LA PROVINCIA
Diario de Las Palmas

Sectores de viento y agua
María Luisa Vega Alemán (IES Artesanos de Ingenio. Ingenio, Gran Canaria)

Reproducción de las páginas publicadas en el periódico ***«LA PROVINCIA - Diario de Las Palmas»***, de Las Palmas de Gran Canaria, con motivo de la popularización del Año Mundial de las Matemáticas.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Comité canario para el año 2000

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Las matemáticas en la historia y la historia de las matemáticas

José L. Montesinos (*)

En la modernidad occidental se entiende la Historia como la totalidad de sucesos que constituyen el entramado y desarrollo de nuestra civilización, una historia que tiene personalidad propia, estrechamente ligada al ser humano y al progresivo desarrollo de su libertad frente a una naturaleza hostil y tiránica.

¿Y cuál ha sido el papel desempeñado por las matemáticas en esa historia? La matemática abstacta, la matemática griega y de la cultura occidental, ha sido uno de los motores de ese desarrollo histórico y uno de los responsables de esa visión moderna de la historia. La geometría euclídea, nacida como un reflejo admirado de la naturaleza, de sus regularidades cósmicas, se inspiró éticamente –según Ortega y Gasset– en ese modelo natural. Dos mil años más tarde la Europa cristiana había de invertir esa relación y, con la matematización de la naturaleza, con la geometrización del mundo, comenzaría la era moderna, en la que la nueva ciencia y la idea de progreso ininterrumpido vendrían a modelar nuestra civilización técnica planetaria.

La matemática es un constructo de la mente humana estrechamente ligado a la Cultura, entendida como ámbito en que se despliega la actividad espiritual y creativa del hombre. La matemática no se ha desarrollado linealmente y su contenido no ha ido simplemente acumulándose a través de los tiempos, sino que ha sido fruto de los componentes culturales de cada periodo histórico y al mismo tiempo ha sido un factor importante en la configuración global de los mismos.

Desde esta columna, a lo largo del año 2000, miembros y colaboradores de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia hablaremos de la Historia, la Filosofía y la Sociología de las Matemáticas. Y a ello nos moverá la voluntad de hacer ver a la sociedad que la matemática, fundamento de la ciencia moderna, no es un conocimiento abstruso y desarraigado, sino un conjunto de procesos históricos que han ido construyendo un vasto entramado presente en la mayor parte de nuestras actividades cotidianas: trataremos de mostrar que el método cartesiano matemático es desde el siglo XVII en gran medida responsable, para bien o para mal, de nuestro presente.

Uno de los objetivos de nuestra Fundación Orotava es conseguir que la cultura científica se integre dentro de la cultura general de los ciudadanos. En una primera etapa dedicaremos los 2.300 caracteres de nuestra columna a presentar la relación que han tenido con las matemáticas algunos de los grandes pensadores que han modelado nuestra civilización: Platón, Aristóteles, Nicolás de Cusa, Galileo y Descartes.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

En marzo de 1999 se creó el Comité canario para el 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Una de las iniciativas en la que más énfasis se puso desde entonces es en ésta que hoy inicia su andadura: estar presentes durante todo el año en la prensa a través de una página dominical.

¿Qué pretendemos con estas páginas? Entendimos desde el principio que, si lo lográramos, sería una forma efectiva de transmitir matemáticas y pensamiento matemático durante el 2000. Le pedimos que nos acompañe durante cincuenta y cuatro semanas y deseamos presentarles unas Matemáticas distintas de las escolares, pero complementarias, otras caras de las Matemáticas. Esperamos que descubra que esta disciplina es algo más que los polinomios, la derivada o el teorema de Pitágoras. Le mostraremos sus utilidades, sabrá quienes han sido los constructores de esta ciencia a través de la historia, conocerá muchas curiosidades relacionadas con la ciencia de los números y la medida y también podrá distraerse con las secciones de entretenimientos que le propondremos.

Todo el contenido de la página pretendemos presentarlo en un lenguaje tal que una persona simplemente interesada pueda entenderlo. No obstante, algunos trabajos tal vez se escapen a sus conocimientos, pero no se alarme y acompáñenos todo el año. Esperamos no defraudar.

Es evidente que estamos abiertos a cualquier sugerencia que estime conveniente hacernos. Para ello puede utilizar cualquiera de los siguientes medios: correo postal: Suplemento 2000. Luis Balbuena Castellano, presidente del Comité. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife; fax 922 261250 o correo electrónico: lbcf@correo.rcanaria.es

Unas matemáticas para el siglo XXI

Nácere Hayek (*)

Este año 2000 ha sido declarado por el organismo internacional de la Unesco como Año Mundial de las Matemáticas y no es difícil adivinar las razones de esta decisión. Si en estos días en que comenzamos a sentir las primeras sensaciones del siglo XXI tuviéramos que efectuar un balance de lo que han sido y de lo que han aportado las matemáticas en el transcurso de la historia nos quedaríamos sobrecogidos y abrumados con la tarea a emprender. Pero mayor sería nuestro asombro y estupefacción si redujéramos el tiempo a valorar solamente el grado de crecimiento que han experimentado las matemáticas durante el siglo XX, porque encontraríamos un progreso de tal envergadura que nos llevaría indefectiblemente a catalogar a esta ciencia como la más profunda y eficaz zona del saber que haya creado en todo tiempo el espíritu humano. Las matemáticas invaden hoy más que nunca la práctica totalidad de las creaciones del intelecto, habiendo penetrado en la mente humana más que ninguna otra ciencia en cualquiera de los periodos de la historia. En la actualidad, la necesidad de conocer una porción de buenas matemáticas se ha hecho no sólo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica, en la que tanto ciencias como humanidades han acusado ya visiblemente su tremendo impacto. Las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otras áreas del colectivo intelectual. Hoy los biólogos se han salido de sus cauces tradicionales y consultan álgebras de Boole, los especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad; la sociología, la lingüística (con Noam Chomsky como pionero) y otra gran parte de las humanidades absorben matemáticas que, camufladas bajo el nombre de cliometría, se han infiltrado incluso en el campo histórico. Existen demasiadas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha estado viviendo un acusado periodo de matematización real, de una matematización del conocimiento humano.

Lo que se ha reflejado anteriormente es, sin duda, la razón esencial del por qué eligió la Unesco a las matemáticas como vanguardia de las disciplinas del año 2000. Quizás esta decisión de la Unesco produjera algún sobresalto en algunos medios sociales no especializados, porque el ciudadano común no ha asimilado jamás el calibre de aquélla y siempre ha desconocido lo que han sido y son las matemáticas. En efecto, se sabe sobradamente que para una enorme mayoría significan, a lo sumo, una serie de operaciones contables junto a una combinación más o menos complicada de figuras raras; para otros más avezados, un catálogo de fórmulas aburridas y esotéricas que se acogen con más temor que recelo, y para una buena parte del núcleo estudioso, aún no liberado del todo del odioso contacto de esa dificultosa disciplina de sus primeros estudios, personificada en un ogro de asignatura aburrida y de desconocidas aplicaciones prácticas, si bien sucede precisamente todo lo contrario. Primero, porque la gente vive permanentemente con las matemáticas y es curioso que se distorsione la visión del auténtico papel desempeñado por las matemáticas y sus aplicaciones en nuestra vida cotidiana. Debiera sopesarse que cada vez que suena un disco compacto está presente un argumento matemático. Y que también cuando se habla por teléfono, se predice el tiempo o se interpreta un escáner o bien un electrocardiograma es gracias a las matemáticas. Además, desde un ángulo más elemental, ellas intervienen cuando calculamos los intereses bancarios o en cualquiera de las estadísticas de que nos informan los medios de comunicación y, de igual manera, en las calificaciones de los exámenes de nuestros hijos, en los porcentajes de los análisis de sangre o cuando lanzamos una ojeada al reloj. Sin embargo, las matemáticas no sólo se encuentran en la vida diaria, porque denotan algo más que estas simples apreciaciones elementales. Sobre todo, porque ayudan sobremanera a comprender el mundo, nuestra galaxia y a nosotros mismos.

Continuará...

(*) Nácere Hayek es presidente de Honor del Comité canario de Matemáticas para el año 2000.

Diviértete y aprende *(¡Con las matemáticas también se puede!)*

Ésta será una sección fija de nuestro suplemento. Cada semana le vamos a proponer tres cuestiones para que trate de resolverlas. Tienen estilos diferentes. La primera será una cuestión sencilla que requerirá, en general, más ingenio que conocimientos matemáticos. La segunda tendrá que pensarla un poco más. Trate de discutir su solución con otras personas o trabájela en equipo. La tercera será siempre un problema propuesto en alguna de las Olimpiadas Matemáticas organizadas por las distintas sociedades de Matemáticas de España o por la Federación de Sociedades. Se proponen a alumnas y alumnos de 14 años (8º nivel de la EGB o 2º curso de la ESO).

Está especialmente recomendada a profesores de cualquier nivel educativo, pues pensamos que puede constituir un buen material de clase para estimular entre los alumnos la resolución de problemas. Como es bien sabido, la acumulación de estrategias de resolución es una buena ayuda para conseguir mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Todos aquéllos que se animen pueden enviarnos sus soluciones (no es imprescindible que estén bien). Entre los que lo hagan realizaremos sorteos de regalos que daremos a conocer más adelante. **Envíenlos a: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329 38200 La Laguna, Tenerife.**

Las soluciones se irán publicando en semanas sucesivas.

⋆ Se tiene una balanza de platillos, 1 kg de azúcar y una pesa de 50 gr. Se desea separar 300 gr. de azúcar para hacer un postre de calabaza. ¿Cómo se hace con el menor número de pesadas posibles?

●

⋆ Llega un náufrago a una isla llena de crueles nativos que tienen por norma colgar del árbol de la mentira a los que dicen una mentira y colgar del árbol de la verdad a los que dicen una verdad. ¿Qué debe decir para salvarse?

II olimpiada de Matemáticas, Andorra 1991

Un paso difícil: en la subida a un pico, hay que pasar por un sendero muy estrecho en el que es imposible que se crucen dos personas, a excepción de un lugar en el que hay una pequeña cueva en la que tan sólo cabe una persona. Un fin de semana, en el que suben muchos montañeros, coinciden dos grupos. Uno de ellos, compuesto por dos montañeros (a y b), está subiendo, mientras que el otro, compuesto por tres (x, y, z), afronta el descenso. ¿Cómo podría organizarse el paso de los montañeros para que cada grupo pudiera seguir su camino sin que ninguno de ellos tuviera que retroceder al principio del paso?

Jeroglífico A. Montesdeoca

Nº 10

MA
ME
MU

El punto (1,1) de la parábola $y=x^2$ no es máximo ...

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Las matemáticas en Platón

José L. Montesinos (*)

La matemática griega del siglo IV a C. es abstracta y teórica, estrechamente ligada a la filosofía y a la rigurosa necesidad de "convencer". Platón, el gran filósofo de este periodo, incluye en sus *Diálogos* numerosas referencias a las Matemáticas. En el que lleva por nombre *La república* se habla de la ciudad ideal y de lo que es necesario para conducirse sabiamente en la vida privada y pública; Platón desarrolla aquí su teoría de las formas / ideas, de entre las cuales la idea del Bien, imprescindible para un recto proceder, es la de más difícil conocimiento.

De entre todas las disciplinas que preparan a los jóvenes para este conocimiento, Platón destaca las Matemáticas, ese largo y obligado camino que abre la puerta a la Filosofía, con la completa contemplación de lo inteligible. Platón consideraba que la formación matemática y dialéctica era conveniente para los ciudadanos e imprescindible para la clase dirigente.

La Aritmética, el cálculo numérico, forma a las buenas mentes, pero no como lo pretenden comerciantes y tenderos con moras a las compras y a las ventas, sino con vistas a la guerra y para facilitar a la propia alma la posibilidad de volverse desde lo sensible perecedero hacia la verdad eterna y a la esencia. La Geometría es la disciplina que hay que enseñar por ley, y de la cual los ciudadanos de un Estado perfecto no se deben apartar, porque "hay una enorme diferencia entre quien sabe de geometría y quien la desconoce". Esta capacidad formadora que Platón atribuía a las matemáticas, ajena a prosaicas aplicaciones prácticas, ha tenido una gran influencia en la enseñanza de las Matemáticas a lo largo de la Historia.

Para Platón las figuras, números y relaciones matemáticas existen en el mundo de las ideas, un mundo exterior a la Naturaleza y preexistente a la ordenación del Universo. El demiurgo, ese ser que en la cosmogonía platónica ordena el mundo, se inspira en los entes y modelos matemáticos para conseguir la armonía de lo natural. Esta idea, filtrada por los pensadores cristianos, daría lugar a un Dios geómetra que habría creado tanto el mundo de las ideas como el mundo sensible regido por leyes matemáticas, esencia de la divinidad.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Matemáticas y... tasa de alcohol

Claudi Alsina

La seguridad vial preocupa enormemente a todos, vista la gran inseguridad reinante. Según dicen las estadísticas, un 40 % de los accidentes mortales de circulación son debidos al alcohol y un 85 % de accidentes debidos a la bebida son ocasionados por bebedores ocasionales y no por legiones de alcohólicos acelerando bajo los efectos del *delirium tremens*. Por todo ello las autoridades han dictaminado (Real Decreto 2282 / 1998) la prohibición de conducir con una tasa de alcohol "superior a 0,5 g por litro (0,25 mg / l aire expirado) si se conducen turismos y motocicletas" , existiendo en el caso de transportes especiales y conductores con menos de 2 años de experiencia un límite de 0,3 g por litro, (0,15 mg / l aire expirado).

Evidentemente, las mismas autoridades que han fijado los límites se encargan del control de los mismos. Este control se lleva a cabo midiendo el aire expirado y va acompañado de una serie de medidas rigurosas (multar hasta 100.000 pesetas, quitar el carné de conducir, abrir procesos penales, etc.).

Ante este panorama el "si bebe no conduzca" parece razonable. Pero si usa un poco de matemáticas puede plantearse otra alternativa, que es calcular cuánto debe esperar para conducir después de haber bebido algo.

Observe los siguientes datos. Una persona de unos 70 kg puede presentar el límite de 0,5 g / l de alcohol en la sangre después de haber bebido 2 cervezas (de 5º) de 25 cl o 2 copas de vino (12,5º) de 10 cl cada una. La concentración de alcohol en la sangre disminuye a razón de 0,2 g / l por hora. Así, con un litro de cerveza (1 g / l en sangre) al cabo de tres horas tendría un índice inferior a 0,5 g / l. Bebiendo en una comida 70 cl de vino, o sea una botellita entera, necesitaría una larga espera.

Éstas son cuentas *grosso modo*: mientras usted va comiendo y bebiendo ya rebaja el alcohol absorbido al principio, su peso puede influir, su sensibilidad y costumbre hacia el alcohol también, etc. El agua, aunque puede ahogar, parece una buena alternativa para conductores.

Pero ya que deseamos ciudadanos conscientes que midan sus posibilidades también debemos desear que las autoridades apliquen con rigor y no con azar la ley. Así, en los lugares típicos de consumo de alcohol (restaurantes de bodas, bares de carretera, discotecas, etc.) es donde más controles deberían realizarse. También en este tema de los accidentes cabría esperar una revisión de las estadísticas usuales de tráfico: ¿cómo se contabilizan los efectos de los accidentes? Ahí las autoridades, para no reconocer índices alarmantes, se limitan normalmente a contar los efectos inmediatos (muertos en la carretera, heridos evacuados, etc.). La verdadera estadística debería incluir también a los muertos posteriores en ambulancias o hospitales, a las invalideces derivadas, etc.

En resumen, es bueno que vigilemos el alcohol... porque, de hecho, las estadísticas de verdad son aun mucho peores que las oficiales.

Unas matemáticas para el siglo XXI

Nácere Hayek (*)

Quizás las matemáticas motivasen mucho más si el gran público tuviese claro que ni la radio, ni la televisión ni los vehículos espaciales como los que alcanzaron la Luna o recientemente el planeta Marte hubiesen sido posibles sin las matemáticas. Tristemente, pese a ser las matemáticas el supremo logro intelectual del hombre y, desde luego, la creación más original del espíritu humano, tienen muy mala prensa, incluso entre el resto de los científicos. No obstante, si ahondamos en esa disciplina, se encuentra una imagen que, a todas luces, resulta ser sumamente agradable. Si con un poco de voluntad se logran superar sus primeras dificultades, se descubre una ciencia cada vez más bella y profunda, ocurriendo lo que sucede con la cerveza, que al principio no gusta y luego encanta. Morris Kline, profesor honorario de Matemáticas en la Universidad de Nueva York y autor de importantes obras de divulgación científica, refiriéndose al incomprensible vacío e indiferencia que muestra el gran público por las matemáticas, sugirió: "Piénsese que la música puede excitar o serenar el espíritu, la pintura puede deleitar la vista, la poesía puede provocar emociones, la filosofía puede satisfacer la mente y la ingeniería puede mejorar las condiciones materiales de la vida humana. Pero las matemáticas ofrecen todos esos valores intelectuales, artísticos y emocionales".

Los valores que caracterizan a las matemáticas tienen muchas posibilidades de permanecer por siempre inalterables. Podemos extraer conclusiones si hacemos un repaso de los mismos.

Para la enseñanza

Hasta este nuevo milenio, las matemáticas han sido imprescindibles para el desarrollo intelectual de la juventud. Siempre han estado presentes en todo sistema educativo. Desde que existen escuelas, se ha aceptado que las matemáticas deben figurar entre las disciplinas a enseñar sin interrupción, desde la escuela primaria hasta la universidad. Nadie ha discutido tampoco que los dos aspectos más fundamentales para la educación son plenamente asumidos por las matemáticas: posee el aspecto informativo, que proporciona los elementos que se requieren principalmente para desenvolvernos en la vida y lo que las otras ciencias necesitan para su comprensión y desarrollo; y también el aspecto formativo, porque nos enseña a pensar, potencia nuestro espíritu crítico y desenvuelve la lógica del razonamiento.

Firmeza de sus teorías

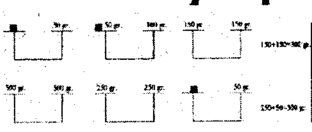
La verdadera fuerza de las matemáticas es que nos ofrece verdades absolutas. Como es sabido, las demás teorías científicas muestran una validez relativa, y en ocasiones, incluso en una misma época, una teoría estimada como consistente es aceptada por una escuela y rechazada por otras. Esto no ocurre con las verdades matemáticas. El más simple ejemplo es el del teorema de Pitágoras, establecido hace más de 2.000 años, y que aún permanece inalterable.

Continuará...

(*) Nácere Hayek es presidente de Honor del Comité canario de Matemáticas para el año 2000.

Diviértete y aprende *(¡Con las matemáticas también se puede!)*

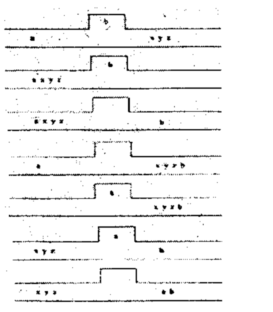
Solución a)



Solución b)

a) Tendrá que decir que lo van a colgar del árbol de la mentira. Si lo cuelgan del árbol de la mentira, habrá dicho la verdad y por tanto lo deben colgar del árbol de la verdad; pero si lo cuelgan del árbol de la verdad entonces habrá dicho mentira y tendrían que colgarlo del árbol de la mentira.

b) Una posible solución, la que menos pasos tiene, sería:

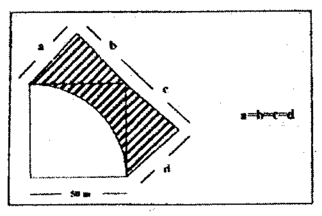


* A un joyero le llevan cinco trozos, con tres eslabones cada uno, de una cadena de plata. Le piden que forme una cadena de 15 eslabones, pero sin cerrarla. Como tiene mucho trabajo y poco tiempo ha de hacerlo abriendo (y luego cerrando) el menor número de eslabones. ¿Cuántos?

* Un patrón tiene contratados a tres pastores. Un día decide regalarles leche, con lecheras y todo, a los tres por igual. Se encuentra que tiene 7 lecheras totalmente llenas de leche, otras 7 mediadas y otras 7 vacías (las 21 lecheras son exactamente iguales). ¿Cómo repartirá el patrón la leche y las lecheras para que cada pastor reciba 7 lecheras y la misma cantidad de leche? Además no puede trasegar la leche de unas lecheras a otras pues no quiere perder ni una gota. (Existe más de una solución) y no es necesario conocer la capacidad de las lecheras.

II olimpiada de Matemáticas, Andorra 1991

Se desea comprar una parcela que tiene la siguiente forma (parte rayada).



Si el metro cuadrado se vende a 350 pesetas, ¿cuánto deberá pagar el comprador por dicha parcela?

Jeroglífico A. Montesdeoca

Nº 139

D D D D

¿Cómo es esa sucesión?

Solución anterior: Ni mínimo.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Las matemáticas y Aristóteles (384-322 a.C.) 1ª parte

José L. Montesinos (*)

Aristóteles fue el gran sabio de la Antigüedad. Conocedor y transmisor de todo el saber de su época, su obra está repleta de referencias a las Matemáticas que le sirven de ilustración para sus libros sobre lógica, ética, física, metafísica y filosofía de la naturaleza. Fue el creador de la Lógica, esto es, del arte del correcto razonar; y, aunque no era matemático, estaba al corriente de la Aritmética y Geometría de su tiempo. En su obra advierte y previene a los matemáticos de los peligros lógicos en los razonamientos; uno de ellos es el de usar –muchas veces inadvertidamente– como hipótesis lo que se quiere demostrar. Fue el principal impulsor del método axiomático deductivo, en el que, a partir de postulados y axiomas, hechos evidentes y que son admitidos por consenso, se deducen proposiciones y teoremas con las reglas del buen razonar. Algunos años más tarde, Euclides, siguiendo estas directrices aristotélicas escribía su monumental tratado, los Elementos, en el que adoptaría este método, que desde entonces ha sido el modelo lógico aceptable para las teorías científicas.

