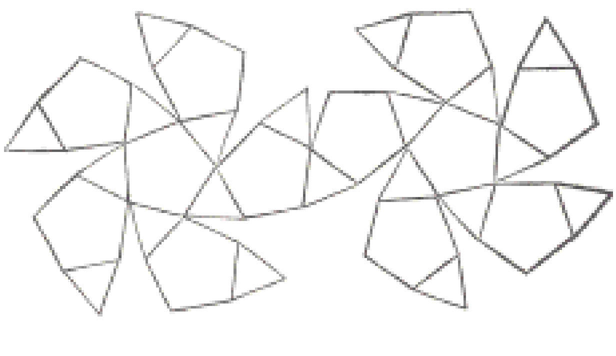
$\{8_3 , 6_4\}$



Desarrollo del cuboctaedro
(*truncato octaedro per laterum media*)

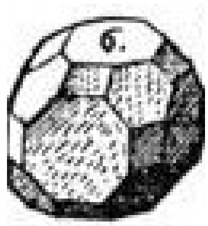


$\{20_3 , 12_5\}$

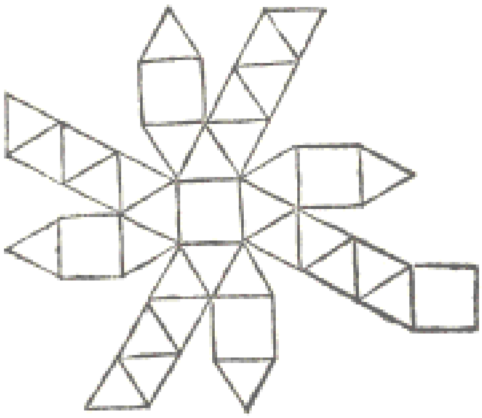


Desarrollo del icosidodecaedro
(*truncato icosaedro per laterum media*)

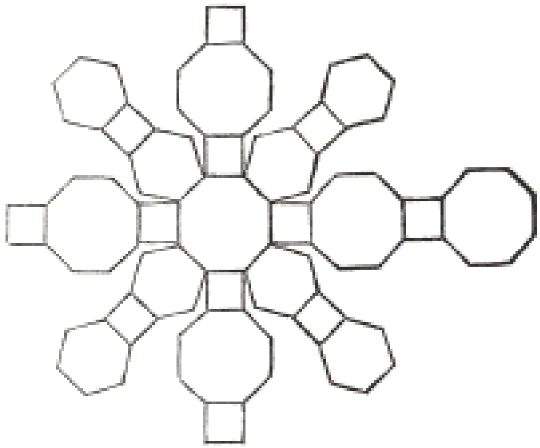
$\{32_3\,,\,6_4\}$



$\{12_4\,,\,8_6\,,\,6_8\}$



Desarrollo del cubo achatado



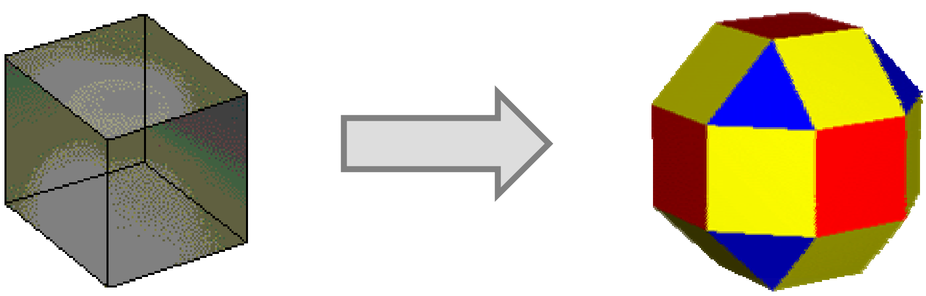
Desarrollo del cuboctaedro truncado
(*bistruncato cubo segundo*)

PROBLEMA 7

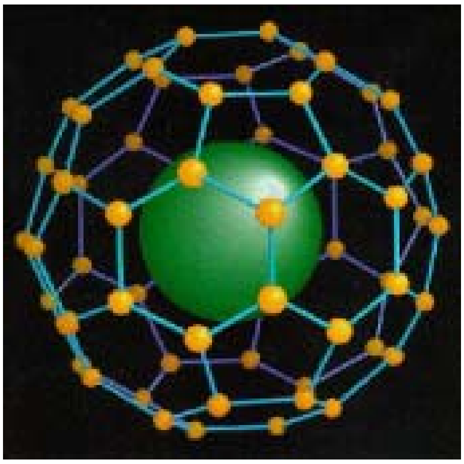
El rombicuboctaedro tiene veintiséis caras (18 cuadrados y 8 triángulos equiláteros).Sabiendo que alrededor de cada vértice hay tres cuadrados y un triángulo, calcula el número de vértices y aristas del rombicuboctaedro.

PROBLEMA 8

¿Cómo se puede obtener el rombicuboctaedro a partir del cubo?



Balón de futbol



Fullereno (C_{60})

El icosaedro truncado en el deporte y en la química

6. Despedida

Creo que ya es hora de concluir esta excursión por el mundo de la geometría cuyo origen ha sido la contemplación de un cuadro italiano del siglo XV.

A lo largo de este paseo hemos convivido con algunos personajes de la historia de la Matemática y también hemos tomado contacto con ciertos conceptos y procedimientos que no suelen enseñarse en las aulas de secundaria y tampoco en la universidad.

Espero y deseo que el material presentado sea suficiente para que, en un futuro próximo, podáis diseñar algunas actividades de enseñanza y aprendizaje en las que se ponga de manifiesto la relación de las Matemáticas con otras facetas de la cultura humana.

Vicente MEAVILLA SEGUÍ
IES "Francés de Aranda" de Teruel
Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza
vmeavill@hotmail.com

Referencias bibliográficas

BONELL, C. (1999). *La divina proporción. Las formas geométricas.* Barcelona, Ediciones UPC.

GARCÍA FERNÁNDEZ, L. (1981).*Poliedros regulares y arquimedianos.* Tenerife, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas.

GHYKA, M. (1978). *El número de oro (I. Los ritmos. II. Los ritos)*. Barcelona, Editorial Poseidón.

GHYKA, M. (1983). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes.* Barcelona, Editorial Poseidón.

MARTÍN CASALDERREY, F. (2000). *Cardano y Tartaglia. Las matemáticas en el Renacimiento italiano.* Madrid, Nívola.

MEAVILLA SEGUÍ, V. (2001). *Aspectos históricos de las Matemáticas elementales*. Zaragoza, Prensas Universitarias de Zaragoza.

PACIOLI, L. (1991). *La divina proporción* (Introducción de Antonio M. González. Traducción de Juan Calatrava). Madrid, Ediciones Akal.

The MacTutor History of Mathematics archive
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html>

VERA, F. (1970). *Científicos griegos* (dos volúmenes). Madrid, Aguilar.