El otro gran peligro que Aristóteles advierte en los razonamientos de la Matemática, la Física y la Filosofía es el del tema del Infinito. Para Aristóteles el problema del Infinito era eminentemente físico. Magnitud, movimiento y tiempo es lo que caracteriza a la Naturaleza y "... parece que el movimiento es algo continuo y lo infinito aparece primero en lo continuo. Por esto ocurre que los que defienden lo continuo a menudo necesitan el concepto de infinito, comoquiera que lo que es infinitamente es continuo".

El infinito es, pues, un asunto de la Física; no obstante, admite que es también un tema propio de los matemáticos, y ello por dos motivos: a) La serie de los números naturales no tiene fin, y b) La infinita divisibilidad de su segmento. La sucesión creciente de números enteros naturales no tiene fin, es infinita, porque, fijado un número natural por grande que este sea, es posible encontrar un número mayor que él. Esto es lo que caracteriza la noción de infinito potencial, la posibilidad de proceder siempre más allá sin que exista un último elemento. La infinitud potencial es característica de nuestro modo normal de concebir el espacio y el tiempo, como una esfera que crece ininterrumpidamente o como un segmento que es prolongable de manera indefinida.

Pero, ¿por qué aceptar que un segmento es divisible infinitamente? La causa está en un descubrimiento que hicieron los matemáticos griegos del siglo V a.C.: la diagonal y el lado de cualquier cuadrado son inconmensurables, esto es, no existe un segmento que sea contenido un número exacto de veces tanto en el lado en la diagonal de un cuadro... Pero esto lo explicaremos el próximo domingo.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

El origen de contar

Luis Balbuena

Aunque se ha avanzado mucho en lo que al estudio de la prehistoria se refiere, hoy por hoy resulta prácticamente imposible determinar cuándo, dónde y cómo se desarrolló el proceso de contar. Todo lo que se puede decir sobre su origen son especulaciones más o menos coherentes. Hay varias teorías que tratan de explicar cómo surgió la forma de contar y todas ellas tienen un mismo defecto: no aportan pruebas y por tanto tienen el mismo grado de fiabilidad. Posiblemente el ser humano ha tenido siempre algún sentido del número, de la cantidad, o al menos alguna forma de reconocer cuándo se producía un añadido o una merma en un conjunto de objetos. También es coherente pensar que el hombre primitivo tuviese la noción de lo que hoy llamamos correspondencia biunívoca, pues cuando el pastor contaba las cabezas de su ganado iría colocando una piedra en el montón cada vez que pasaba un ejemplar. En Zaire se han encontrado huesos cuya antigüedad se cifra en unos 10.000 años en los que aparecen unas muescas que dan a entender que se utilizaron para contar algo.

A principios de este siglo se descubrieron algunas tribus que vivían con culturas propias de prehistoria. Zulúes y pigmeos en África, los kamilaras en Australia, etc. Lo observado en estas tribus ha permitido hacer algunas conjeturas que tienen cierta verosimilitud. Hay quien piensa que, en esos remotos tiempos, el ser humano usaba distintos vocablos para expresar estas dos ideas: cinco ovejas, cinco manzanas.

En algún lugar, alguien se dio cuenta de que entre esos dos conceptos había algo en común: el cinco. En ese momento se dio un trascendental paso: habría nacido la idea de un número, el concepto abstracto, sin ligadura a nada concreto. Con nuestra mentalidad actual, es posible que hoy este descubrimiento nos parezca una nimiedad. Sin embargo, en unas culturas primitivas como en las que estamos pensando, ese esfuerzo de abstracción, ese paso al concepto debió necesitar tal vez miles de años para producirse. Las primeras culturas que utilizan sistemas de escritura dejan huellas de sus sistemas numéricos. En Babilonia se utilizó un sistema de base 60, no se sabe muy bien por qué, pero lo cierto es que ha llegado hasta nosotros. Lo usamos cuando decimos que una hora tiene 60 minutos y que un minuto tiene 60 segundos, o cuando le adjudicamos a la circunferencia 360m grados sexagecimales. Egipcios y chinos, utilizaron un sistema de numeración como el nuestro: de base 10, aunque la forma de expresar las cantidades es diferente.

Mary Cartwright (1900-1998)

J.M. Pacheco Castelao

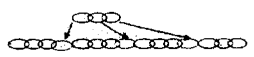
A finales de 1938 toda Europa sabía que la guerra era inminente. Los gobiernos más precavidos, como el británico, invertían en la investigación de aplicaciones estratégicas, entre las que se contaba la radio, de la que se esperaban importantes resultados, concretados algún tiempo después en el radar, que influyó decisivamente en la evolución de la guerra. En aquella época las relaciones entre la comunidad científica y los gobiernos eran mucho más fluidas que en la actualidad: muchas tecnologías todavía no se habían declarado alto secreto militar. El Radio Research Board, un organismo dependiente del Departamento de Investigación Científica e Industrial, hizo un llamamiento a los matemáticos en general para informarles acerca de 'algunas ecuaciones diferenciales no lineales que surgen en las aplicaciones de las ondas de radio'.

El 7 de abril de 1998, el prestigioso diario *The Times*, en su sección de necrológicas, publicaba un artículo glosando la figura de Mary Lucy Cartwright, DBE, fallecida el día 3 del mismo mes, a la avanzada edad de 97 años. Mary Cartwright ostentaba el título nobiliario de 'Dame of the British Empire (DBE)', concedido por la Reina en 1969, debido a sus importantes contribuciones a las Matemáticas y al sistema universitario y cultural británico. Nacida en 1900 en una familia de funcionarios, estudió en Oxford, y tras graduarse se dedicó a la enseñanza en varios lugares hasta que en 1927 volvió a Oxford para trabajar bajo la dirección de Godfrey Hardy, conocido matemático y excéntrico personaje. Hardy solía publicar sus trabajos conjuntamente con John Littlewood, quien aparecerá más adelante en esta historia. Tres años más tarde, tras doctorarse, Cartwright pasó a la Universidad de Cambridge, donde desarrolló toda su carrera, ocupando diferentes cátedras y cargos tanto académicos como no: Por ejemplo, fue comandante del destacamento de la Cruz Roja de su College durante la guerra. Su labor científica y personal fue ampliamente reconocida, siendo elegida en 1947 para la exclusiva Royal Society muy poco tiempo después de que ésta admitiera mujeres entre sus componentes. También fue directora de Girton College durante un largo periodo, Presidenta de la Mathematical Association y de la London Mathematical Society entre 1961 y 1963, que le otorgó la medalla DeMorgan en 1968. También la Royal Society le había concedido la medalla Sylvester unos años antes. El campo de trabajo de Mary Cartwright fue el Análisis Matemático, donde destacó en muchas ramas, tanto puras como aplicadas, aunque también dedicó su atención a cuestiones didácticas y de enseñanza, como lo prueba su Presidencia de la Mathematical Association. Sus principales contribuciones se refieren a la representación conforme –en esencia, cómo transformar una figura en otra sin que varíen los ángulos–, y a las funciones integrales, acerca de las cuales publicó un número en la sofisticada colección 'Cambridge Tracts on Pure and Applied Mathematics' (esta colección, que aún hoy se publica, exige un enorme nivel de concisión y profundidad, los textos no pueden rebasar las cien páginas).

A mediados de los años ochenta, el periodista científico John Gleick publicaba un libro, que pronto fue un 'best seller', titulado *Chaos, the making of a new science* traducido al castellano simplemente como *Caos* –donde presentaba una nueva visión de muchos problemas introduciendo ideas como complejidad, no linealidad, caos, predecibilidad, etc. Así el gran público se enteraba de la existencia de un aspecto de las Matemáticas que prometía ser una revolución en la forma de entender el mundo a través de ellas. Ya es tiempo de volver al principio de nuestra historia. Cuando el Radio Research Board solicita ayuda a los matemáticos, Mary Cartwright, debido a su formación en Análisis Matemático, comprende la importancia del problema y, trabajando en colaboración con John Littlewood sobre varias ideas desarrolladas por el francés Henri Poincaré sesenta años atrás en conexión con ciertos problemas de la mecánica celeste, tiene la oportunidad y el acierto de publicar los primeros resultados modernos en los que se basa la moderna teoría del caos. Cartwright es, pues, con toda justicia, una de las fundadoras de esta teoría que se halla hoy día en continuo desarrollo y de actualidad en el panorama matemático mundial: Sus aplicaciones a la Física, la Biología, la Economía, y tantas otras ciencias, la mantienen en el primer lugar de la atención científica mundial. Todo en ella lleva el signo del trabajo de una mujer eminente, Dame Mary Lucy Cartwright.

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

Tres



Veamos algunos cálculos. Si las lecheras son iguales, dos mediadas equivalen a una llena por lo que en total el patrón tiene de leche el equivalente a 10 lecheras llenas y una mediada. Cada pastor deberá recibir una cantidad de leche equivalente a 3 lecheras llenas y una mediada. Esto significa que cada pastor sólo puede recibir como máximo 3 lecheras llenas. Tanteando de forma ordenada se pueden encontrar estas soluciones:

	1er pastor	2º pastor	3er pastor
a)	3 llenas 1 mediada 3 vacías	3 llenas 1 mediada 3 vacías	1 llena 5 mediadas 1 vacía
b)	3 llenas 1 mediada 3 vacías	2 llenas 3 mediadas 2 vacías	2 llenas 3 mediadas 2 vacías

La parte señalada con un 2 es igual al área del cuadrado menos el área del sector 4.

$$50^2 - \frac{\pi \cdot 50^2 \cdot 90}{360}$$

Además, los triángulos 1 y 3 son iguales. Para calcular el valor de los catetos, se aplica el teorema de Pitágoras.

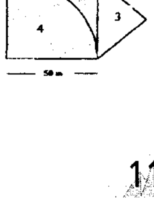
Como a=b, entonces

$$50^2 = a^2 + a^2 \;;\; a^2 = \frac{50^2}{2}$$

La suma de las áreas de los triángulos 1 y 3 es:

$$\frac{a \cdot a}{2} + \frac{a \cdot a}{2} = a^2 = \frac{50^2}{2}$$

El área pedida es 1785 m2



Diviértete y aprende

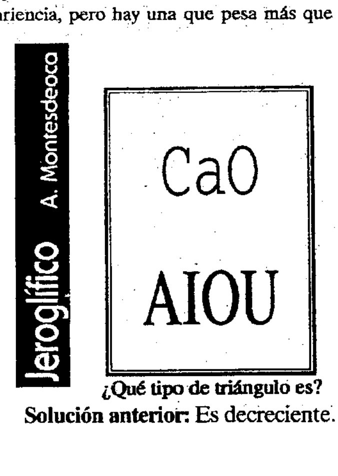
(¡Con las matemáticas también se puede!)

⋆ **¿Astuto comerciante?:** Un comerciante debe hacer rebajas del 20% pero no quiere perder dinero. Lo que hace es subir el precio un 20% y luego anunciar rebajas de un 20%. "Así, piensa, el cliente cree que le hago un descuento pero realmente se lo vendo al mismo precio". ¿Es astuto este comerciante?

⋆ Se tienen 8 monedas iguales en apariencia, pero hay una que pesa más que las demás. Debemos localizar la moneda diferente en el menor número de pesadas en una balanza de platillos.

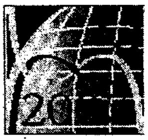
V olimpiada de Matemáticas, 'Thales', Andalucía

Un campo tiene forma de trapecio rectángulo con las bases de 32 metros y 24 metros y el lado oblicuo de 10 metros. Dentro del campo se ha hecho un embalse circular, cuyo contorno es de 6,28 metros. Determina el área cultivable del campo.



¿Qué tipo de triángulo es?

Solución anterior: Es decreciente.



2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Las Matemáticas y Aristóteles

(384-322 a. C.) 2ª parte

José L. Montesinos (*)

En la Grecia del siglo V a. C., los pitagóricos (seguidores de Pitágoras en la escuela místico-filosófica creada por Cate en Crotona), pensaron que todas las cosas son, en esencia, números y dotaron de estructura corpuscular al segmento de recta, de tal manera que éste contendría un número finito de puntos-corpúsculos, esto es, puntos con dimensión. De esta forma, a cada segmento se le podría asociar un número con el consiguiente resultado de que dos segmentos cualesquiera serían siempre *conmensurables*, es decir, existiría siempre un segmento contenido un número entero de veces en aquéllos: el segmento que contuviese un número de puntos igual al máximo común divisor de los números correspondientes a los segmentos dados: en el peor de los casos, el propio punto unidad. La geometría estaría así en íntima relación con la aritmética dando lugar a una*aritmo-geometría*.

Pero los matemáticos griegos hicieron un admirable y demoledor descubrimiento: *la diagonal y el lado de cualquier cuadrado son inconmensurables*. Admirable descubrimiento porque llegaron a él con la fuerza del razonamiento, puesto que se trata de un hecho que trasciende a cualquier posibilidad de medida o experimentación; y fue un descubrimiento demoledor para la 'ingenua' teoría corpuscular y los intentos de aritmetizar la geometría, abriendo además las matemáticas a los intentos de aritmetizar la geometría, abriendo además las matemáticas a los 'peligros' lógicos del *infinito actual*, consistente en la posibilidad de concebir una colección de infinitos elementos dados todos de una vez. La existencia de segmentos inconmensurables llevó a abandonar la teoría corpuscular, porque no servía hacer más y más pequeño el punto corpúsculo: había que anularlo, reducirlo a cero, esto es, fue necesario introducir el concepto de punto sin dimensión.

Aristóteles se ve enfrentado al siguiente problema que le presenta el *continuo lineal*: Un segmento continuo ¿es solamente divisible en un número de partes tan grande como se quiera? o ¿puede ser concebido como *infinito en acta*, como colección infinita exhaustivamente dada de todos sus puntos? Su respuesta es negar la existencia del infinito actual, tanto física como racionalmente. Sin embargo, esta 'prohibición' –largamente respetada durante dos milenios– no impedía a los matemáticos realizar sus razonamientos que, según Aristóteles, "no sienten la necesidad del infinito y en realidad no se sirven de él, sino solamente de una cantidad tan grande como se quiera, aunque siempre finita".

Por otra parte, hay que observar que Aristóteles considera Matemática como una disciplina de gran belleza formal útil en la educación de los jóvenes, pero piensa que no es la vía idónea para penetrar en el conocimiento de la naturaleza. Su influencia, tanto en la cultura árabe como en la cristiana posterior al s. XIII, determinó el papel subordinado de la Matemática respecto a la Filosofía y la Teología. Galileo será quien rompa no sólo con la física aristotélica, sino con esta visión limitadora de la ciencia matemática.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Matemáticas y... tasa de alcohol

Claudi Alsina

La seguridad vial preocupa enormemente a todos, vista la gran inseguridad reinante. Según dicen las estadísticas, un 40 % de los accidentes mortales de circulación son debidos al alcohol y un 85 % de accidentes debidos a la bebida son ocasionados por bebedores ocasionales y no por legiones de alcohólicos acelerando bajo los efectos del 'delirium tremens'. Por todo ello las autoridades han dictaminado (Real Decreto 2282 / 1998) la prohibición de conducir con una tasa de alcohol 'superior a 0,5 g por litro (0,25 mg/ l aire expirado) si se conducen turismos y motocicletas', existiendo en el caso de transportes especiales y conductores con menos de dos años de experiencia, un límite de '0,3 g por litro' (0,15 mg/ l aire expirado).

Evidentemente las mismas autoridades que han fijado los límites se encargan del control de los mismos. Este control se lleva a cabo midiendo el aire expirado y va acompañado de una serie de medidas rigurosas (multar hasta 100.000 pesetas, quitar el carné de conducir, abrir procesos penales, etc.).

Ante este panorama, el 'si bebe no conduzca' parece razonable. Pero si usa un poco de matemáticas, puede plantearse otra alternativa que es calcular cuánto debe esperar para conducir después de haber bebido algo.

Observe los siguientes datos. Una persona de unos 70 kg puede presentar el límite de 0,5 g/ l de alcohol en la sangre después de haber bebido dos cervezas (de 5º) de 25 cl o dos copas de vino (12,5º) de 10 cl cada una. La concentración de alcohol en la sangre disminuye a razón de 0,2 g/ l por hora. Así, con un litro de cerveza (1 g/ l en sangre) al cabo de tres horas tendría un índice inferior a 0,5 g/l. Bebiendo en una comida 70 cl de vino, o sea, una botellita entera, necesitaría una larga espera.

Éstas son cuentas 'grosso modo': mientras usted va comiendo y bebiendo, ya rebaja el alcohol absorbido al principio; su peso puede influir, su sensibilidad y costumbre hacia el alcohol también, etc. El agua, aunque puede ahogar, parece una buena alternativa para conductores.

Pero ya que deseamos ciudadanos conscientes que midan sus posibilidades, también debemos desear que las autoridades apliquen con rigor y no con azar la ley. Así, en los lugares típicos de consumo de alcohol (restaurantes de bodas, bares de carretera, discotecas, etc.) es donde más deberían realizarse controles. También en este tema de los accidentes cabría esperar una revisión de las estadísticas usuales de tráfico: ¿cómo se contabilizan los efectos de los accidentes? Ahí las autoridades, para no reconocer índices alarmantes, se limitan normalmente a contar los efectos 'inmediatos' (muertos en la carretera, heridos evacuados, etc.). La verdadera estadística debería incluir también a los muertos posteriores en ambulancias u hospitales, a las invalideces derivadas, etc.

En resumen, es bueno que vigilemos el alcohol... porque, de hecho, las estadísticas de verdad son aun mucho peores que las oficiales.

Muerto de hambre

Sergio Falcón

Generalmente tendemos a pensar que los genios lo son en todos los órdenes. ¡Cuántas veces no hemos oído decir: eso es verdad porque lo ha dicho Fulano! Y como Fulano es un genio en un determinado campo, suponemos incoscientemen que lo es en todos los órdenes. Y no es verdad. Se puede ser genial en una materia determinada y ser un verdadero zoquete en otras. O ser genial en la ciencia y sin embargo llevar una vida de lo más corriente o incluso de lo más triste. Es éste un intento de desmitificar la figura del matemático genial y acercarlo a la gente corriente como somos casi todos. A través de esta anécdotas veremos matemáticos verdaderamente maravillosos en su comportamiento y otros que no lo ha sido tanto, o que incluso han sido unos canallas. Espero que estas lecturas sirvan para acercar al matemático al público en general.

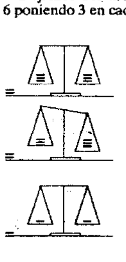
Todos hemos oído alguna vez la frase "pasa más hambre que un maestro de escuela" para indicar que alguien carece de fortuna. Aunque, afortunadamente, este refrán ya no es cierto, hubo un tiempo en que sí lo fue, como se demuestra a continuación. **Niels Abel**(1802-1829) fue uno de los principales matemáticos del siglo XIX. Nació en Noruega, hijo de un pobre pastor protestante. Al cumplir los dieciocho años muere su padre y la familia queda sumida en la más profunda pobreza, logrando subsistir merced a la ayuda de amigos y vecinos. Gracias a sus profesores, Abel, consigue llegar a la Universidad de Oslo, donde pronto sobrepasa el nivel matemático existente en su patria por lo que, merced a una beca, consigue marchar a Berlín (Alemania), donde conoce a Crelle, aficionado matemático que le ayudará hasta después de su muerte. Envía un manuscrito a Gauss (uno de los tres mayores matemáticos de la Historia), pero éste ni siquiera lo lee. Marcha a Francia, envía otro manuscrito con sus investigaciones a la academia francesa esperando llamar la atención sobre su persona. La academia se lo envía a Cauchy para su examen y éste lo pierde. Sin dinero para subsistir, vuelve a Berlín para solicitar un trabajo de profesor, pero no lo consigue. Da clases particulares y sigue investigando. Famoso ya entre la élite matemática europea, pero 'sin un duro' vuelve a Noruega donde convalece de una tuberculosis adquirida en su viaje por Europa y agravada por su penuria económica. Por fin los esfuerzos de su amigo Crelle tienen su recompensa y le escribe a Noruega comunicándole que le habían concedido una cátedra de Matemáticas en Berlín. Desgraciadamente había muerto la semana anterior. De hambre. Tenía veintiséis años.

Niels Abel.

Diviértete y aprende (¡Con las matemáticas también se puede!)

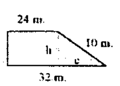
• No tanto. Ejemplo: Supongamos que el producto vale 1000 pesetas. Si le aumentamos primero el 10 % se convierte en 1000+100= 1100 pesetas. Si a esta cantidad le descuenta ahora el 10 % obtendrá 1100-110=990 pesetas. Se ha rebajado el producto en un 1 %. No es mucho, pero...

• Dejamos dos monedas fuera y pensamos las otras 6 poniendo 3 en cada platillo.



Si se equilibran, la falsa está entre las dos separadas y, en este caso, con dos pesadas queda resuelto el problema.

Si se desequilibran los platillos es porque la más pesada está en el platillo que ha bajado. Se toman esas tres, se deja una fuera y las otras dos se colocan en la balanza pudiendo pasar dos cosas: (que se equilibre la balanza, en cuyo caso la más pesada es la que se quedó fuera; que se desequilibre y en ese caso la más pesada queda también localizada.). Por tanto, con el procedimiento explicado, **bastan dos pesadas** para resolver el problema.



Calculemos en primer lugar la altura del trapecio. En el triángulo rectángulo el cateto de la base mide: c=32-24=8m. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$\boxed{h=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{100-64}=\sqrt{36}=6m}$$

El área del trapecio es: $\boxed{A=\frac{\text{Base}-\text{base}}{2}\,\text{altura}=\frac{32-24}{2}6=28x6=168m^2}$

Calculemos ahora el área del estanque. La longitud de la circunferencia es: L= 2(Pi)r= d(Pi)= 6,28.

El diámetro mide: d= 6,28 / 3,14 =2m., por tanto, el radio es de 1 m. El área del círculo es: A= (Pi)r2= 3,14m2. El área cultivable corresponde a la diferencia entre el área del trapecio y el área del círculo: Área cultivable= 168-3,14= 164,86m2.

★ **¿Cómo madrugar si el despertador no funciona?:** Mi despertador está estropeado. Funciona bien como reloj, pero todos los días salta la alarma a las siete menos cuarto. No puedo mover la aguja de la alarma y me quiero levantar a las ocho de la mañana. ¿Qué debo hacer?

•

★ **Carrera de balandros:** Hay que recorrer 24 km. de ida hasta un cierto punto donde está una boya y volver a recorrer los 24 km. de vuelta a la meta. Gana, obviamente, el que menos tiempo tarde en recorrer esos 48 km. Dos balandros salen al mismo tiempo. Uno va a 20 km/ h. todo el tiempo, tanto al ir como al volver. El otro, más inexperto, hace el viaje de ida a 16 km/ h., pero en la vuelta con la experiencia adquirida, mejora la técnica y regresa a 24 km/ h. ¿Qué balandro llegará ante? ¡A pensar!

IV Olimpiada de Andorra 1993

¿Qué tres cifras pondrías en los recuadros de la parte superior para que se cumplan todas las condiciones que se te indican a la derecha de cada fila?

			1ª fila, en blanco.
1	2	3	**2ª fila, no hay ninguna cifra común.**
4	5	6	**3ª fila, hay una cifra común situada en su sitio.**
6	1	2	**4ª fila, hay una cifra común, pero mal colocada.**
5	4	7	**5ª fila, hay una cifra común, pero mal colocada.**
8	4	3	**6ª fila, hay una cifra común situada en su sitio.**

CURIOSIDAD

22 / 7

Durante mucho tiempo se usó la fracción 22/7 como valor aproximado de (Pi) es: 3.141592... y que 22/7= 3.142857... se comprueba que la diferencia es del orden de las milésimas. Para efectos prácticos, siempre que no se necesite mucho precisión, ese valor es suficiente.

Jeroglífico A. Montesdeoca

Solución anterior: Escaleno.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Nicolás de Cusa y las matemáticas

José L. Montesinos (*)

Este teólogo, matemático y cardenal de la Iglesia Romana nació en Alemania en 1400. Para algunos historiadores de las ideas es el último de los pensadores medievales y el primero de los renacentistas. Viajero incansable, lector de San Agustín y de los místicos alemanes del siglo XIV, Cusa se interesó por las Matemáticas y en especial por el tema del infinito. Era consciente de las limitaciones de la razón para discurrir sobre entidades metafísicas como Dios o el infinito. Para superar tales limitaciones se coloca, mediante un salto, un paso al límite, en un terreno intelectual donde ya no vale el principio de no contradicción y donde, por tanto, es posible que suceda a la vez una cosa y su contraria.

Para Nicolás de Cusa el espíritu humano tiene otras vías -además de la razón- para captar el conocimiento, y entre ellas está la vía de la inteligencia, que opera en el dominio de la intuición y que es capaz de un conocimiento inmediato, capaz de entender la unidad de los contrarios, que la razón presenta como imposible.

Cusa distingue tres tipos de matemáticas: la matemática sensible, la que usa un carpintero o un agrimensor en sus cálculos rudimentarios; la matemática racional, un ejemplo de la cual sería la geometría euclídea, que opera con figuras idealilzadas; y la matemática intelectual, en la que las figuras idealizadas son llevadas al límite, son infinitizadas, para conseguir de esta manera la coincidencia de los opuestos; así por ejemplo, la circunferencia de un círculo de radio infinito coincide con la línea recta.

Hay una inmanencia virtual del infinito en cada figura matemática finita, que sólo la matemática intelectual puede hacer transmutarse gradualmente. La infinitización de las figuras anula las leyes que rigen la matemática racional de figuras abstractas, pero limitadas y cuantificables. La figura infinita adquiere así un valor más allá de las Matemáticas, que la hace apta para traducir el infinito. La figura matemática se convierte en una figura teológica, abriendo de esta manera unas duraderas relaciones entre la teología cristiana y las matemáticas del infinito.

Jorge L. Borges, el gran escritor argentino de nuestro siglo, consideraba a Nicolás de Cusa una figura central en una historia del infinito que él sabía que nunca escribiría. Cusa influyó en pensadores y matemáticos como Giordano Bruno, Pascal, Bolzano y Cantor, el matemático alemán que a finales del siglo XIX, insertará rigurosamente el infinito en la matemática racional. Pero el impulso metafísico de Nicolás de Cusa había sido necesario.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Viejos fantasmas

Antonio Core

Mi experiencia profesional como profesor de Matemáticas de Enseñanza Secundaria me ha llevado a pensar que uno de los mayores lastres que existen para el aprendizaje de las Matemáticas, en el nivel de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, es la opinión generalizada de que se trata de una materia difícil. Es frecuente encontrarnos con alumnos que manifiestan de entrada "no valgo para las Matemáticas", "no las entiendo", "no me van a salir los ejercicios", "son muy difíciles", "siempre se me han dado mal"... También, en las entrevistas con los padres, es habitual escuchar "a mí tampoco se me daban bien", "nunca me gustaron", "yo fui siempre de Letras"... Creo que la dificultad de las Matemáticas en el escalón universitario ha contribuido notablemente a trasladar esa imagen de la materia a la enseñanza Secundaria. Indudablemente, los profesores hemos contribuido muchas veces a ello, incluso frecuentemente con satisfacción, disfrutando en ocasiones de la consideración social que supone el impartir una materia que numerosas personas consideran bastante inaccesible.

Esta opinión social sobre las Matemáticas no es reciente sino que posee una larga tradición que además de transmitirse "de generación en generación" se va robusteciendo, día a día, por las informaciones que por diversas vías todos vamos recibiendo. Centrándonos en la segunda mitad del siglo, hay que reconocer que el enfoque de la enseñanza de las Matemáticas ha sido decisivo para la imagen actual de esta materia. Del modelo repetitivo, memorístico y autoritario propio de la enseñanza tradicional de los años cincuenta y sesenta se pasó a la gran revolución de la llamada Matemática Moderna, como reacción a la anterior situación. La famosa Teoría de Conjuntos se convirtió en la base del aprendizaje. Los niños comenzaron a estudiarla desde su más tierna infancia. Oleadas de ellos sorprendían y torturaban a sus, por otro lado, orgullosos padres con conceptos como unión e intersección de conjuntos, relaciones de orden, relaciones de equivalencia, aplicaciones inyectivas, suprayectivas, isomorfismos, grupos, anillos... De pronto pareció que se había alcanzado la modernidad. Este nuevo enfoque contribuyó notablemente a incrementar el prestigio social de las Matemáticas. Muchos padres eran incapaces de comprender los textos de sus hijos de diez o menos años. El dominar la Matemática Moderna tenía un halo de progreso. Parecía que, a pesar de estar todavía bajo la dictadura, el aire fresco, al menos en el terreno matemático, era capaz de llegar a nuestro país.

Algunas voces muy críticas se alzaron contra este nuevo enfoque. Recuerdo el libro de Morris Kline "El fracaso de la Matemática Moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar? " publicado en inglés en 1973 y en castellano en 1976. Su título es francamente significativo y su contenido profético. El tiempo vendría a darle la razón. Volviendo a lo que nos ocupa, el destino de las Matemáticas siguió unido a la palabra dificultad.

Poco a poco se fue abandonando la Matemática Moderna pero quedó en el aire esa niebla de materia difícilmente asimilable, lejana a la realidad cotidiana. ¿Hay razones objetivas para que esa sensación persista? Sinceramente, a nivel de Enseñanza Secundaria Obligatoria, estoy convencido de que no. Existen otros problemas pero indudablemente los contenidos y objetivos en la enseñanza de las Matemáticas, en ese nivel, han cambiado notablemente. Conexión con la realidad, enseñar a descubrir, intuición, resolución de problemas, atención a la diversidad..., son ideas que pueblan hoy nuestras aulas. Entrados ya en el año 2000 todos debemos superar viejos fantasmas para conseguir modificar la actual visión que la sociedad posee de las Matemáticas Elementales. Yo, al menos, deseo que a mis clases no traigan los alumnos ideas preconcebidas que marquen su progresión, que frenen su esfuerzo. La coartada social de la dificultad puede suponer para algunos alumnos una justificación para no superarse ante los escollos que se puedan encontrar. También para otros puede significar el aprender en un clima tenso, impregnado del miedo al fracaso, a no valer... Pero no todo es maravilloso. Los nuevos tiempos han traído a nuestras aulas problemas también nuevos, como el paso de la Enseñanza Obligatoria a los escalones siguientes, pero eso es ya otro tema. El de hoy es el de reivindicar que el año 2000 sea un punto de inflexión en la visión que la sociedad posee de las Matemáticas Elementales.

Ser mujer fue su mayor problema

Sergio Falcón

LA PROVINCIA/DLP

Kovaleskaya.

A veces la gente se pregunta por qué no hay mujeres famosas en la Matemática. La siguiente historia explica perfectamente la causa de este vacío. Sofía Kovaleskaya (1850-1891), hija de un artillero ruso, que la educó en la nobleza. Su padre, y sobre todo su tío Pyotr, la inician en la Matemática. Cuando tenía once años, la habitación de su niñera fue empapelada con páginas de Cálculo Diferencial e Integral de Ostrogradski (el mejor matemático ruso) y ella los estudia de forma tan profunda que abandona el resto de las asignaturas. Su padre le prohíbe que vuelva a estudiar Matemáticas, pero ella consigue un libro de Algebra que estudia por la noche mientras los demás duermen. Su padre no le permite dejar la casa para ir a estudiar a la universidad, y las mujeres rusas no pueden vivir fuera del hogar familiar sin permiso escrito de su padre o esposo, por lo que, a los dieciocho años se casa con Vladimir Kovaleski. Su vida con el mismo no fue muy agradable. En 1869 viaja a Heidelberg para estudiar Matemáticas... y se entera que las mujeres no pueden matricularse en las universidades alemanas. Porfía con las autoridades alemanas y consigue que le permitan asistir como oyente. Año y medio más tarde había asombrado a sus profesores que le recomiendan ir a Berlín con Weierstrass. A pesar de los esfuerzos de éste, el senado le impide asistir a clase en la Universidad. Consigue publicar tres artículos y obtiene el doctorado en Göttingen. A pesar del doctorado y las recomendaciones de Weierstrass, no puede obtener un trabajo universitario. Deprimida, vuelve a Rusia y abandona las investigaciones durante seis años hasta que Weierstrass, viaja a Rusia y la convence para que se dedique de nuevo a las Matemáticas. Tiene una hija, se divorcia de Vladimir y éste se suicida. Se vuelca en el estudio y Mittag-Leffler la lleva a Estocolmo (Suecia) donde consigue por fin ser profesora de Universidad y realizar sus mejores trabajos. Uno de ellos lo presenta a un premio de la Academia Francesa de Ciencias y le dan un premio de 5000 francos (2000 más de lo establecido). En 1889 obtiene un premio de la Academia Sueca de Ciencias y, por iniciativa de Chebyshev, es elegida miembro de la Academia Imperial de Ciencias de Rusia... pero siguen impidiéndole trabajar en su país.

Diviértete y aprende

(¡Con las matemáticas también se puede!)

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1. Cuando me vaya a acostar, atraso el reloj una hora y cuarto, que es la diferencia entre las 7 menos cuarto y las 8. Así, cuando el reloj suene, a la hora que marca la alarma, realmente serán las 8.

2. No llegan al mismo tiempo, aunque lo pueda parecer.

Vamos a calcular el tiempo que tarda cada balandro en hacer el recorrido es esas condiciones:

• **El primer balandro:** 20km/h.

Si hay 24 km., esto es, 20km + 4km. 4 es la quinta parte de 20, por tanto, tardará en recorrerlos 60/5 minutos, es decir, 12 minutos. En el viaje de ida y vuelta: 2 horas y 24 minutos.

• **Elsegundo balandro:** 16 km/h.

Ha de recorrer 24 km., es decir, 16km. + 8km. 8 es la mitad de 16, asi que tardará 30 minutos en recorrerlos. En el viaje de ida tarda 1 hora y 30 minutos y en volver, obviamente, 1 hora. En total, 2 horas y 30 minutos.

Llega antes el primer balandro. Este problema tiene muchas variantes.

3.–La información que se da en la segunda fila nos indica que los números pedidos no son ni 1, ni2, ni 3.

–De lo dicho en la 5ª y 6ª fila deducimos que el 4 tampoco puede ser.

–De la 4ª se obtiene (teniendo en cuenta la 2ª) que el 6 sí es uno de los números pedidos pero no irá en la priemra columna.

–De lo anterior y de la informaicón de la fila 3ª se deduce que el 6 estará en la tercera columna, es decir, en el tercer lugar de la primera fila. También la información de la tercera fila elimina al 5. Quedan, pues, el 7 y el 8.

–De la 6ª fila se deduce que el 8 está en el priemr lugar.

Conclusión: en la primer fila hay que colocar los números 8, 7 y 6 en ese ordem.

★ Queremos conectar todas las islas mediante barcos. Para cada viaje de ida y vuelta, se pondrá un barco. ¿Cuántos se necesitan para cubrir todas las líneas posibles?.

•

★ Una persona desea medir 15 minutos con dos relojes de arena uno de 7 minutos y otro de 11. ¿Cómo lo hace?.

II Olimpiada de Andorra 1991

Para hacer frente a las necesidade de la comunidad, tres agricultores deciden donar sus excedentes de arroz, sumando en total 6.912 kilos.

El priemro de ellos aprotó lo que pudo, el segundo el triple de la donación del primero, y el tercero el doble de los otros dos juntos. ¿Cuánto donó cada uno?.

Jeroglífico A. Montesdeoca

CE
CI
CU

Esa figura no es cuádrica...

LA PROVINCIA Diario de Las Palmas

Domingo, 6 de febrero de 2000

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

La geometrización del mundo y Galileo

José L. Montesinos (*)

Galileo Galilei (1564-1642) es recordado en la Historia de la Ciencia como físico y astrónomo; creador de la física moderna, de la física matematizada, es una figura clave en el desmoronamiento de la explicación del mundo clásica y un personaje especialmente interesante para ilustrar el prodigioso cambio que se realiza al pasar del mundo antiguo al moderno. En él coexisten las dos modalidades, si bien la última va imponiéndose poco a poco. Aunque empieza a estudiar medicina, pronto se interesa por las matemáticas y con ellas se ganará la vida como docente en distintas universidades hasta 1610, año clave en su biografía, en el que descubre cosas maravillosas nunca antes vistas cuando dirige al ciclo un telescopio artesanal fabricado por él mismo. Ese mismo año es nombrado "Primer Matemático y Filósofo del Gran Duque de Toscana", pero a Galileo se le avecinan tiempos duros, de gloria y sufrimiento; no en vano ha descubierto esas cosa prodigiosas: montañas en la Luna, satélites en Júpiter, fases en el planeta Venus, que hacen tambalear la concepción del mundo en vigor: la visión aristotélico-ptolemaica puesta al día por Santo Tomás de Aquino para la Iglesia Romana, depositaria del saber en ese momento. A lo largo del periodo en que vive se desarrollan la geometría analítica, los logaritmos, la geometría proyectiva de Desargues y Pascal, y el álgebra comienza a ser el nuevo lenguaje de las matemáticas, pero Galileo no se interesa por ninguna de esas novedades. En toda su obra no se encuentra el menor atisbo del nuevo lenguaje algebraico. En este sentido, Galileo es conservador, muy cercano al mundo de los griegos. Contempla con desconfianza el método de los indivisibles que su alumno Cavalieri desarrolla porque aún siente gran respeto por la admonición aristotélica del uso en matemáticas del infinito actual.

El Método galileano busca explicar los fenómenos naturales descubriendo las leyes que los regulan. **Claro está que hay que suponer que esas leyes que rigen la Naturaleza existen,** pero Galileo ha visto cómo su admirado Arquímedes ha usado las matemáticas para comprender algunos problemas físicos. En *Sobre el equilibrio de las figuras planas*y en *Sobre los cuerpos flotantes,* Arquímedes consigue un conjunto de resultados y proposiciones que siguen un orden inspirado en el modelo deductivo euclídeo y el propio Galileo ha descubierto, geometrizando el movimiento, las leyes de caída de los cuerpos. Ahora tiene una confianza casi absoluta en su método: para explicar un fenómeno de la naturaleza habrá que construir una teoría matemática que constará de definiciones, axiomas y teoremas, y una vez conseguida la pretendida ley, habrá que ponerla a prueba mediante la experimentación. Esta combinación galileana de la experimentación con la abstracción matemática va a ser la base de toda la ciencia moderna.

La geometría euclídea y arquimediana es para Galileo no sólo el modelo de organización deductiva de todo saber que se precie, sino también esa gramática necesaria para entender a la naturaleza. **Galileo geometriza el Mundo** que "está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto".

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Matemáticas y... puntualidad

Claudi Alsina

Las actitudes humanas ante el tema de la puntualidad son muy diversas. Hay personas extraordinariamente puntuales que hacen cuanto sea factible para llegar a la hora pactada en punto. Otras personas deben esperar largo rato pues anticipan siempre su presencia. Y la mayoría de personas, simplemente, llegan tarde. Aquí lo que nos interesa analizar con rigor es el tema de la puntualidad de los servicios y en especial, el caso de la aviación civil.

Ya de entrada es sorprendente que siendo las compañías las que marcan su propio horario pasen a incumplir frecuentemente el mismo. En vuelos diarios, en aeropuertos conocidos, con estadísticas abundantes parece que podrían afinar bastante bien los horarios, al menos, los de salida. Sin embargo las largas esperas de pasajeros somnolientos tirados en rincones de aeropuertos es la imagen habitual de nuestros días.

Sin embargo en muchos lugares del mundo se ha logrado una enorme puntualidad de aviones, pregonando las compañías aéreas su virtuosidad en este aspecto. ¿Cuál es el secreto? Burlar el concepto de lo que quiere decir 'salir el vuelo' . Usted como inocente viajero/a cree que si el vuelo sale a las 16:35 a esta hora el avión saldrá volando ¡Ni lo piense! El nuevo concepto de ' salir' es que el avión ruede unos instantes para con el pasaje en el interior distanciarse unos centímetros del ' finger' y pararse. Oficialmente el avión ' ya ha salido' y la puntualidad de la compañía queda certificada. A partir de ahí, usted y avión pueden permanecer horas en la pista esperando iniciar el vuelo. El retraso se deberá al trayecto no a la salida.

Pero... ¿qué quiere decir ' llegar' ? En muchos casos verá que se trata de que ' las ruedas traseras del avión toquen tierra' . A partir de ahí el largo rato que usted pasa en el avión-taxi que va rondando de pista en pista, la espera de ' finger' o de autobús, las horas que va a dedicarse a mirar todo tipo de maletas sin identificar las suyas, etc., todo estos es ' tiempo de aeropuerto' no ' de vuelo' . Si de algo debe servir el haber estudiado matemáticas, es para que todos apliquemos en nuestra vida cotidiana la forma rigurosa de pensar, protestemos cuando nos engañan y exijamos nuestros derechos. ¿Se acuerdan de aquella obsesión de los profesores de matemáticas por ' las definiciones' ? Pues en la vida las definiciones de las cosas también deberían estar claras: ¿qué es salir? ¿qué es llegar? ¿cuántos días tiene ' un año' si usted está pagando una hipoteca? ¿qué quiere decir ' a final de mes' en relación a su nómina? ¿los precios anunciados incluyen IVA? ¿qué quiere decir tener contratado el servicio de agua en casa?... los abusos de muchas compañías, entidades, instituciones, etc., se mantienen sólo por nuestra actitud silenciosa ante las ambigüedades engañosas.

Unas matemáticas para el siglo XXI

Nácere Hayek

El matemático alemán del siglo XIX, Hermann Hankel, ya advirtió que ' en la mayoría de las ciencias, una generación destruye lo que otra ha edificado, deshaciendo lo hecho por esta última; sólo en matemáticas, cada generación añade un nuevo piso a la estructura anterior' . Esta es, sin duda, su firmeza. Sigue siendo un misterio que el poder de las matemáticas se mantenga como inexplicable. Los buenos matemáticos siempre han puesto el mayor esmero para asegurar la solidez de sus resultados y sus rigurosas demostraciones se han tallado en el diamante de la lógica más estricta. No es una casualidad el que la precisión matemática sea algo proverbial.

3). Claridad de resultados Hay que reconocer que el principal atributo de los resultados de las matemáticas es la claridad. Es conocido que el simbolismo es el instrumento primordial de las aserciones matemáticas; sin embargo, las matemáticas no disponen de símbolos para expresar ideas confusas. Existe la generalizada convicción de que hay una diferencia esencial entre la verdad de una afirmación matemática y la de cualquier otra disciplina científica. Es fácil de explicar. Al fin y al cabo, las matemáticas son las que permiten sentenciar la veracidad de una hipótesis científica.

4)El mejor camino hacia la verdad Todo pueblo tiene una civilización y cualquier civilización, que se precie de serlo, siempre ha buscado verdades. Esto conduce a reflexiones diversas, ¿ de donde procedieron los seres humanos ? ¿ cual es el destino de la humanidad? ¿ hacia donde se dirige la vida? Salvo en una sola de las antiguas civilizaciones, las respuestas que se dieron a estas cuestiones fueron dadas por dirigentes religiosos. La civilización griega fue la excepción, porque los griegos descubrieron ' el mayor descubrimiento del hombre ' la fuerza de la razón. Los griegos del período clásico, que llegó a su apogeo durante los años que van del 600 al 300 a. C., se percataron de que el hombre posee una inteligencia, una mente que, con la ayuda ocasional de la observación o la experimentación, puede descubrir verdades. Antes de esta época griega, los acontecimientos de la naturaleza eran inexplicables o atribuidos a la voluntad arbitraria de los dioses, que solo podían ser aplacados con oraciones, sacrificios y otros ritos. Pero los griegos dieron el paso decisivo para desvanecer el misticismo, negándose a confiar en espíritus, fantasmas y dioses, y ofrecieron un modelo comprensible inspirado en aplicación de las matemáticas. Sostuvieron que el universo obedecía a un plan matemático y que mediante las matemáticas, el hombre podía descubrir ese plan. El primer grupo importante en ofrecer un plan matemático de la naturaleza, fue el de los pitagóricos, dirigido por Pitágoras (585-500 a. C.) y establecido en el sur de Italia. La filosofía natural pitagórica fue decididamente racional y estuvo basada en que las propiedades matemáticas debían ser la esencia de los fenómenos mas diversos. Los pitagóricos encontraron esta esencia en el número y en las relaciones numéricas. De ahí la doctrina pitagórica: Todas las cosas son números; el número es la materia y la forma del universo. Según la máxima pitagórica, *debéis cultivar la ciencia de los números, porque todos nuestros pecados son errores en los cálculos*.

Continuará...

Diviértete y aprende

(¡Con las matemáticas también se puede!)

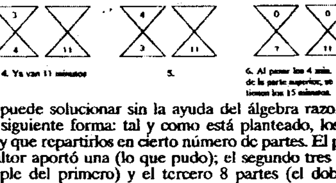
Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1. Como son siete islas, una forma de hacerlo consiste en ir contando todas las rutas posibles ¿Cómo?. Sean A,B,C,D,E,F,G las siete islas. Hay que emparejarlas:

A,B	A,C,	A,D	A,E	A,F	A,G
B,C	B,D	B,E	B,F	B,G	
C,D	C,E	C,F	C,G		
D,E	D,F	D,G			
E,F	E,G	F,G			

Total 21 barcos para cubrir los 21 viajes de ida y vuelta de una isla a otra. ¿Cuántos hay si incluimos a La Graciosa?

2. Ponemos en marcha los dos relojes y cuando hayan pasado 7 minutos volvemos a poner en marcha el de 7 minutos.



1. 2. Han pasado 7 minutos 3.

4. Ya van 11 minutos 5. 6. Al poner los 4 min. de la parte superior, se tienen los 15 minutos.

3. Se puede solucionar sin la ayuda del álgebra razonando de la siguiente forma: tal y como está planteado, los 6912 kg. hay que repartirlos en cierto número de partes. El primer agricultor aportó una (lo que pudo); el segundo tres partes (el triple del primero) y el tercero 8 partes (el doble del primero y el segundo juntos).

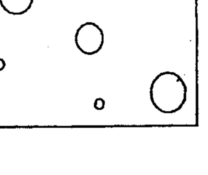
Por tanto, los kg. aportados hay que dividirlos en 12 partes (1+3+8=12): 6912/12=576 kg., aportó el primero; 576x3= 1728 kg. aportó el segundo; 576x8=4608 kg. aportó el tercero.

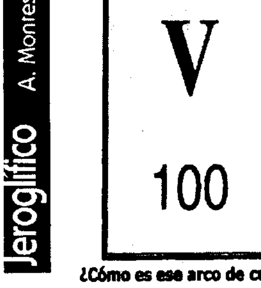
Envía las soluciones a: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna, Tenerife.

⋆ Una persona tiene un cajón con calcetines, diez pares blancos y cincos pares negros. Todos son de la misma marca y sólo se diferencian en el color. También tiene diez pares de guantes, todos mezclados, (ojo porque en estos guantes hay diferencia entre el que va en la mano derecha y el de la izquierda como los de jardinero por ejemplo), Bien, la persona en cuestión entra en la habitación, totalmente oscura de manera que no ve absolutamente nada. Quiere sacar un par de calcetines del mismo color y un par de guantes que sean pareja. No ve ni puede distinguir nada al tacto. La pregunta es: **¿Cuál es el número mínimo de calcetines que tendrá que sacar para estar segura de que tiene dos del mismo color y cuántos guantes para saber que puede ponerse uno en cada mano?**

II Olimpiada de Andorra 1991

¿Sabría el lector dibujar tres líneas rectas de forma que cada círculo quede aislado en una de las regiones resultantes? La solución es fácil si caemos en que no es preciso que las regiones sean rectangulares, y en que al cortarse tres rectas pueden formarse hasta siete regiones distintas.





¿Cómo es ese arco de curva?

Solución anterior: Ni cónica

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS
Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Descartes y las Matemáticas

José L. Montesinos (*)

En 1610, año del descubrimiento del cielo por parte de Galileo, René Descartes tiene 14 años y es un brillante alumno del colegio de los jesuitas de La Flèche. Muchos años más tarde escribirá su autobiográfico *Discurso del Método* en el que recuerda a las matemáticas como la única disciplina estudiada que le causara satisfacción, por la certeza y evidencia de sus razonamientos, aunque inicialmente no se percatara de su verdadera función y utilidad. En la noche del 10 de noviembre de 1619, Descartes tiene tres sueños en los que se le revela el proyecto de una ciencia admirable, cuya osamenta la constituye un método con el que se conseguirá conducir correctamente la razón en cualquier situación de la vida que se le presente al ser humano. Este método reunía las ventajas de la Lógica, entre las partes de la Filosofía, y del Análisis de los geómetras y el Álgebra entre las de las Matemáticas. Son bien conocidas las reglas de este método maravilloso:

La *primera* consiste en no admitir cosa alguna como verdadera si no se la había conocido evidentemente como tal. Es decir, admitiendo exclusivamente en mis juicios aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda. La *segunda* exigía que dividiese cada una de las dificultades a examinar en tantas parcelas como fuera posible y necesario para resolverlas más fácilmente. La *tercera* requería conducir por orden mis reflexiones comenzando por los objetos más simples, para ascender poco a poco hasta el conocimiento de los más complejos. La *cuarta* y última requiere realizar recuentos tan completos y revisiones tan amplias que pudiese estar seguro de no omitir nada.

Descartes ha comprobado la efectividad de su método en la resolución de cuanto problema geométrico se le presenta. Él conocía bien las obras de Euclides, Apolonio Arquímedes y Pappus, y admiraba el rigor de la geometría griega pero se quejaba de su "aristocratismo", de la ausencia de método. Cada problema requería una "idea feliz" y esto era fatigoso y no se tenía la seguridad de resolverlo.

Con el álgebra, con su geometría analítica, los problemas geométricos pueden ser reducidos fácilmente a ecuaciones y esto supone una mecanización de los procesos mentales a seguir para la resolución de un problema. Descartes 'democratiza' la geometría al pasar del mundo de las formas al de los números. El potente método cartesiano combinado con el cálculo infinitesimal darán como fruto el extraordinario desarrollo de las matemáticas y de la física que se avecinan. Isaac Newton, gran artífice de este desarrollo podrá permitirse el lujo de no trabajar los *Elementos* de Euclides. Leerá directamente *La Geometrie* de Descartes y compartirá con éste el entusiasmo pararreligioso en la creencia de póder resolver cualquier problema físico-matemático.

Descartes, el pensador de la duda metódica es, sin embargo, lo contrario de un escéptico. Ciertamente vive en una época convulsa en donde de un *mundo cerrado* se ha fijado a un *universo infinito* en la que han desaparecido las certezas y en la que el escepticismo y la duda son la norma. En una especie de huida hacia adelante, Descartes va a dudar de todo, excepto de las matemáticas y de Dios; ese Dios cristiano, dotado positivamente de los atributos de la infinitud, que le va a *garantizar* los razonamientos claros y distintos que alcanza con su método, concebido a partir de las matemáticas, de las matemáticas de los griegos.

(*) José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Lo discreto y lo indiscreto

Rafael Montenegro Armas

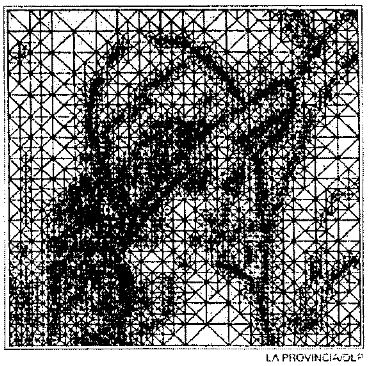
Hace algún tiempo, un compañero me comentó: "Lo discreto está de moda". Con esta afirmación no se refería a que la indiscreción estuviera en desuso, puesto que la indiscreción es por desgracia el denominador común de muchos elementos o personas. Cuando en el lenguaje matemático hablamos de resolver un problema utilizando un método numérico, o discreto, nos referimos a que no se emplea un método analítico, o no discreto, o si se quiere llamémoslo indiscreto. Este último ha sido el método que se ha empleado tradicionalmente para resolver los problemas matemáticos.

Las herramientas fundamentales eran el lápiz y papel; realmente era barato. Se trata por ejemplo de los cálculos analíticos, más o menos divertidos o tediosos, que se usan para resolver las famosas integrales.

El alumno se aprende una serie de métodos para cada uno de los problemas tipo resolubles. Pero el problema se plantea cuando esa integral no se enmarca dentro de uno de esos tipos; ello solía pasar normalmente en los exámenes. Entonces había que recurrir a la llamada idea feliz que tenía que surgir procedente de la otra herramienta básica para el desarrollo de cualquier ciencia: el cerebro. Pero, así y todo, no siempre era posible la resolución analítica de cualquier integral; se hablaba de fáciles, difíciles e imposibles.

Recientemente a las herramientas tradicionales –lápiz, papel y cerebro– se le suma el ordenador. Es entonces cuando empieza la revolución. A partir de la información más discreta posible –ceros y unos– se era capaz de representar aspectos realmente mucho más complicados. Por otra parte, debido a las limitaciones de la percepción humana, sólo somos capaces de sentir una realidad aparentemente continua a partir de sensaciones discretas.

Es bien conocido, por ejemplo, que el ojo humano sólo es capaz de captar veinticinco fotogramas por segundo.


LA PROVINCIA/DLP

Discreto.


LA PROVINCIA/DLP

Indiscreto.

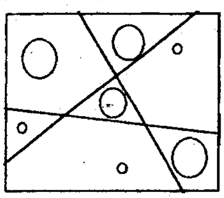
Por esta razón, en el cine somos incapaces de apreciar los saltos discontinuos de cada fotograma al siguiente, así como los correspondientes instantes en los que no se proyecta ninguna imagen. Vemos algo discreto como algo continuo. Podríamos decir que nuestros sentidos aproximan suficientemente la indiscreta realidad. Según esto, si a partir de veinticinco fotogramas fijos presentados sucesivamente sobre una misma pantalla observamos un segundo de la 'realidad', nos podemos preguntar: ¿para qué más? Efectivamente, esto sirve como ejemplo para justificar la resolución de un problema de forma discreta y aproximada. Los intervalos, en los que se mueven las variables físicas básicas –tiempo y espacio– que determinan el problema, se dividen en subintervalos mucho más pequeños y en cada uno de ellos aproximamos la solución de forma sencilla. A partir de esta idea, y aprovechando las posibilidades del ordenador, en muchas ocasiones podremos resolver el problema mediante un método discreto haciendo uso de lápiz, papel y como siempre cerebro. En este caso, de igual forma que en el ejemplo de los fotogramas, aproximaremos tanto como se quiera la solución del problema. Desde un punto de vista matemático diríamos que, si esto es posible, entonces el método es convergente. Con los métodos numéricos o discretos se han podido resolver muchos problemas que hasta hace muy poco eran inabordables mediante métodos analíticos. Se ha sido capaz de simular problemas reales de gran envergadura, pero así y todo nos quedan problemas por resolver, y por supuesto existen algunos que no se resolverán nunca. Esto último se debe, entre otros aspectos, a que nuestra percepción tiene un límite; de nada nos sirve proyectar simultáneamente varias películas sobre la misma pantalla, incluso aunque la secuencia de fotogramas esté sincronizada de forma que en cada instante sólo se proyecte un único fotograma de una única película.

Lo único que este experimento podría causar, casi con toda seguridad, es un dolor de cabeza al espectador. Espero que este breve artículo no haya provocado en el lector los mismos síntomas.

Diviértete y aprende

(¡Con las matemáticas también se puede!)

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:
1. 3 calcetines y 11 guantes.
2.



Envía las soluciones a: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna, Tenerife.

V Olimpiada de Asturias 1998

El bisabuelo: Mauricio, el bisabuelo de José, no es ciertamente centenario, pero es de edad muy avanzada. Lo que os puedo decir es que el año anterior, su edad era múltiplo de 8, y que el año próximo es múltiplo de 7. ¿Cuál es la edad de Mauricio?

⋆ Santiago y Pepe son dos amigos que saben jugar al tenis más o menos igual. Están apostando 10.000 pesetas y se la llevará el primero que gane 3 sets.

Empiezan a jugar y cuando van 2 a 1 a favor de Santiago empieza una lluvia tan fuerte que deciden suspender la partida y repartirse el dinero. ¿Cómo pueden hacerlo?

Pues de muchas formas. Por ejemplo, 5.000 pesetas para cada uno y ya está. También pueden tener en cuenta que Santiago lleva dos partidas ganadas y Pepe sólo una por lo que dividen el dinero en tres partes. Santiago se queda con dos y Pepe con una.

Pero una amiga matemática que les estaba viendo jugar les dice:

— He observado que los dos son igual de buenos jugando. Me parece que lo razonable es que el dinero se reparta en función de las probabilidades que cada uno tenga de ganar la partida, ¿no les parece?

Los amigos se miran y deciden aceptar la propuesta, pues les parece razonable. El problema es que la amiga matemática se tenía que ir a cantar en un coro así que les dejó tratando de averiguar qué probabilidad tenía cada uno de ellos de llegar a los tres sets necesarios para ganar la partida. ¿Puede ayudarles? Recuerde que los dos tienen la misma probabilidad de ganar un set, esto es, 50 %.

●

⋆ Reproduzca la cuadrícula con bolígrafo en el cuaderno, pero sin los ceros. Después pinte los ceros con lápiz.

A continuación debe borrar los ceros que sean necesarios para que queden cuatro en cada fila y cuatro en cada columna. Obtener cinco soluciones distintas. Le aseguramos que hay muchas más.

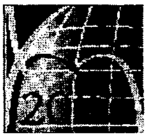
o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o

Jeroglífico A. Montesdeoca

'MODERNO'
JERUSALEN
GARO
1000
MORRAL

9, 27, 81, 243, 729

Solución anterior: Convexo.



2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Los orígenes remotos de la matemática

Mariano Martínez Pérez (*)

¿Quién 'inventó' la matemática? No los griegos, por supuesto: desde Tales y Pitágoras, la matemática es ya casi idéntica a la nuestra: es ya 'moderna', como veremos dentro de unas semanas. Tampoco los egipcios ni los mesopotamios más antiguos, cuyos conocimientos de los números y de las figuras eran ya realmente avanzados. Lo que estas culturas representan es, en un sentido muy preciso, el resultado final, y ya muy sofisticado, de una larguísima prehistoria 'matemática' que puede remontarse a 500.000 ó 1.000.000 de años atrás (¿o más?).

¿Qué necesidad concreta de los números podía tener nuestro tan remoto antepasado? Es muy evidente que sin la presencia del dinero, la necesidad de los números cae casi por completo. Lo que tuvo que presentarse muy pronto, sin duda, fue la necesidad de comunicar a otros miembros de la rudimentaria comunidad, la importante (¡incluso vital!) información que responde a la pregunta (expresada lingüísticamente o de manera simplemente 'gestual')de "¿Cuántos ciervos dices que has visto en el otro valle?", o mucho más dramática aún, "¿Cuántos enemigos has visto?". Desde una primera respuesta tan simple como "muchos" o "pocos", pero que ya es, como mínimo, prematemática (de nuevo, articulada o por gestos corporales), que es la más pobre, pero sin duda ya significativa y valiosa, a la sucesiva distinción y diferenciación de los números más pequeños para contar cosas: 2, 3, 4, etc., debieron pasar muchas decenas de milenios (el 1 presenta algunas dificultades especiales: efectivamente, no parece responder bien a la pregunta "cuántos", que es un claro plural).

Durante la larga conquista de los números más pequeños, tuvo que presentarse un problema de una dificultad insospechada: el de darle nombre a los números. Aunque nuestro antepasado ni lo sospechara, la dificultad radicaba en el carácter abstracto de los números (que los debió rodear de un misterio reverencial que llega hasta hoy): efectivamente, nadie ha visto ni verá nunca al mismísimo número 4, como tampoco a la justicia, la belleza o el amor, todos ellos abstracciones. La concepción primigenia del número debió ser de tipo 'visual' y 'totalizadora', 'sintética' y no articulada lingüísticamente. Este problema despistó completamente a todos los antropólogos de hace un siglo aproximadamente, que llegaron a creer de buena fe que muchas tribus primitivas casi desconocían la idea de número, al contar: "Uno, dos, tres, muchos" (¡probablemente en cuanto a la 'concepción visual' de los números los indígenas podían darle cien vueltas a los antropólogos (que encima serían de letras)!).

Mucho más tarde, al ir descubriendo y conociendo números cada vez mayores (por las necesidades de una estructura 'social' de complejidad creciente), nuestro antepasado ya más cercano (¿50.000 años?) descubrió una fantástica ayuda para contar y controlar esos números: se trata de la idea de 'base' del sistema de numeración, es decir, la de asociar las unidades en grupos todos iguales (a la 'base'.

Nuestro antepasado remoto también fue desarrollando, sin duda, (¡incluso mucho antes que los números!) las intuiciones espaciales más básicas de lo que iba a ser, un millón de años después, la geometría pura de los griegos. ¡Es otro proceso realmente fascinante, pero ya no me cabe en esta columna!

(*) Mariano Martínez Pérez es profesor de la F. de Matemáticas de la U. Complutense de Madrid y Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Los tiempos y las monedas vienen... y van

Manuel Pazos Crespo (Coque)

Érase que se era un abuelo joven. Casi todos los abuelos son jóvenes, al menos de espíritu, pero éste lo es además porque nació en la década de los cuarenta, al principio, pero en la década de los cuarenta. Para él el dinero tiene un significado especial, pues los tiempos que le tocó vivir en su infancia fueron difíciles y su educación económica fue necesariamente austera.

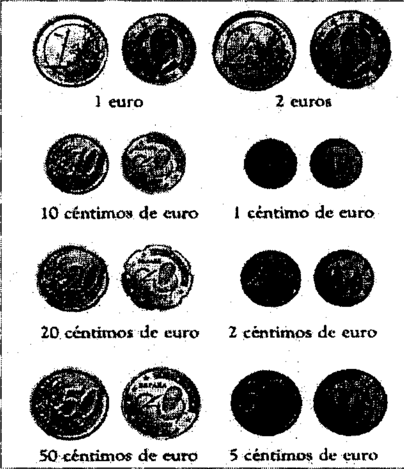
Hoy su nieto, al llegar del cole, le explica que su profesora les propuso realizar un pequeño trabajo sobre le nuevo sistema monetario que pronto va a entrar en vigor: lo deben relacionar con las matemáticas, ya que el próximo año, ése tan redondo con un patito delante, el 2000, es el Año Mundial de las Matemáticas y dicen que todos debemos contribuir a que los demás las conozcan más, las utilicen mejor, comprendan su función social, las empleen en su faceta recreativa, etc.

El niño le pide que le cuente qué es eso del euro, cómo van a ser las nuevas monedas, qué va a pasar con las actuales. El abuelo, a la vez que escucha, en una retrospección apresurada, inevitablemente ve pasar por su cabeza, casi sexagenaria, infinidad de anécdotas y vivencias de su infancia.

Una niñez

Y comienzan los recuerdos. La peseta era la reina, al principio la hacían de papel, pero más recordada es la metálica, la rubia. Con ella compraba, por ejemplo, diez caramelos ¡de los buenos!, de los que traían en su envoltorio un cromo de jugadores de a época (Quincoces, Pahiño), claro que casi nunca podía comprar diez caramelos juntos, porque una peseta era bastante dinero para cualquiera y más para un niño. Pero cuando tenía que ir a la tienda a hacer un recado, si era bueno, le decían que se comprase un caramelo de un patacón; y si la vida no daba para tanto, a lo mejor, le permitían comprar una perra chica de bolitas de anís coloreadas. La mayoría de las veces, ni siendo bueno, había perra ni patacón.

Había cuatro monedas de menor valor que la peseta: la de dos realitos, 50 céntimos, con un agujero en el centro; la de un real, de 25 céntimos, semejante a la anterior y de mayor diámetro; el patacón, de 10 céntimos, con un caballero a caballo y lanza en mano en una cara; y por último, la perra chica, cinco céntimos, de menor diámetro que la anterior. Las dos primeras, agujereadas, las utilizaban los jóvenes en ocasiones, como elemento decorativo, en sus cinturones; las dos últimas, por el material de que estaban hechas, se desgastaban con facilidad. La peseta equivalía, pues, a dos monedas de dos realitos, a cuatro de un realito, a diez patacones, y a veinte perras chicas.



Monedas de euro.

Hablar de billetes ya era harina de otro costal. Su manejo era propio de los adultos y muy pocas veces caían en manos de un niño como él. Los más antiguos y comunes eran los billetitos de una, de dos pesetas y el verde de cinco pesetas. Luego se pasaba al morado de veinticinco, al rojizo de cincuenta pesetas, al marrón de cien pesetas, al azul de quinientas pesetas y al verde grande de mil pesetas.

Otra niñez

Vuelve a la realidad y, piensa el joven abuelo, que a su nieto le va a corresponder vivir una época similar a la suya en lo que atañe a las monedas porque, como le cuenta al niño, el actual sistema monetario tiene sus días contados y el nuevo, en cierta manera, es semejante al de su niñez, pero sustituyendo la unidad monetaria actual, la peseta, por la nueva unidad, el euro . La peseta ha muerto, viva el euro.

A partir de enero del año 2002, le explica, una vez que el euro, E, exista físicamente, ya no será necesario, por ejemplo, cambiar monedas cuando viajemos de un país a otro entre los que componen la Unión Europea y han adoptado el euro como moneda única: Alemania, Austria, Bélgica, España, Finlandia, Francia, Irlanda, Italia, Luxemburgo, Países Bajos (Holanda) y Portugal. Faltan aún por aprobarlo Inglaterra, Dinamarca e Irlanda.

La adecuación, continúa diciéndole, tendrá algún problema y para facilitar el paso de uno a otro sistema está prevista una época transitoria de seis meses, desde el 1 de enero hasta el 1 de julio del año 2002. Durante ese tiempo cohabitarán los dos sistemas monetarios (español y europeo; peseta y euro), pero a partir de esa fecha desaparecerá definitivamente la peseta y la única moneda oficial será el euro.

"Mañana seguimos hablando. ¿Jugamos al tres en raya?"

Diviértete y aprende (¡Con las matemáticas también se puede!)

Soluciones de la semana anterior:

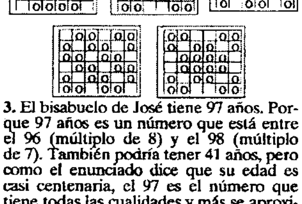
1. Una pista. Supongamos que juegan la partida, así que el siguiente set:

— Lo puede ganar Santiago, con una probalidad del 50 %. En ese caso acaba la partida.

— Lo puede ganar Pepe también con el 50 % de probabilidad. En este caso estarán 2 a 2 y hay que jugar un nuevo set ya definitivo: (Si gana Santiago, tendrá la mitad de ese 50 %, o sea, un 25 % de posibilidades de ganar (en este caso por 3 a 2). Si gana Pepe, tiene el 25 % restante de posibilidades de ganar.)

Total, que la posibilidad de que gane Santiago es 0,5 + 0,25 = 0,75 y la posibilidad de que gane Pepe es 0,25. Por tanto a Santiago le corresponden 7.500 pesetas mientras que Pepe se llevaría 2.500 pesetas.

2.



3. El bisabuelo de José tiene 97 años. Porque 97 años es un número que está entre el 96 (múltiplo de 8) y el 98 (múltiplo de 7). También podría tener 41 años, pero como el enunciado dice que su edad es casi centenaria, el 97 es el número que tiene todas las cualidades y más se aproxima al 100.

⋆ A las 7 en punto de la tarde: Uno de los aviones que hace el trayecto Gran Canaria-Tenerife Norte llega a una hora tal que permite al Sr. Hernández estar a las 7 en punto de la tarde esperando a su señora en la terminal. Ella es muy metódica: conduce siempre a la misma velocidad y sale de su casa con el tiempo justo para llegar a la terminal a las 7 en punto de la tarde. Pero uno de esos días, el Sr. Hernández adelanta su vuelo y llega una hora antes. Como no ha dicho nada a su señora, decide ir caminando a su encuentro. Cuando éste se produce, sube al coche, dan media vuelta y regresan a casa. Observan que llegan 10 minutos antes de lo acostumbrado.

Cuestiones a resolver:

1. ¿Cuánto tiempo estuvo caminando el Sr. Hernández?

2. Si el Sr. Hernández camina a 4 Km. por hora, ¿a qué velocidad conduce su esposa?

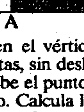
(Nota: se supone que el coche no encuentra 'atascos' en su recorrido, lo que indica que se trata de una situación imaginaria...)

●

⋆ Un caracol sube por una pared lisa totalmente. Por el día sube tres metros. Por la noche se para y por su peso baja dos metros. Si la pared tiene 15 metros, ¿cuántos días tarda en subir la pared?

V Olimpiada de Asturias 1998

La rueda cuadrada: Lo normal es usar ruedas redondas ¿verdad? Bueno, pues vamos a suponer que se nos ha ocurrido investigar sobre una rueda cuadrada como la de la figura.



A

Fíjate en el vértice A. Si la rueda empieza a dar vueltas, sin deslizarse, dibuja la trayectoria que describe el punto A, hata que vuelve a estar en el suelo. Calcula la longitud de la trayectoria sabiendo que la rueda tiene un metro de lado.

Jeroglífico A. Montesdeoca

NOTA
GEL
DEJE
BOGAR

Método de resolución de sistemas de ecuaciones

Solución anterior: Progresión Geométrica.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

La matemática en la antigua Mesopotamia

Mariano Martínez Pérez (*)

La cultura de la antigua Mesopotamia se desarrolló entre los años 4200 a. C. (cultura sumeria) y 300 a. C. (periodo helenístico) de la mano de numerosos pueblos sucesivos. La matemática mesopotámica alcanzó su apogeo en la época del rey legislador de Babilonia, Hammurabi (c. 1700 a. C.). Dos importantes logros hay que apuntarles a los 'matemáticos' mesopotámicos: 1) el gran invento del *sistema de numeración posicional*, con la primera aparición, bastante tardía, del cero (c. 300 a. C.), y 2) como consecuencia de 1), un gran desarrollo de *álgebra*, considerada como resolución de ecuaciones.

El sistema de numeración posicional es tan bueno que lo seguimos usando hoy (aunque con la base más cómoda 10 en vez de la enorme de 60 como la de los mesopotamios). Este sistema nos permite escribir *cualquier número usando sólo 10 cifras*; se basa en el genial descubrimiento de que cada cifra pueda tener muchos valores distintos, según su posición: así sabemos que en 20.202, el primer dos vale 20.000, el segundo 200 y el tercero, dos de verdad. El *cero* (0) es aquí *absolutamente indispensable*: el primero vale 0 'millares' y el segundo, 0 'decenas'; sin él escribiríamos 222, que no es lo que queríamos, claro. Así pues el cero no aparece en la historia para representar el número de cosas de una colección vacía (cosa que, bien mirado, es una tontería), sino para expresar una *posición vacía en el número escrito*. Los mesopotamios tuvieron muchas dificultades para introducir un símbolo para el cero; durante siglos y siglos no escribían nada, dejaban un hueco vacío, pero, claro, como hemos visto, eso creaba graves confusiones. Al fin, hacia el año 300 a. C. inventaron para él un símbolo especial: **(primer símbolo)**. Luego se le ha visto al cero su enorme utilidad.

El descubrimiento del sistema posicional debió ser una afortunadísima casualidad, accidental por completo: el uno se escribía así: **(segundo símbolo)**, el 20 así: **(tercer símbolo)** y el 60 así: **(cuarto símbolo)**. Pero claro, cuando al escriba se le cansaba la mano, terminaba escribiendo el 60 lo mismo de pequeño que el uno: 1 **(segundo símbolo)** y 60 **(segundo símbolo)**. Bueno, pues el estupendo resultado que se descubrió fue que no habría peligro de confusión alguno, a pesar de todo; ¡el invento estaba hecho! Pero lo mejor del sistema es que permite representar también, de la misma manera, la parte 'fraccionaria' o 'decimal' de un número, con lo que los cálculos se hacen facilísimos ¡como si no hubiera 'coma decimal', como si todos fueran números enteros, y la 'coma' se recupera al final de los cálculos!

Este sistema de numeración tan bueno impulsó una matemática muy numérica, y también un gran álgebra, claro. Los mesopotamios descubrieron las 'recetas' (entonces no había aún fórmulas de ninguna clase) para resolver *todo tipo de ecuaciones de segundo grado* con soluciones positivas (faltaban muchos siglos, como veremos, para que aparecieran los números negativos), e incluso muchas de grado mayor que dos.

(*) Mariano Martínez Pérez es profesor de la F. de Matemáticas de la U. Complutense de Madrid y Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.


1er símbolo


2º símbolo


3er símbolo


4º símbolo

Leonardo Fibonacci

José M. Méndez Pérez


Fibonacci.

Poco se sabe de Leonardo Fibonacci (apodo derivado de *filius Bonacci*, es decir, *hijo de Bonacci*), uno de los matemáticos más brillantes de la época medieval. Nació en Pisa, Italia, y por esa razón también se le conoce como Leonardo Pisano o Leonardo de Pisa. Puesto que su padre trabajó como recaudador de impuestos en Bugia (en la actualidad Bougie, ciudad de Argelia), debió vivir durante muchos años en la costa norte de África. Allí tuvo un maestro árabe que le enseñó el sistema de numeración arábigo–hindú y despertó en él el interés por el estudio de los sistemas de cálculo.

En 1202 escribió su famosa obra *Liber Abaci* (*Libro del ábaco*), donde introdujo el sistema de numeración árabe y la forma de realizar cálculos con esta clase de números, desplazando definitivamente el arcaico y desfasado sistema de numeración romano.

Pero Fibonacci es recordado, sobre todo, por la sucesión de números

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

que lleva su nombre. Esta sucesión está relacionada con un problema que Fibonacci plantea en su obra *Liber Abaci* y que podríamos enunciar así:

Se sabe que en un cercado hay una pareja adulta de conejos el primer día de enero de cierto año, la cual origina a primero de febrero una nueva pareja de conejos y así sucesivamente a principios de cada mes siguiente. Se supone además que cada nueva pareja tarda un mes en hacerse adulta y que el segundo mes ya puede reproducirse; es decir, a principios del tercer mes de su vida la nueva pareja produce otra nueva y así cada mes siguiente. Se pide determinar el número de parejas de conejos que habrá en el cercado una vez haya transcurrido un año, esto es, a uno de enero del siguiente año.

Si A representa una pareja *adulta* y B una pareja nacida de ésta o pareja *bebé*, resulta que transcurrido el primer mes, esto es, el día 1 de febrero la pareja adulta tendrá descendencia y así habrá 2 parejas (1A + 1B); de ellas, la primera engendrará una nueva pareja, mientras que la segunda se convertirá en adulta y podrá reproducirse al mes siguiente, por lo cual resultarán 3 parejas el 1 de marzo (2A + 1B); de éstas, dos parejas tendrán descendencia, por lo que el 1 de abril habrán 5 parejas (3A + 2B); y así sucesivamente hasta llegar al día 1 de enero del año siguiente. Resumimos estos resultados en la tabla adjunta.

Mes	Número de A	Número de B	Total parejas
Enero	1	0	1
Febrero	1	1	2
Marzo	2	1	3
Abril	3	2	5
Mayo	5	3	8
Junio	8	5	13
Julio	13	8	21
Agosto	21	13	34
Septiembre	34	21	55
Octubre	55	34	89
Noviembre	89	55	144
Diciembre	144	89	233
Enero	233	144	377

La respuesta es 377 parejas de conejos. También se infiere de estas tablas la regla general de la sucesión de Fibonacci: cada término se obtiene sumando los dos anteriores; matemáticamente.

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, con $n = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

Obsérvese que nace una pareja de conejos por cada pareja nacida en el mes anterior y que cada pareja nacida hace dos meses ya origina una nueva pareja. La suma de estos dos alumbramientos nos da el número de parejas nacidas en determinado mes. Ése es el significado de la fórmula precedente.

Así pues, los primeros números de Fibonacci son $F_0=0$, $F_1=1$, $F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, $F_5=5$, $F_6=8$, $F_7=13$, $F_8=21$...

Finalmente recordamos una paradoja geométrica debida a Lewis Carroll, pseudónimo del matemático Charles Lutwidge Dogson, que tiene mucho que ver con propiedades de los números de Fibonacci.

Cortemos un cuadro de papel de lado 8 unidades de longitud de acuerdo con las líneas dibujadas en la fig. 1 y juntemos los trozos resultantes para formar el rectángulo de la fig. 2.

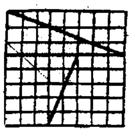


Fig. 1

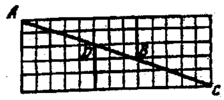


Fig. 2

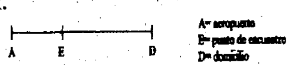
El área del cuadro es $8x8=64$, pero la del rectánculo vale $13x5=65$. Obsérvese que 5, 8 y 13 son números de Fibonacci. ¿Dónde está el error? Animamos al lector a que experimente con papel cuadriculado, primero tomando una unidad de longitud pequeña (por ejemplo, el lado de una cuadrícula) y después unidades mayores (digamos, tres cuadrículas como unidad).

José Méndez Pérez pertenece al Departamento de Análisis Matemático de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de La Laguna.

Diviértete y aprende (¡Con las matemáticas también se puede!)

Soluciones de la semana anterior:

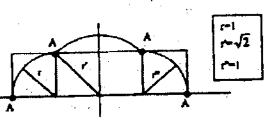
1.



Si la señora debía llegar al aeropuerto a las 7 en punto y, según se dice en el texto, regreso a casa 10 minutos antes de lo habitual, eso queire decir que el trayecto AE lo habría hecho en 5 minutos, luego encontró a su marido a las 6 horas 55 minutos. En consecuencia: el sr. Hernández estuvo caminando 55 minutos. Por otra parte, el sr. Hernández hace en 55 minutos lo que su esposa, con el coche, habría tardado 5 minutos (el trayecto AE). Por lo tanto, la señora viaja a una velocidad que es 11 veces mayor que la de su esposo. Como éste, según el dato del problema, marcha a 4km/h. la señora viaja a 4x11= 44km/h.

2. No son quince días a pesar de que el caracol realmente sube un metro cada día. Al final del día 12º estará a 12 metros, por tanto, durante el 13º día subiría los tres metros que le faltan para llegar al final de la pared. La respuesta es pues, 13 días.

3.



★ Fuera de una habitación hay tres interruptores en posición de apagado. La habitación tiene sólo una puerta que está cerrada y dentro hay tres bombillas que corresponden a cada interruptor. Se trata de averiguar qué interruptor corresponde a cada bombilla con esta condición: sólo se puede entrar una vez en la habitación. No trate de resolverlo matemáticamente, sino buscando una feliz idea.

●

★ Los señores Soria, Segovia, Jerez y Cádiz son de Soria, Segovia, Jerez y Cádiz, pero en ninguno coincide su nombre con su lugar de nacimiento. El nacido en Soria no es homónimo del lugar de nacimiento del señor Jerez. El nacido en Segovia no es el señor Cádiz ni es homónimo del lugar de nacimiento del señor Segovia. ¿Quién nació en Cádiz?

IV Olimpiada de Murcia 1993

Los problemas de parentesco suelen ser enrevesados y a su vez interesantes porque hay que manejar, simultáneamente, aspectos que no son excluyentes.

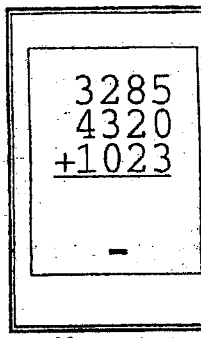
Observe si no el siguiente:

En una fiesta familiar estaban presentes: una abuela, un abuelo, dos padres, dos madres, tres bebés, tres nietos / as, un hermano, dos hermanas, dos hijos, dos hijas, un suegro, una suegra y una nuera.

Pensarás que había un total de veintidós personas. Pero no, en realidad sólo estaban presentes seite.

¿Quieres explicar cómo es esto posible? ¿Quiénes eran esas personas?

Jeroglífico A. Montesdeoca



No gaste tanto

Solución anterior: Regla de Cramer.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS

Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

La matemática egipcia

Mariano Martínez Pérez (*)

El antiguo Egipto fue protagonista de una de las primeras y muy brillante cultura urbana, durante cerca de 3.000 años, desde el 3200 al 300 a. C.

La matemática egipcia nos la transmiten unos pocos papiros de la época, principalmente el magnífico *Papiro Rhind* (c. 1650 a. C.), auténtico texto para las escuelas de escribas, que consta de casi 90 problemas. Esta matemática estuvo fuertemente condicionada por la estructura económico-social del país.

La propiedad económica en Egipto estaba prácticamente en manos del Faraón, a cuyos graneros y almacenes debían contribuir todos los campesinos egipcios. Toda la población, movilizada durante los tres meses de la inundación para trabajar en las grandes construcciones públicas (¡todos, excepto los escribas!), vivía entonces de los almacenes estatales.

El minucioso control de esa economía (se hacían frecuentes y precisos censos de casi todo, personas, animales y cosechas) exigió un amplio cuerpo de funcionarios, los ya mencionados *escribas*, que aparecen por todas partes, tomando notas y controlándolo todo meticulosamente, como se puede ver en los relieves y pinturas de las tumbas.

El cálculo numérico egipcio se desarrolló sobre un sistema de numeración de base 10, pero aún no "posicional", sino "aditivo". Ahora bien, a los escribas egipcios les bastaba con los símbolos para 1, 10, 100, 1.000, hasta 1.000.000, para todas las necesidades prácticas.

La precisión exigida por los cálculos "contables" de los escribas hizo completamente necesario un cálculo con *fracciones de la unidad*, y he aquí el punto débil de la aritmética egipcia. Sin que tengamos ni idea del porqué, los egipcios usaban en todos sus cálculos sólo *fracciones unitarias*, es decir, las de la forma 1/n, además de la 2/3, fracciones que, además, evitaban por todos los medios usarlas repetidas. Este sorprendente "capricho" les complicó extraordinariamente los cálculos a los escribas. Aun así, su dominio de las *técnicas* era tal que los errores son muy raros.

La geometría egipcia alcanzó también un alto nivel, y aquí también por motivos económicos: desde el simple cálculo de superficies de campos de cultivo (esencial para el pago de una *contribución justa* a los graneros estatales), hasta el cálculo de volúmenes de estos mismos graneros y de troncos de pirámides, o de la "pendiente" constante de las caras de esas pirámides, de todos estos problemas hay ejemplos en los papiros. Por cierto que el hecho de que muchos de los graneros fueran cilíndricos, llevó a los escribas egipcios a enfrentarse con un problema de una dificultad muy especial, y que sólo resolverían mucho más tarde los griegos: el del *área del círculo*. Los egipcios hicieron lo que pudieron *aproximándolo* por un octógono "casi" regular.

De estos antiquísimos "matemáticos-funcionarios" egipcios aprenderán más tarde los griegos la simple matemática "instrumental", que los llevará a la gran "matemática pura".

(*) Mariano Martínez Pérez es profesor de la F. de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

La numeración egipcia

Luis Balbuena

La cultura del antiguo Egipto es, sin duda, una de las más apasionantes y misteriosas de cuantas han existido. Nos legó esas impresionantes construcciones (pirámides, templos), que muestran su grandiosidad. Utilizó un sistema de escritura (jeroglífica) que estuvo ignorado durante casi dos mil años. En efecto, cuando los romanos incorporaron Egipto a su imperio e impusieron sus leyes, su escritura y su cultura, lo egipcio languideció hasta tal punto que al morir el último escriba, se muere con él todo el saber acerca de cómo escribir y leer los jeroglíficos. Habrá que esperar a que el francés Champollion (1790-1832) pudiese descifrarlos de nuevo en 1822 y poder así penetrar en aquella sabiduría.

El sistema de numeración utilizaba la base diez, la misma que se utiliza hoy en todo el mundo. Quiere esto decir que cada *diez* unidades de un orden, forman *una* unidad del orden superior. Nosotros decimos:

10 unidades = 1 decena; 10 decenas = 1 centena.

Pero la gran diferencia entre aquel sistema y el nuestro se centra principalmente en la forma de escribir las cantidades, mientras el nuestro es un sistema "proporcional", es decir, cada dígito toma un valor que depende del lugar que ocupa en la cifra, el egipcio es "acumulativo", que significa que se suman (acumulan) los símbolos que aparecen. Veámoslo con ejemplos:

En el sistema nuestro, sea, por ejemplo, la cifra 3.038. El primer 3 de la derecha marca las decenas y toma, por tanto, el valor 30. El otro, en cambio, vale 3.000 al ocupar el lugar de las unidades de mil. El 0 indica que no hay centenas en este número. Los símbolos usados por los egipcios son los que aparecen en la **figura 1**:

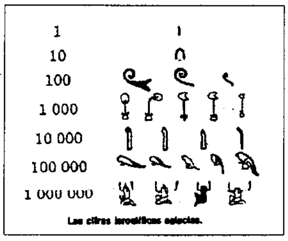


Figura 1.

Si se tienen escritos los símbolos descritos en la **figura 2**: la cifra que representa se obtiene sumando el valor de los distintos símbolos que aparecen. Así que, en esta escritura, un símbolo puede repetirse hasta nueve veces. Con esta forma de escribir las cantidades no se necesita el cero.

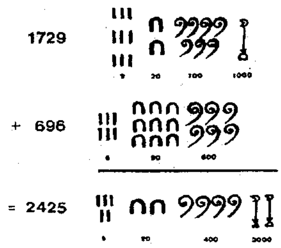


Figura 2.

En Hierakónpolis, que es una antigua ciudad egipcia situada en la margen izquierda del río Nilo, a unos 100 km. de la primera catarata, se ha encontrado una maza que perteneció al rey Narmer, quien unificó el Bajo y Alto Egipto hacia el 2900 a. C. En esa maza se puede apreciar uno de los más antiguos testimonios de la escritura y de la numeración egipcia.

Ver **figura 3**

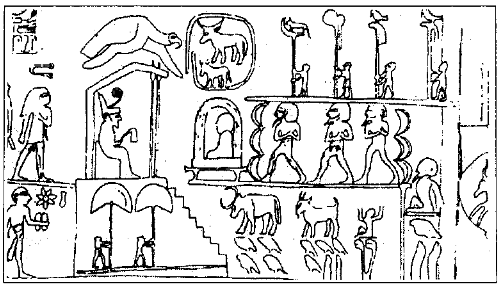
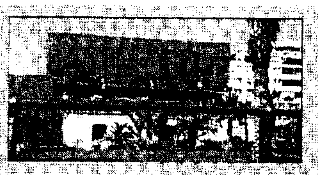


Figura 3.



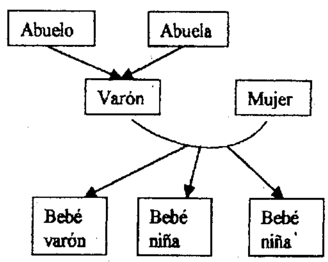
Exposición de juegos matemáticos

Jacinto Quevedo Director del Museo de la Ciencia de Las Palmas de Gran Canaria comunica que el próximo día 14 de abril se inaugurará una exposición de juegos matemáticos y con carácter permanente en dicho museo que se encuentra situado en el parque Santa Catalina en el edificio Elder.

Diviértete y aprende (¡Con las matemáticas también se puede!)

Soluciones de la semana anterior:

1. Supongamos que los interruptores son A, B y C. Encendemos el interruptor A durante 5 minutos. Lo apagamos y encendemos el B. Entramos inmediatamente en la habitación y está claro que la bombilla que está encendida tiene el interruptor B. De las dos que están apagadas, una estará caliente y corresponde al interruptor A, la otra fría tiene el interruptor C.
2. El Sr. Segovia.
3. La solución se puede comprobar con este árbol genealógico:



Les recordamos nuestra dirección: (2000, año mundial de las matemáticas. Apartado 329. 38200 - La Laguna. Tenerife)

* Observa la figura 1, de 10 monedas y trata de pasarla a la disposición de la figura 2 moviendo tan sólo 3 monedas.

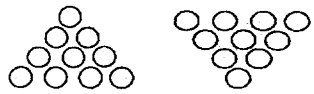


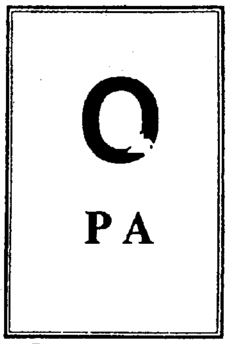
Fig. 1 Fig. 2

* Cinco señoras meriendan sentadas en torno a una mesa redonda. La señora de García está sentada entre la señora de López y la señora de Martínez. Elena está sentada entre Catalina y la señora de Pérez. La señora de López esa entre Elena y Alicia. Catalina y Doris son hermanas. Isabel está sentada con la señora de Gómez a su izquierda y la señora de Martínez a su derecha. Coloca los nombres de las señoras en sus correspondientes asientos.

Torneo de Matemáticas, Canarias 93.

En el rectángulo cuadriculado del dibujo se sombrearon varios cuadrados. Alguien borró el sombreado de algunos. Quedaron solamente los ocho que aparecen. Queremos que sombrees los cuadrados borrados. Te damos una pista: los números que aparecen a la izquierda indican el número inicial de cuadrados sombreados en cada fila, los escritos arriba representan el número de los que estaban sombreados en cada columna.

Jeroglífico A. Montesdeoca



Constelación boreal

Solución anterior: Consuma menos

LA PROVINCIA Diario de Las Palmas

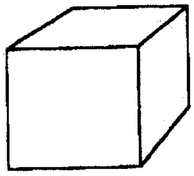
2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

* Tengo un reloj de marcar las horas. Al dar las 3 ha tardado 3 segundos. ¿Cuántos segundos tardará en dar las nueve? No tiene truco. Hay que pensarlo.

•

* Un cubo está hecho de un material tal que al aumentar la temperatura se dilata exageradamente. Al pasar, por ejemplo, de 0 grados centígrados a 40 grados centígrados, su arista aumenta en un 50%. En estas condiciones, ¿en qué porcentaje aumenta su área lateral? ¿Y su volumen?



Torneo de Matemáticas, Canarias 1993.

Un estanque se llena de agua hasta la mitad, luego se le vacía un tercio de su contenido para regar y, posteriormente, se le añade la misma cantidad de agua que la que tenía al principio. ¿Con qué fracción del total de la capacidad del depósito representarías la cántidad de agua que hay en estos momentos en él?

Soluciones de la semana anterior

1.

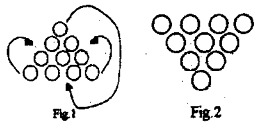
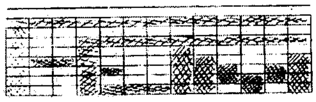
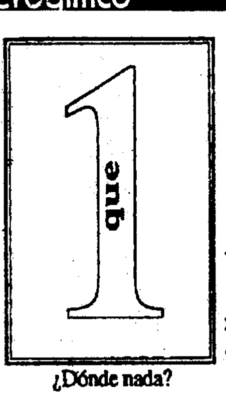


Fig.1 Fig.2

2. En la mesa redonda estarían: Alicia-García, Doris-Martínez, Isabel-Pérez, Elena-Gómez y Catalina-López.
3.



Jeroglífico



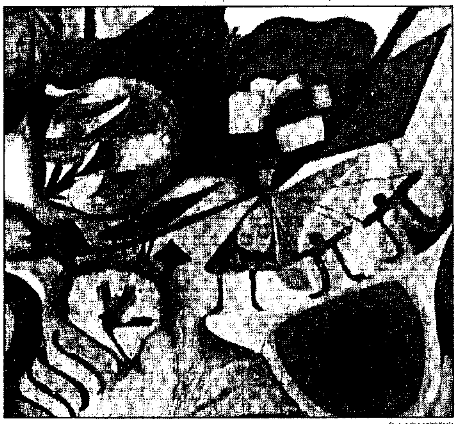
¿Dónde nada?

Solución anterior: Casiopea.

Las matemáticas del arte y el arte de las matemáticas

Gustavo Montero García (*)

Quién no se ha preguntado alguna vez por qué algo nos parece bello, nos resulta agradable a la vista. Desde tiempos remotos, el hombre ha estudiado este enigma para finalmente decantarse por una cuestión de proporciones. Todo en la naturaleza está diseñado siguiendo unas determinadas proporciones. El arquitecto e ingeniero romano *Vitruvio*, en su tratado *De Architecture* (siglo I d. de C.) sostenía que la relación más armoniosa entre las partes de un todo se alcanza cuando la proporción entre la menor y la mayor de las partes es la misma que entre la mayor y el total. Es aquí donde entra en juego el número de oro 1.618.033.989. En efecto, tal es el caso del dedo humano, donde existe esta relación entre la primera falange y la segunda, y la segunda y la tercera. De igual forma, el ombligo divide la altura del cuerpo humano en la proporción área. Otros muchos ejemplos aparecen en plantas y animales. Y es que sobre este número, que data del Antiguo Egipto, se han vertido ríos de tinta: desde *Luca Pacioli* (1445-1509), *Leonardo da Vinci* (1452-1519), *J. Kepler* (1571-1630) y *R. Simson (1687-1768)* hasta *Le Corbusier*, en este siglo (1887-1965), con su sistema de proporciones armónicas llamado *Modulor*. En definitiva, el papel de las matemáticas en el arte es evidente, pero a la vez, imperceptible para los sentidos del espectador. En contrapunto, cuando pensamos en las matemáticas como un medio para expresar ideas nos acercamos a la definición de esta ciencia como arte. El proceso de construcción y desarrollo de todo el pensamiento matemático ha seguido y sigue un esquema muy concreto: idea, composición y difusión. En la idea inicial debiera surgir un prodigio lleno de originalidad y creatividad, generalmente como respuesta a un problema previo. Este momento es el más importante aunque frecuentemente sea olvidado en las contribuciones matemáticas actuales. Según *J.L. Kelley* (Escribiendo matemáticas, 1991), *lejos de formatos y estilos, cuando se escribe matemáticas es para decir algo. Dicho de otra forma: el número de ideas dividido por el número de páginas debe ser estrictamente positivo.* La segunda parte del proceso consiste en convertir esa idea en una composición con significado propio. Aquí, como en cualquier parcela del arte, intervienen la habilidad y el ingenio del autor. Este, con una paleta cargada de proposiciones, lemas, teoremas, corolarios, etc., intenta realizar una pieza suficientemente interesante a la vista (y revista) de los grandes sabios para que sea publicada. Pocos lo consiguen: la ley de Lotka afirma que el número de personas que producen artículos es proporcional a $1/n^2$. Actualmente, la tendencia general es la de documentos concisos, directos y claros, siguiendo el lema de que no existe señal más hermosa que una simple frase declarativa. Por ello, aunque no es fácil, todos los escritores deben aprender el arte de preparar un resumen que contenga la información esencial de sus trabajos. Finalmente, el fenómeno de la difusión de los conocimientos establecidos en estas publicaciones resulta imprescindible. Difícilmente las matemáticas podrían avanzar y crecer sin ser transmitidas a toda la comunidad susceptible de recibir esa información, desde científicos y docentes, a estudiantes de todos los niveles. La pauta a seguir en este final de trayecto permítame que se la ilustre con este fragmento de una carta de M. Faraday a su amigo B. Abbott en 1813: la pronunciación no debería ser rápida ni precipitada, ni, consecuentemente, ininteligible, sino lenta y deliberada, transmitiendo las ideas del profesor e infundiéndolas con claridad y amenidad en las mentes de la audiencia.



Instantánea (detalle) oleo sobre lienzo

(*) Gustavo Montero García es Catedrático de Matemática Aplicada de la ULPGC.

Los orígenes de la Matemática en Grecia

Matemática y Filosofía, hermanas

Mariano Martínez Pérez (*)

Al pasar de Egipto y Mesopotamia a Grecia, la matemática experimenta *la mayor revolución* de toda su historia hasta hoy.

Desde Tales y Pitágoras (c. 600 a.C.) hasta Diofanto (c. 400 d.C.), a lo largo de unos mil años, nos encontramos con una matemática de un nivel altísimo, pero, antes que nada, *radicalmente distinta* de las matemáticas anteriores egipcia y babilónica, unos dos mil años más antiguas. ¿Cuáles son las diferencias más profundas entre ellas, y *por qué* se produjeron?

1º) La nueva matemática griega es ya desde el principio (y por primera vez en la historia) *matemática pura*, mientras que las anteriores habían sido simplemente *matemáticas instrumentales* (o manipuladoras de los objetos matemáticos, que no es necesariamente lo mismo que *utilitarias*, por cierto). Pero, ¿qué es eso de matemática pura, que suena tan solemne y elitista? Pues muy sencillo, eso significa que:

2º) Los matemáticos griegos son los primeros en *preguntarse sistemáticamente ¿qué son? y ¿qué propiedades verdaderas y exactas* tienen los objetos matemáticos? números y figuras geométricas. Los egipcios y mesopotamios no debieron hacerse nunca esas preguntas sin utilidad práctica alguna (¡ni podían, en realidad, llegar a hacérselas, como veremos!), porque su "matemática" se limitaba a la *manipulación instrumental* de esos objetos, y en la mayoría de los casos sí, con *fines utilitarios*.

3º) La nueva exigencia de *verdad y exactitud* total que el conocimiento de esos objetos debía tener, diametralmente opuesta a cualquier idea de simple *aproximación* a lo verdadero, hizo necesario muy pronto un nuevo método para investigar las propiedades de estos peculiares objetos matemáticos, abandonando el método *experimental* anterior, que era completamente incapaz de garantizar tal verdad y exactitud: así se inventó el *método axiomático-deductivo*, exclusivo de la matemática y basado en la *lógica* más estricta. La (posible) utilidad práctica de los conocimientos así obtenidos, primero se ignoró totalmente, ¡y más tarde se *excluyó* de la manera más explícita y taxativa, incluso con gran indignación! ¿No es esto una gran sorpresa que está pidiendo explicación a gritos? Por supuesto.

La gran pregunta es *"¿Por qué y cómo* se produce este profundo cambio, justo cuando la "matemática antigua" "entra" en Grecia hacia el 600 a.C.?"

La respuesta es simple (¡pero complicada en sus detalles!): La nueva matemática nace de (pero casi simultáneamente con) *la filosofía*, el nuevo y revolucionario modo de pensar de los primeros "pensadores" griegos a los que llamamos filósofos (¡y que fueron a la vez los primeros matemáticos: ¡qué casualidad! En la interesante explicación detallada no podemos entrar aquí, porque exige explicar cómo y por qué nació la filosofía. Pero, aquí y ahora, con los hechos basta.

Así, pues, la nueva matemática griega (¡que ya es la nuestra, señores!) nace de la filosofía, y durante siglos estará indisolublemente unida a ella, siendo una parte de ella. Digámoslo en plan poco pedante, pero exacto: la matemática griega era una auténtica *ontología de los objetos matemáticos* y desde entonces la matemática pura permanecerá mucho más próxima a la filosofía que a las ciencias de la naturaleza (¡aún más!).

¡Salud, viejo Tales!

(*) Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y colaborador de la Fundación Orotava

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

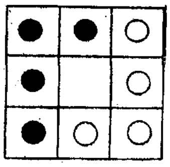
★ Buenos días, señora.
— Buenos días; ¿qué desea?
— ¿Tiene cambio para 100 pesetas?
— Espere que mire en la caja; pues no, lo siento.
— ¿Y para 50 pesetas?
— Pues tampoco.
— ¿Puede entonces cambiarme esta moneda de 25 ptas.?
— Deje que mire, pues tampoco tengo. Realmente no le puedo cambiar tampoco ni una de diez pesetas ni una de 5.
— Bien, ya veo, no tiene Vd. nada suelto.
— Sí, sí; tengo dinero suelto, exactamente 115 pesetas en monedas menores de 100 pesetas, pero no le puedo cambiar nada. Lo siento.
— Adiós.
¿Qué monedas tiene la señora?

•

★ Si hacen falta 20 minutos para asar una chuleta (10 minutos por cara), tenemos que asar 3 chuletas y en la parrilla que vamos a usar sólo caben dos cada vez, ¿cuál es la menor cantidad de tiempo necesario? ¿cómo habremos de actuar para asarlas en ese tiempo?

I Olimpiada Matemática Thales, Andalucía.

Estudia y describe gráficamente los movimientos que te hacen falta para intercambiar los lugares de las fichas, llevando las negras donde están las blancas y viceversa. Hazlo con el menor número de movimientos posible.



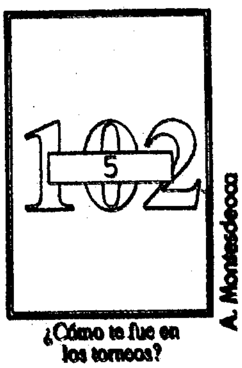
Observa que las fichas negras pueden mover de izquierda a derecha y de arriba abajo, y las blancas de derecha a izquierda y de abajo arriba.

Cada ficha puede ir a una casilla inmediata si está vacía o saltar por encima de otra de distinto color para ocupar una casilla vacía.

Soluciones de la semana anterior

1. ¡No son 9 segundos! Hay ocho espacios entre campana y campana por tanto tarda 1,5 x 8 = 12 segundos.
2. Supongamos que la arista mide 1, su área lateral será 4 x 1 x 1 = 4. Al dilatarse, la arista pasa a medir 1,5 y su área lateral será 9, por tanto aumenta en 5 unidades, lo que representa el 125 %. En lo que se refiere al volumen el aumento será del 237,5 %.
3. La fracción que representa el agua contenida en el depósito es: 5/6.

Jeroglífico



¿Cómo te fue en los torneos?

Solución anterior: En un estanque.

Las matemáticas y lenguaje económico

Concepción González Concepción/ Mª Candelaria Gil Fariña (*)

La universalidad y utilidad de las matemáticas como lenguaje científico y método de razonamiento han labrado por sí mismas, a lo largo de más de veinte siglos de historia, el interés por ellas de otras ramas del saber como las ciencias naturales –en particular la física–, que han caminado conjuntamente durante mucho tiempo con motivaciones comunes; posteriormente las ciencias de la vida, en particular la biología, cuyo desarrollo ha servido de espejo en muchos temas económicos; y, más recientemente, las ciencias sociales, en particular la economía, que si bien es la más joven de las mencionadas, no deja de ser curioso observar que comparte las motivaciones iniciales y orígenes primitivos (contar y medir) de las matemáticas. Esta relación de las matemáticas con el desarrollo del conocimiento humano en general y su universalidad, las convierten en el elemento de unión entre todas las demás ciencias.

Hoy en día parece que podría consensuarse una postura dominante que vendría a resaltar el interés de un lenguaje científico para la economía y el importante papel que tiene la contrastación de teorías y el compromiso social para entender los procesos económicos y poder colaborar en la resolución de los grandes interrogantes económicos que planean en nuestra sociedad.

Puede decirse que desde el siglo pasado –momento en el que se produce una auténtica revolución en el mundo de los economistas comenzando la matemática a invadir los razonamientos económicos– hasta la actualidad, las matemáticas se han convertido, sobre todo en las últimas décadas, en un elemento de ayuda inestimable en las tareas y objetivos de la economía, permitiendo la elaboración de modelos teóricos capaces de explicar relaciones económicas cada vez más complejas. Las matemáticas no sólo han dotado al discurso y a las investigaciones económicas de las características de rigor y generalidad, sino que su solidez teórica ha conferido a la economía el carácter de un programa de investigación progresivo.

Actualmente, la relación entre las teorías matemáticas, y, en general, de la lógica matemática, con la cibernética, las ciencias de la computación, la lingüística estructural ha permitido crear una deseable y positiva colaboración a un nivel teórico y aplicado, que permite situar a las matemáticas más cerca de los no profesionales de éstas. Por un lado se progresa en la consecución de un lenguaje cada vez más 'natural' para comunicar a los usuarios con el ordenador mientras que por otro, la forma de 'operar' de estas máquinas en memoria, en principio de aritmética finita, está cada vez más cercana a lo que es el lenguaje simbólico científico propio de las matemáticas. Las matemáticas, que a lo largo de este siglo han permitido acercar la ciencia a la industria, llegan cada vez más al usuario en general, que, casi sin saberlo, las utiliza continuamente en su trabajo, en sus comunicaciones, en sus decisiones personales y profesionales y en su vida diaria. El progreso en los lenguajes dirigidos a objetos de Internet se presenta, además, como una nueva visión de la programación, del uso de la informática y de las ciencias de la computación.

El hecho de que ciertas ramas de las matemáticas se hayan desarrollado al servicio de la economía hace pensar, por tanto, en unas 'matemáticas sociales'. Hay quienes piensan que si queremos que la humanidad armonice vida y tecnología, ecología y economía, sería más conveniente renunciar a la idea actual de crecimiento económico, que sólo favorece a unos pocos, a favor del crecimiento de la inteligencia colectiva.

Está claro que la ciencia económica como cualquiera otra necesita hoy, al igual que siempre, de un nuevo impulso que aporte nuevos caminos, nuevas ideas. Y en este sentido, quizá, la matemática tiene mucho que enseñar a la ciencia económica (por su experiencia) y esta última mucho que exigir a la primera (por sus nuevos y 'jóvenes' problemas), a raíz de la observación de que la relación entre ambas se basa no tanto en que los resultados concretos que hoy se conocen en matemáticas tengan su análogo o no en la ciencia económica, sino en que la metodología que utiliza la matemática desde sus principios no es fundamentalmente distinta de la que vienen utilizando los economistas teóricos para resolver sus problemas.

El inconveniente principal puede radicar en el empeño de muchos economistas teóricos en resolver sus problemas a base de antiguos principios matemáticos que se desarrollaron paralelamente a las ciencias físicas o de comportamientos estáticos, y muchos de los cuales surgieron en un momento dado para resolver problemas concretos de estas últimas. Sus hipótesis, por tanto, son, a veces, demasiado limitadas y concretas (carentes de parámetros) para explicar a priori determinados procesos sociales y humanos. En los últimos años, la incorporación progresiva de los procesos de innovación y de cambio tecnológico en el cuerpo del análisis económico también colabora para intentar unir las vertientes teórica y empírica, lo que constituye una de las características que viene motivando a los economistas desde finales del siglo XIX.

Algunas de las investigaciones actuales en matemáticas que se muestran más sugerentes para la evolución de la ciencia económica son la programación matemática y la teoría de juegos, la investigación operativa, el análisis numérico y las matemáticas de computación, la teoría de la aproximación de funciones y la modelización de series de datos estocásticos, la matemática borrosa y la matemática cualitativa ..., que ofrecen un fabuloso medio de exploración y modelización de la complejidad de la naturaleza en este tránsito al siglo XXI.

Hoy, al igual que ayer, se nos presenta la tarea de someter constantemente las verdades admitidas a un análisis crítico sin concesiones, estando abiertos siempre a examinar favorablemente las ideas opuestas y a fomentar la investigación que pueda refutar las proposiciones en las que uno cree. No debemos pues transmitir nunca la idea de una ciencia construida sino por construir, en permanente elaboración.

Y desde luego, será más fácil y enriquecedora la investigación en cualquier campo y, en particular, en la economía, si especialistas teóricos de diferentes ramas o ciencias están dispuestos a colaborar en programas conjuntos en los que cada cual aporte sus experiencias, pues la combinación en una sola persona de todas las dimensiones posibles es cada vez más difícil a medida que se producen nuevos avances. Sin duda, las ideas que yacen en torno a las ciencias sociales hacen de la economía el elemento de unión entre las dos grandes culturas del mundo, la científica y la humanística, siendo preciso por nuestra parte una aptitud dirigida más a 'buscar' que a 'poseer'.

(*) Concepción González Concepción y Mª Candelaria Gil Fariña
Departamento de Economía Aplicada. Universidad de La Laguna

Los orígenes de la Matemática en Grecia

¿Qué resultó ser lo difícil: la aritmética o la geometría?: El demonio de los inconmensurables

Mariano Martínez Pérez (*)

Pitágoras, basándose en su principio de que 'todo es número', condujo a sus discípulos, 'los llamados pitagóricos', a hacer una matemática que era, en sentido estricto, una *teoría de los números* (se entiende, de los números naturales, claro, 1, 2, 3, 4...).

Así, los pitagóricos clasificaron a los números naturales en muchos tipos, de los que algunos conservamos hoy: números primos y compuesto, triangulares, cuadrados, cubos, múltiplos y divisores, números perfectos, etc., y descubrieron muchas de sus propiedades verdaderas, algunas francamente complicadas. ¡Todo iba viento en popa: los números se portaban bien y revelaban sus propiedades gentilmente!

Bueno, pero ¿y la geometría? ¡Pues bien, gracias! Para los pitagóricos cada segmento era una *tira de un cierto número de puntos* que eran átomos o minúsculas esferas invisibles, y por lo tanto, ¡también se reducían a números! *cada segmento era en realidad un número*. [illegible] con otros dos segmentos a y b (o 'medir' uno con el otro) bastaba con buscar un tercer segmento o unidad c tal que 'entrase' exactamente, digamos 7 veces en a y 4 veces en b. Entonces los pitagóricos decían que la razón del segmento a al b es, por definición, la razón del 7 al 4. Y todo resultaba fácil, porque estaba claro que siempre había una unidad tal c.

¡O parecía clarísimo que la había! Porque hacia el año 450 a.C. los pitagóricos descubrieron que esto no era así, desgraciadamente: que había parejas de segmentos a y b (¡y, en realidad, muchísimas!) para las que no existía ninguna unidad c que los 'midiese' o 'entrase exactamente' en los dos a la vez (por muy pequeña que fuese c). Por lo tanto, no había ninguna pareja de números como el 7 y el 4 de antes, que permitieran compararlos (ni pequeños ni grandísimos ¡se dice pronto!). Nada, ni pagando.

A estos extrañísimos segmentos los llamaron los griegos inconmensurables, es decir, que no se pueden medir el uno con el otro, y provocaron una [illegible] en la matemática griega cuando ésta era todavía jovencita (sólo tenía un siglo y medio de vida).

Pero ¿por qué era esto tan grave? Pues porque entonces los números *sólo servían para medir algunos segmentos* (y pocos). Para la inmensa mayoría de ellos, los números simplemente no servían para nada, a efectos de su medida exacta. O sea que los números se mostraban *incapaces de dar razón* de la extensión espacial o geométrica, del 'continuo'.

Las consecuencias de todo ésto fueron muy graves para la matemática griega, pero aquí sólo recordaremos una: en adelante, los números tendrían su matemática propia, la aritmética (¡la matemática 'fácil'!) y las figuras y el espacio la suya, *sin medidas numéricas* en absoluto: la *geometría pura*. (¡la matemática realmente 'difícil'!).

(*) Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y colaborador de la [illegible]

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

★ ¿Cuánto tiempo tardaría en contar un millón de pesetas, peseta a peseta, suponiendo que cuente una cada segundo?
Con un millón de pasos, ¿podrá llegar caminando desde Santa Cruz a Candelaria?

•

★ Sean x e y dos números iguales. Será
1º) $x = y$.
Si multiplicamos por x ambos miembros, se tiene:
2º) $x^2 = xy$
3º) $x^2 - y^2 = xy - y^2$
Como el primer miembro es una diferencia de cuadrados y en el segundo podemos sacar factor común a la y que daría:
4º) $(x + y) \cdot (x - y) = y\,(x - y)$
Dividimos por $x - y$, resultando:
5º) $x + y = y$
Pero, por la primera igualdad, podemos escribir x en vez de y:
6º) $x + x = x$, o sea, $2x = x$
Si, finalmente, dividimos por x, se llega al sorprendente resultado:
7º) $2 = 1$
¿Cuál es el paso ilegítimo? Porque tendrá que haber un paso no legal ¿no?

II Olimpiada Matemática Thales, Andalucía

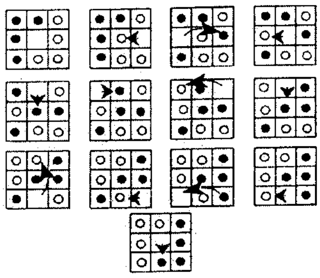
Un cilindro es doble de alto que otro, pero el segundo es una vez y media más ancho que el primero. ¿Cuál tiene mayor volumen?

Soluciones de la semana anterior

1.La señora tiene una moneda de 50 pesetas, una de 25 y 4 de diez pesetas.

2.Con treinta minutos se asan las tres chuletas.

3.



Jeroglífico

10001
10000
I I

A. Montesdeoca

Parece mejor ese

Solución anterior: Vencí a todos.

Unas matemáticas para el siglo XXI

Nácere Hayek

Los pitagóricos redujeron la astronomía y la música a números. El filósofo Platón, dominador del pensamiento griego en el siglo IV a. C., asumió algunas doctrinas pitagóricas, pero fue más allá que éstos, por el hecho de que deseaba no solamente comprender la naturaleza por medio de las matemáticas, sino sustituir la naturaleza misma por las matemáticas. Luego Aristóteles, otro gran filósofo, discípulo de Platón, sostuvo que las matemáticas contribuyeron al estudio de la naturaleza, describiendo propiedades formales tales como la forma y la cantidad. Durante más de dos milenios y siguiendo el proyecto de los griegos, los matemáticos lograron grandes éxitos en el descubrimiento de la naturaleza para conseguir verdades, abriéndose en algunas épocas notables campos de investigación. Primero, con Copérnico y Kepler, que creían que el mundo estaba diseñado por Dios de acuerdo con un simple plan matemático; luego, con Euclides, Arquímedes y Galileo, y más tarde, con Newton, Laplace, Gauss (quien, hace casi dos siglos, sugirió que se dibujase el teorema de Pitágoras en el desierto del Sahara para intentar contactar con alienígenas, por considerar a la matemática el mejor medio universal de comunicación con otros planetas); y muchos otros también colaboraron en grado sumo a la comprensión de grandes misterios. Sin embargo, a finales del siglo XIX, se quebrantó la confianza de los matemáticos en sus razonamientos. Y encontraron algunas demostraciones presuntamente rigurosas que, desde el punto de vista lógico, eran gravemente defectuosas. Pareció haberse infiltrado en las matemáticas un peligroso virus, el de la contradicción (la ley de la contradicción establece que una proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo). Constataron que no siempre se encuentran flores y que existen espinas que se hace preciso cortar. Una teoría que dio lugar a contradicciones, y que abrió los ojos de los matemáticos para evitar otras contradicciones en las más viejas ramas de su ciencia, fue la teoría de los conjuntos infinitos. Se crearon grandes escuelas de matemáticos –la logicista, la intuicionista y la formalista– que trataron de justificar las grietas originadas por aquéllas en los fundamentos. Esta llamada crisis de fundamentos duró algunas décadas hasta que fue sobrepasada y se puede resumir en una historia: A orillas del Rin, un hermoso castillo se había mantenido en pie durante siglos. En los sótanos del castillo, las industriosas arañas que lo habitaban habían construido una tupida red de telarañas. Un día sopló un fuerte viento y destruyó la red. Las arañas se pusieron a trabajar frenéticamente para reparar el daño. Creían que eran sus telarañas las que mantenían en pie el castillo (Morris Kline).

Un importante cambio se produjo en la primera mitad del siglo XX. Para dar mayor amplitud de acción a las aplicaciones de las matemáticas, algunas de sus teorías (principalmente el cálculo de probabilidades) impusieron la eficacia de los resultados aproximados. De esta manera, la matemática clásica (más rígida y para un mundo ideal) se sustituyó por la denominada matemática moderna (más flexible y para un mundo real), diría nuestro ilustre matemático Luis Santaló. Ello contribuyó a que las matemáticas en el último tercio de siglo ya no fuesen las mismas que las de 1930, lo que motivó un crecimiento impresionante de su capacidad productiva, como ya adelantamos al principio de este artículo. Las matemáticas, que ya habían dejado sus señas de identidad, en la creación de importantes teorías físicas, como la electromagnética (Maxwell), la mecánica cuántica (Heisenberg, Schrdinger) y la de la relatividad (Einstein), se adentró plenamente en otras ciencias hasta allí ajenas a su influencia y se ocasionaron progresos impresionantes. Como ejemplos, las aplicaciones matemáticas van desde la exploración petrolífera y minera, modelos de análisis financieros en economía, la tecnología de los discos compactos en ingeniería, información de la propagación de ondas sísmicas en geofísica, a la obtención de técnicas de diagnóstico médico (que reemplazan intervenciones quirúrgicas peligrosas) como tomografía (y su escáner) por resonancia magnética nuclear, la cristalografía de rayos X determinantes de la estructura de las moléculas gigantes de las proteínas o la descripción de redes neuronales (en medicina), réplica genética y teoría de nudos en biología molecular (en biología), interacción entre los organismos y sus ambientes (ecología), la cibernética y, sobre todo, en el avance espectacular de la electrónica y, en particular, del ordenador, que ha transformado nuestro propio medio de pensar y que, sin las matemáticas, hubiese sido absolutamente imposible, su invención y prodigioso desarrollo.

5) La transición al nuevo milenio. Perspectivas futuras.

Es importante reconocer que la naturaleza y la representación matemática de la naturaleza no son una misma cosa, porque las matemáticas representan, en definitiva, una idealización. Continúan siendo, eso sí, el método por excelencia, para la investigación, la representación y el dominio de la naturaleza. Las matemáticas contemporáneas constituyen hoy la base de la ciencia, de la tecnología, del comercio y de la actual teoría de la información.

¿Cómo serán las matemáticas del siglo XXI al que hemos llegado? Tenemos la convicción de que las matemáticas de este siglo habrán de estar más estrechamente unidas que nunca al desarrollo científico y tecnológico. Que en los centros universitarios irán apareciendo, cada vez en mayor grado, unidades interdisciplinarias de investigación con una poderosa presencia matemática; y que, al igual que se acusara fuertemente en los últimos veinticinco años del siglo XX, harán despegar todas las áreas intelectuales del conocimiento, hasta conseguir óptimos logros para la vida humana. Para ello, no sólo la investigación básica, sino también la aplicada, así como la del campo de la educación tendrán que experimentar algunos cambios. ¿Cómo será la enseñanza en el futuro contexto europeo? Esta cuestión se presume que será uno de los retos más interesantes. En cuanto a la investigación aplicada, ¿continuará siendo una verdadera incógnita, no sólo para los estudiantes, sino para los futuros investigadores? ¿Se crearán nuevas perspectivas en las universidades? ¿Cómo debería ser el modelo de la investigación realmente aplicada? Es sabido que España ha progresado de manera esencial en los últimos años, en cuanto a la investigación; pero es evidente que se requerirán nuevos modos y planificaciones por parte de las facultades, incluida la nuestra.

Y una última reflexión. Es evidente que las cosas han cambiado de manera extraordinaria en los últimos cincuenta años. Y una de ellas es la tradicional imagen que tenía el ciudadano, del profesor de matemáticas que, según la leyenda, era un distraído. Aparecía normalmente en público y, hubiese o no sol, con un paraguas perdido en cada mano. Prefería encararse con la pizarra y dar la espalda a la clase: escribe a, dice b, quiere decir c, pero tendría que ser d. Algunas de esas frases pasaron de generación en generación. Hoy es difícil encontrar un profesor de esa naturaleza. Un matemático ya no es un ejemplar raro, sino más bien una pieza más en el engranaje del quehacer cotidiano de la humanidad.

Nácere Hayek es presidente de Honor del Comité Canario de Matemáticas para el año 2000.

Los orígenes de la Matemática en Grecia

¿Cómo y cuándo nació (Pi)?: Hipócrates de Quíos

Mariano Martínez Pérez (*)

¿Cuándo apareció por primera vez en la matemática el famosísimo y misterioso número (Pi)?

Pues tenemos la suerte de saberlo con bastante precisión (cosa rara). Unos cien años antes de que naciera Euclides, hacia el 440 a.E., y lo descubrió un geómetra griego llamado Hipócrates de Quíos (no confundir con el famoso médico del mismo nombre, pero de la isla de Cos), mercader y navegante arruinado que se consoló dedicándose tardíamente a la filosofía y la matemática, según la tradición. Hipócrates consiguió unos resultados realmente bellísimos calculando el área (exacta, por supuesto) de las primeras *figuras curvilíneas* de la historia de la matemática, las llamadas *lúnulas* o superficies planas limitadas por dos arcos de dos circunferencias. Hipócrates "cuadró" unas cuantas de esas lúnulas, no todas, pero todo parecía indicar que el goloso problema de *la cuadratura del círculo* estaba al alcance de la mano. ¡Desgraciadamente esto último era sólo una ilusión!

Como decimos, estos resultados son magníficos, pero no vamos a hablar aquí de ellos exactamente, sino de algo previo. ¿En qué se basa Hipócrates para cuadrar las lúnulas? Pues utiliza dos cosas solamente; la primera es el veterano Teorema de Pitágoras, ya bien conocido. Pero la segunda parece ser completamente original de Hipócrates. En aquel momento se trataba de lo que hoy llamaríamos una *conjetura*, puesto que Hipócrates no podría haberla demostrado, pero que sí la demostraría, casi cien años más tarde, Eudoxo, el discípulo de Platón. Nos transmite la demostración Euclides en los teoremas uno y dos del Libro XII (¡hay que ir y leerla, ya lo saben!).

Se trata del llamado *Teorema de Hipócrates*, que nos dice: "La razón del área de un círculo al cuadrado de su radio, es la misma para todos los círculos". Esta razón es, pues, una constante universal para todos los círculos posibles (¡y hay unos cuantos!).

A esa constante universal se la llamará mucho más tarde (Pi), nuestro conocido y omnipresente número (Pi) (¡bueno, no crean, en realidad no es un número como Dios manda!) que aparece aquí y allá en la matemática.

Dos siglos más tarde, Arquímedes demostrará que esa mismísima constante universal π resulta dividiendo la longitud de una circunferencia cualquiera por su diámetro; de nuevo, ¡para cualquier circunferencia!

¡Misterioso y fascinante (Pi), que sabemos cómo empieza, 3,1415926535, pero no cómo acaba, porque sencillamente no acaba nunca, castigo de nuestra edad escolar!

(*) Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y colaborador de la Fundación Orotava.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

* Un señor entra en una librería. Compra un libro que vale 700 pesetas. Le da 1.000 pesetas al librero y, como no tiene cambio, se acerca a un comercio que está al lado. Regresa, le devuelve 300 pesetas al señor y éste se va. Al cabo de un rato, viene a la librería el comerciante de al lado para decirle al librero que le había dado un billete de 1.000 pesetas falso. El librero lo comprueba y le da un billete auténtico. Tras esta operación última, ¿cuánto dinero perdió el librero?

•

* Los siguientes números se han obtenido por cierto procedimiento que Vd. debe descubrir y poder así rellenar el hueco que se han dejado vacío: 1; 2; 6; 24; 120; 720; 5040; 4032.

II Olimpiada Matemática Thales, Andalucía

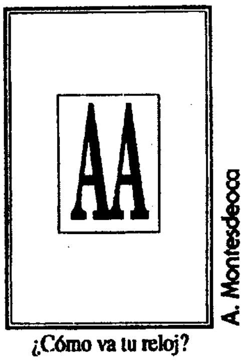
Sobre un grupo formado por 320 personas, hay: 15 que practican fútbol, atletismo y baloncesto; 23 que practican fútbol y baloncesto; 36 que practican atletismo y baloncesto; 28 que practican atletismo y fútbol; 64 que practican baloncesto; 61 que practican fútbol y 75 que practican atletismo. ¿Cuántos no practican ningún deporte?

Soluciones de la semana anterior

1. El millón tardará más de 11 días en contarlo y ello sin parar. Con un millón de pasos, suponiendo que cada uno mida 0,6 metros. Podrá recorrer 600 km.
2. El quinto. No se puede dividir por cero.
3. El volumen del segundo cilindro es 1.125 veces el del primero.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



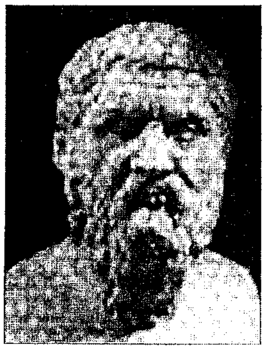
¿Cómo va tu reloj?

Solución anterior: Más caro si es.

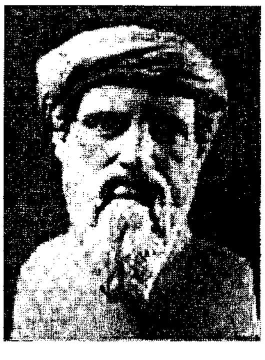
La gran pregunta: ¿Por qué sigue el universo una ley matemática?

Ángel Plaza (*)

Entre las preguntas científicas no respondidas, cómo qué es la conciencia o cómo comenzó la vida, está la más misteriosa de todas: ¿Por qué parece que el universo sigue las leyes matemáticas? De acuerdo con la teoría del Big Bang, materia, energía, espacio y tiempo fueron creados en una primigenia explosión. De repente, instantáneamente, todo empezó a desdoblarse siguiendo un plan matemático. Pero, ¿de dónde vienen las matemáticas? ¿Cuál es el origen de los números y de las relaciones o leyes que obedecen? Para los antiguos seguidores del griego Pitágoras, los números eran los elementos básicos del universo. Desde entonces, los científicos han abrazado una especie de creacionismo matemático: Dios es un gran matemático que declaró, antes de decir "ihágase la luz!", "iháganse los números!". Normalmente los científicos usan la noción de Dios de forma metafórica. Pero, últimamente, la mayoría de ellos, al menos de forma tácita, parecen abrazar la filosofía de Platón, quien propuso que los números y las leyes matemáticas eran entes ideales, con existencia fuera del espacio y del tiempo en una realidad más allá de lo alcanzable por la humanidad.



Platón.



Pitágoras.

Puesto que el único objeto de la ciencia es describir el universo sin invocar lo sobrenatural, el fallo de explicar racionalmente la "irracional efectividad de las matemáticas", como dijo una vez el físico Eugene Wigner, es una especie de escándalo, un enorme agujero en el entendimiento humano. Es relativamente fácil para los matemáticos caer en una especie de platonismo: las ideas matemáticas son entendidas como entes ideales con vida propia por encima del universo material. Como dice Oskar Becker en *Magnitudes y límites del pensamiento matemático*, "el pensamiento fundamental pitagórico de que la naturaleza de las cosas hay que reducirla al 'número', 'a las leyes determinables numéricamente', se transforma en el pensamiento de que las leyes de las cosas existentes concuerdan con la simetría interna o armonía de las leyes numéricas. Así se tiende un amplio puente desde los pitagóricos y el Platón pitagorizante hasta la investigación actual".

Con las matemáticas estamos en un nivel de inteligibilidad peculiar. Los conceptos matemáticos dejan de lado los aspectos experimentales y significan estructuras cuantitativas en abstracto, algunas de las cuales existen o pueden existir en la materia sensible, mientras que otras son entes de razón que resultan de nuestro modo de conocer. Esas estructuras (figuras geométricas y números) se conciben al margen de toda cualidad sensible (un círculo para el matemático no tiene color, peso, resistencia) y por eso, en cuanto tales, no se puede experimentar con ellas: la mente humana las contempla en su propia inteligibilidad, las construye con libertad, bajo la única exigencia de la no-contradicción (Hoenen).

La matemática estudia la cantidad abstracta, sea realizable en el mundo o sea tan sólo un ente de razón (Colerus). Las matemáticas, que estudian la cantidad de forma abstracta, es decir, prescindiendo de su realización concreta en los seres materiales, y la física experimental, que estudia la realidad material con la ayuda de los conceptos cuantitativos, con ayuda de las matemáticas. La cantidad es el primer accidente, o propiedad, del ente corpóreo, derivado de su materialidad. Todo cuerpo tiene cantidad. La cantidad acompaña necesariamente a la substancia material y la determina de modo intrínseco.

Mientras que el conocimiento científico es tentativo y sujeto a constante revisión, las matemáticas son vistas como eternas. Chaitin escribió en *Los límites de las matemáticas* que "la idea corriente de la matemática pura es que los matemáticos son una especie de línea directa con los pensamientos divinos, con la verdad absoluta". Pero Chaitin hizo una llamada a sus colegas a abandonar el platonismo matemático y adoptar el punto de vista 'quasi-empírico' que trata a las matemáticas sólo como otra ciencia experimental confusa. "Quasi-empírico", decía, "significa que las matemáticas no se diferencian de la física". Este punto de vista es explicado con detalle en la edición revisada de *Nuevas tendencias en la filosofía de las matemáticas*, editada por Thomas Tymoczco (Princeton University Press, 1998).

Y así, poco a poco, se construye el edificio de las matemáticas. "Las matemáticas son más gloriosas porque son una construcción humana", dijo recientemente Lakoff en una entrevista. Eso no significa que las matemáticas sean algo relativo y totalmente arbitrario. Incluso las elaboraciones menos matemáticas son comprobadas en el Universo material. Dentro de las creaciones matemáticas, los científicos se quedan con aquellas que les ayudan para predecir o explicar el universo. Los matemáticos las saborean como un fin en sí mismas, como una obra de arte, un cuadro o una sinfonía.

Sin embargo, la pregunta inicial sigue estando en pie como un desafío a la mente humana: ¿Por qué el orden y no el caos?

(*) **Ángel Plaza es profesor titular de la ULPGC**

Los orígenes de la Matemática en Grecia

Los tres problemas geométricos imposibles de resolver

Mariano Martínez Pérez (*)

Los geómetras griegos aceptaron muy pronto dos tipos de figuras como las absolutamente *básicas* para su geometría (aparte de los puntos): las rectas y las circunferencias. Y, en principio, el ideal deseable era resolver todos los problemas o 'construcciones geométricas' utilizando esas dos figuras nada más. Muy bien, pero ¿en qué se basaba esta exigencia tan estricta? Pues en los dos sencillos hechos siguientes:

— Por dos puntos distintos pasa una recta y sólo una.

— Dado un punto cualquiera como centro, hay una circunferencia. Y sólo una con ese centro y que pasa por otro punto cualquiera dado. Es decir, lo que los matemáticos llaman condiciones de *existencia y unicidad*, lo mejor de lo mejor.

Como lo que se usa para trazar una recta por dos puntos es una regla (¡todo lo larga que haga falta, eso sí!) y para trazar una circunferencia un compás, de ahí el decir que toda construcción geométrica debía hacerse *con regla y compás*.

Bueno, muy bien, además es bonito y elegante, ¿qué más se puede pedir? Pues va a haber lío, ya lo verán.

Los griegos se plantearon, entre otros muchos, tres problemas de construcciones (hoy llamados los tres problemas clásicos) aparentemente muy sencillos e inocentes, pero que se resistieron a todos los intentos de resolverlos. ¿Qué es lo que ocurría?, ¿acaso los grandes geómetras griegos no eran lo bastante inteligentes para resolverlos? No, qué va; lo que ocurría es que eran, a pesar de todo, demasiado difíciles, porque, como se demostró, pero muchos siglos más tarde, sencillamente eran *imposibles de resolver* con regla y compás. ¡Se buscaba algo, una construcción, que en realidad no existía! Demasiado difícil encontrar lo que no existe.

Los tres famosos problemas eran:

a) Duplicar un cubo: dada la arista a de un cubo, construir la arista x de otro cubo de volumen doble que el primero, es decir tal que $x^3 = 2a^2$.

b) Dividir un ángulo cualquiera en tres partes iguales. (En dos o cuatro partes es trivial, con ayuda de la bisectriz; ¿por qué no en tres?

c) (Y el más difícil de los tres): Dado un círculo de radio r, construir el lado a de un cuadrado que tenga área igual al círculo, es decir, tal que $a^2 = pi$ $(3{,}1416)\ r^2$.

No parecen tan difíciles ¿verdad? Bueno, pues docenas y docenas de buenos matemáticos no consiguieron resolverlos en más de 2.000 años. Al final se demostraría con todo rigor su *imposibilidad*.

Cualquier demostración matemática de imposibilidad es impresionante y parece casi milagrosa. ¡Es que, de golpe, se demuestra una verdadera *infinitud* de imposibilidades: no se puede hacer ni en 10 pasos ni en un trillón de trillones de ellos, ni en un trillón elevado a un trillón de pasos, ni en muchísimos más (un paso sería aquí trazar una recta o una circunferencia)! Lo dicho, un auténtico milagro. Piénselo un poco, por favor.

(*) Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y colaborador de la Fundación Orotava.

LA PROVINCIA
Diario de Las Palmas

Lunes, 17 de abril de 2000

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

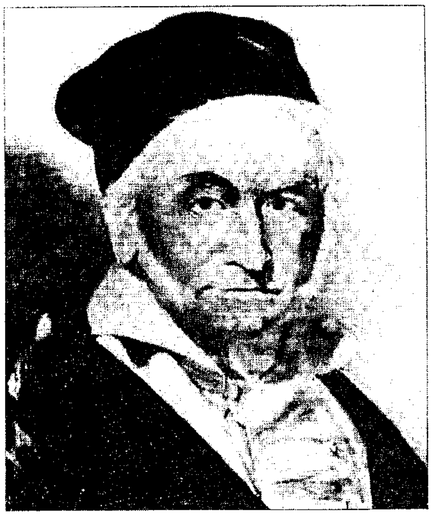
Números primos: la lista interminable

Luis González Sánchez (*)

Se ha elegido el presente año 2000 como año mundial de las Matemáticas. Desde luego es un " número redondo". Pero a los matemáticos nos resulta mucho más interesante el número 1999. Podemos decir que hoy estamos en el año . Pero no podemos decir nada parecido respecto del año pasado: no es posible escribir el número 1999 como producto de dos números más pequeños que él. Por eso decimos que 1999 es un número primo mientras que 2000 es un número compuesto (no primo). Así, por ejemplo, los números 2, 7 y 13 son primos, mientras que los números son compuestos.

De manera más precisa, un número mayor que se dice primo si sólo es divisible por él mismo y por la unidad. Obviamente, todos los números primos, con la única excepción del 2, son impares y ésta es la lista de los veinticinco primeros (los primos menores que 100):

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97



Carl Friedrich Gauss.

La rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números 1, 2, 3, 4, 5,... (denominados números naturales) se denomina Aritmética Superior o Teoría de Números. La moderna Teoría de Números nace como disciplina científica independiente con la obra ' Disquisitiones Arithmeticae' escrita en 1801 por el matemático alemán Carl Friedrich Gauss. Fue el propio Gauss (quizás el mejor matemático de todos los tiempos) quien afirmó que " La Matemática es la reina de las ciencias y la Teoría de Números es la reina de las Matemáticas".

El resultado básico de la Teoría de Números (conocido como Teorema Fundamental de la Aritmética) afirma que cualquier número compuesto puede escribirse (de una única manera) como producto de números primos.

Por ejemplo:

2000 = 2 X 2X 2X 2X 5 X 5 X 5 = 2^4X 5^3

Los números primos son, por tanto, los cimientos sobre los que se construye todo el edificio de la Aritmética, razón por la cual constituyen el objeto central de su estudio. Recurriendo a un símil químico, el Teorema Fundamental de la Aritmética afirma que los números primos son las partes indivisibles (átomos) de las que se componen los números naturales (moléculas). Entonces, la primera cuestión que se nos plantea es si la lista anterior de números primos: 2, 3, 5,... tiene o no tiene fin. La respuesta a esta pregunta es que la secuencia de primos es ilimitada (Existen infinitos números primos), y la primera prueba de esta afirmación (aportada por Euclides hace unos 2300 años) constituye un ejemplo clásico de brevedad y elegancia matemática. Mientras que los químicos disponen sólo de algo más de un centenar de elementos en su Tabla Periódica, los matemáticos deben entendérselas con una lista interminable de números primos. Finalizamos proponiendo al lector un ejercicio entretenido (¡¡¡interminable!!!) en relación con la lista interminable de los números primos. Se disponen en una primera fila los números primos, en la segunda fila las diferencias entre ellos, en la tercera las diferencias entre los números de la segunda, y así sucesivamente:

2 3 5 7 11 13 17...
1 2 2 4 2 4...
1 0 2 2 2...
1 2 0 0...
1 2 0...
1 2...
1...

Pues bien, como se observa, todas las filas (salvo la primera) empiezan por 1. Esta curiosa propiedad es una de las muchas cuestiones sobre números primos que, a pesar de su aparente sencillez, aún no ha podido ser demostrada.

(*) Luis González Sánchez es profesor del departamento de Matemáticas de la ULPGC.

Diviértete y aprende

⋆ Un príncipe fue condenado a pasar el resto de sus días en un cuadrado de tierra lejos de la civilización. Para que no pudiera escapar, cavaron una fosa a su alrededor de 3 metros de ancho, y que era tan profunda que no se oían las piedras al llegar al fondo. La Princesa Valiente, que amaba al príncipe, corrió a rescatarlo. Pero cuando llegó tan sólo encontró dos tablones de 2,9 metros de largo cada uno. ¿Podrá la princesa rescatar al príncipe?.

•

⋆ Una guagua sale a las 9 en punto de Los Cristianos a Santa Cruz a 100 Km/h. Otra sale de Santa Cruz a Los Cristianos también a las 9 horas pero sale a 50 Km. por hora. Cuando las guaguas se cruzan, ¿Cuál está más cerca de Santa Cruz?.

IV Olimpiada Matemática Castellón

Para una merienda con dos mesas de comensales se han comprado las siguientes botellas de un determinado refresco: 4 botellas de un litro, 5 botellas de 3/4 litro, 6 botellas de 1/2 y 5 botellas de 1/4 de litro. Se quiere repartir entre las dos mesas de modo que a cada una de ellas le corresponda igual número de botellas e igual cantidad de refresco. ¿Cómo se hará?

Soluciones de la semana anterior

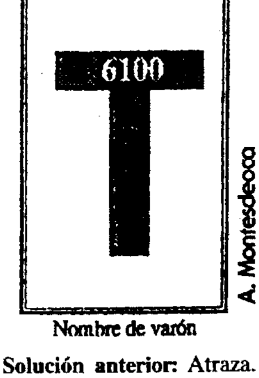
1. El librero perdió 600 pesetas y un libro de 700 pesetas.

2. ¡Factorial!. El cero.

3. Diagrama de Venn. 102.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



Nombre de varón

Solución anterior: Atraza.

El 153 de la pesca milagrosa

En la Biblia se utiliza un conjunto bastante amplio de números y, como es sabido, éstos han producido cierta fascinación desde tiempos muy remotos. Hay quien piensa que si Dios escogió alguna cifra determinada en sus decisiones fue por algo nunca gratuitamente.

Pero una de las cifras a las que resultaba difícil encontrarle explicación es la que figura en el evangelio de San Juan, capítulo XXI, versículo 11, en el que se dice, textualmente: "Subió al barco Simón Pedro y sacó a tierra la red, llena de ciento cincuenta y tres peces grandes. Y en medio de ser tantos no se rompió la red". Es la famosa pesca milagrosa en el lago Tiberiades. Pero ¿por qué 153? Los numerólogos han estado muy confundidos con la elección de este número.

'Menos mal' que recientemente se ha llegado a la conclusión de que por aquella época sólo se conocían 17 especies de pescados y resulta que $1+2+3+...+16+17=153$. ¿Fue ésa la razón por la que Cristo eligió el número 153?

Colomarde y su plan de 1825

El ministro Francisco Tadeo Colomarde promulgó en 1825 el Plan y Reglamento general de Escuelas de primera educación (16 de febrero). En su preámbulo indica que la primera enseñana es la más útil y necesaria con el objeto de proporcionar: "...la doctrina indispensable para que (los niños) sean buenos cristianos y vasallos aplicados y útiles en las diversas ocupaciones y ministerios de la vida civil y religiosa". En este plan se indica la conveniencia de crear una escuela en todos los pueblos de más de 50 vecinos y en los de menos se permite que la enseñanza se confíe a "...algún eclesiástico o sirviente de la Iglesia o a cualquier vecino honrado que sepa bien la doctrina cristiana, leer, escribir y contar".

Las Matemáticas durante la dominación romana

José L. Montesinos (*)

Desde nuestra actual visión de las cosas, puede sorprender la total ausencia de grandes matemáticos en la civilización romana, más aún, si pensamos en las grandes construcciones del imperio romano: puentes, acueductos, carreteras, que todavía hoy se conservan. Los historiadores de las matemáticas para explicar esta carencia suelen recurrir a una frase de Cicerón (106-43 a.C.), el brillante abogado y orador latino, que en su libro Tusculanae Disputatione dice:

"En la sociedad griega, la geometría era tenida en gran consideración y nada era más ilustre que el cultivo de la matemática. Para nosotros, sin embargo, este arte está limitado a la utilidad de medir y calcular".

Esta frase es interpretada por algunos como la expresión del desprecio que los intelectuales romanos sentían por la teoría. Otros, sin embargo, ven en este pensamiento una consideración nostálgica de algo que se había perdido. Roma dio competentes juristas, ingenieros y arquitectos, pero no produjo matemáticos ni filósofos. Este desapego por las disciplinas teóricas del saber interesándose sólo por el cultivo de las facetas prácticas del conocimiento al servicio de la vida, parecen mostrar por un lado, que se pueden hacer magníficos puentes sin saber matemática teórica, y por otro, que cada sociedad, cada cultura, determina una relación con las matemáticas, con lo numérico y lo espacial, acorde con su propia visión del mundo.

Pero ¿qué se explicaba en las escuelas romanas? La educación descansaba sobre la noción fundamental del respeto a la costumbre ancestral; el elemento intelectual se desarrollará por influencia griega, pero en general el joven romano aprende lo que debe saber un propietario rural, y en primer lugar, agronomía. Aprende también oratoria, y el derecho público y privado. La numeración romana no se prestaba a la creación de algoritmos de fácil aprendizaje como los que se enseñan a nuestros niños con la numeración decimal; y así, las operaciones elementales con números se realizaban con la ayuda del ábaco, siendo un conocimiento de especialistas.

En todo caso, Quintiliano (35-96 d.C.), maestro y educador romano, nacido en Hispania, decía en su Instituto Oratoria que según la opinión común la geometría era apreciada no sólo para medir terrenos sino también por lo que servía para el adiestramiento al orden y al buen razonar.

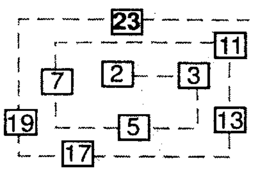
(*) José Luis Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Números primos: orden en el caos

Luis González Sánchez (*)

El objeto central de la Aritmética lo constituye el estudio de los números primos, es decir, los números como 2, 3, 5, 7, 11, que no pueden escribirse como producto de otros números naturales más pequeños. Por el contrario, los números tales como pueden descomponerse en producto de primos, razón por la cual se les llama números compuestos.



Una de las características más conocidas de la Aritmética es el contraste entre la sencillez de muchos de sus enunciados y la dificultad que entraña el probarlos. No es de extrañar, por tanto, que la Teoría de Números y, particularmente la Teoría de Números Primos, esté plagada de conjeturas, esto es, de resultados que se creen ciertos, pero cuya validez no ha podido ser ni demostrada ni refutada. Citamos a continuación tres de los muchos "misterios" (conjeturas) relativos a números primos:

(1) Existe una lista interminable de parejas de primos gemelos, esto es, pares de números primos que se diferencian en dos unidades, como por ejemplo:

(3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31),..., (1997,1999),...

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
11 12 13 14 15
... ...

(2) Cada fila (salvo la primera) del siguiente "triángulo infinito":

contiene al menos un número primo (¡compruébese para las diez primeras filas!).

(3) Cada fila de cada uno de los siguientes cuadrados:

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{matrix}\ ;\quad \begin{matrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{matrix}\ ;\quad \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 5 & 6 & 7 & 8\\ 9 & 10 & 11 & 12\\ 13 & 14 & 15 & 16\end{matrix}\ ;\quad \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10\\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15\\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20\\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25\end{matrix}\ ;\ \ldots$$

contiene al menos un número primo (¡compruébese para los diez primeros cuadrados!).

Éstas y otras muchas cuestiones aritméticas sin respuesta conocida llevaron a escribir al matemático alemán D. Zagier que "Al contemplar los números primos, uno tiene la impresión de hallarse en presencia de uno de los secretos inexplicables de la Creación". Sin duda, uno de los mayores misterios de la Teoría de Números Primos es el de su distribución, es decir, la forma en que los números primos ocupan sus posiciones en la serie de los números naturales 1, 2, 3, 4, 5,...

Pensemos que estamos recorriendo un inmenso desierto (no el del Sahara, sino el desierto de los números naturales) con infinitos oasis (números primos). Al pasar por cada oasis (número primo) necesitamos saber, para aprovisionarnos del agua suficiente, qué distancia hay hasta el siguiente oasis (número primo). Por un lado, la conjetura de los primos gemelos nos dice que esta distancia será, en infinidad de ocasiones, mínima (digamos 2 kms., y con una cantimplora es más que suficiente). Pero, por otra parte, es también cierto que la distancia de un oasis (número primo) al siguiente, puede ser arbitrariamente grande (habría que llenar "muchísimas" cantimploras). Por ejemplo, ninguno de los diez mil números consecutivos:

(2x3x...x10001)+2;

(2x3x...x10001)+3;......;(2x3x...x10001)+10001 es primo: ¡10.000 kms. de desierto sin pasar por un oasis! En resumen, la distancia de un número primo (oasis) al siguiente es, en infinidad de ocasiones, mínima (caso de los primos gemelos) pero, también en infinidad de ocasiones, esta distancia es enorme (tan grande como se desee). Esta es la caprichosa manera en que los oasis de los números primos se distribuyen en el desierto de los números naturales.

Pero, ¿es posible encontrar algún orden en esta caótica distribución? Contemplando los números primos globalmente, se observa que cada vez son más escasos (aunque nunca se acaban). A medida que avanzamos en nuestro paseo por el desierto, la proporción de oasis por kilómetros recorridos es cada vez menor. A la edad de 14 años, el alemán Carl Friedrich Gauss (quizás el mejor matemático de todos los tiempos) fue capaz de reconocer el patrón que rige esta proporción. Gauss descubrió que el **porcentaje de primos inferiores a un número dado guarda una estrecha** relación con uno de los números más famosos de la Matemática: el número. El número (cuyo valor aproximado es 2,718) aparece, como por arte de magia, en los lugares más insospechados de la Matemática; esta vez marcando el son al que se mueven los números primos.

El resultado obtenido por Gauss se conoce como Teorema del Número Primo y constituye uno de los mejores ejemplos en Matemáticas de cómo encontrar orden en el caos. Quedan muchas cuestiones por aclarar acerca de esta misteriosa distribución de los números primos. Citemos únicamente que uno de estos problemas, denominado la Hipótesis de Riemann, es hoy la conjetura más importante de todas las matemáticas.

Carl Friedrich Gauss.

(*) Luis González Sánchez es profesor del departamento de Matemáticas de la ULPGC.

Las matemáticas en China (1)

Ana Delgado Marante (*)

Los inicios de la civilización china transcurren paralelos a los de las demás grandes civilizaciones de la antigüedad (hindú, mesopotámica y egipcia) aunque la tradición de este pueblo hace comenzar su historia en un tiempo impreciso, en el que gobernaron un grupo de sabios, los Emperadores Míticos. Entre ellos, Yu el Grande, funda la, también mítica, primera dinastía, la de los Hsia, la cual permanecería en el poder aproximadamente entre los siglos XX y XVI a.n.e. De este emperador se dice que viajó por todo su reino después de unas inundaciones, portando en la mano izquierda una plomada y en la derecha un compás y un gnomon (especie de cartabón). Alusiones a estos y otros recursos matemáticos que tienen que ver con una incipiente geometría y aritmética se repiten en textos sobre la antigua China. Sin embargo, los primeros documentos matemáticos que han llegado hasta nuestros días podríamos situarlos en el 300 y 250 a.n.e. y son el Zhoubi Suanjing (El clásico de la aritmética del gnomon y de los caminos circulares del cielo) y el Jiuzhang Suanshu, JZSS (Los nueve capítulos sobre el arte matemático). El JZSS ha sido para las matemáticas chinas lo que Los Elementos de Euclides para las matemáticas occidentales. Marcó el modelo a seguir en la manera de enfocar los problemas, en la forma de exposición matemática, en el vocabulario, en la clasificación en nueve tipos, ... Referencia obligada de todo matemático posterior, enriqueció sus páginas con comentarios acumulados durante 21 siglos.

En la base de los desarrollos matemáticos del JZSS, o mejor aún, en la de todas las matemáticas chinas, aparece un instrumento, las "varillas de contar", unos palitos con los que representaban los números al colocarlos sobre una superficie plana. Las varillas de contar se esconden en cuestiones tan interesantes como:

1) El manejo de un sistema numérico posicional y decimal con nueve símbolos del que hay evidencias en el s. II a.n.e. El cero, en principio, un espacio vacío en el tablero, figura ya como grafismo en documentos del s. VIII.

2) La utilización de números negativos. Los encontramos por primera vez en la historia de las matemáticas, en los cálculos para resolver algunos problemas del JZSS.

3) El "método fang cheng", para resolver sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas, utilizado ya en el JZSS y que es, en esencia, nuestro método de Gauss del s. XIX.

4) El álgebra del s. XIII. Resolución de ecuaciones polinómicas de grado mayor que 3, congruencias simultáneas, nuevas formas de resolver sistemas de ecuaciones, sumas de series y problemas de interpolación, forman un conjunto de trabajos con los que las matemáticas chinas alcanzan su más alto nivel. Desarrollos excelentes donde se utilizan recursos y algoritmos que aparecerán varios siglos después en Europa como, por ejemplo, el método de Horner o el triángulo de Pascal.

(*) Ana Delgado Marante es Profesora de Matemáticas y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Diviértete y aprende

★ Las páginas de un libro empiezan a numerarse a partir del 1. Después viene la página 2, luego la 3, y así sucesivamente. Al terminar de paginar se han utilizado 2.989 dígitos. Cuántas páginas tiene el libro?

•

★ En una balanza de platillos se tiene: en un platillo una barra de jabón. En el otro 3/4 partes de una barra y una pesa de 3/4 kg. La balanza está equilibrada. ¿Cuánto pesa la barra de jabón completa?

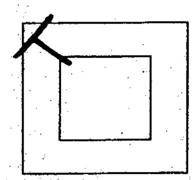
I Olimpiada Matemática 'Thales'. Andalucía.

Una familia tiene tres hijos. Reciben la noticia de que va a visitar su casa un amigo que hace mucho tiempo partió de la ciudad donde viven. La casa tiene un jardín y el mayor de los hermanos corta el césped en tres horas. El segundo tarda cuatro horas y el pequeño lo efectúa en seis horas.

Son las tres de la tarde y el amigo tiene prevista la llegada a las cinco. ¿Crees que el césped se habrá cortado cuando llegue el amigo si los tres hermanos deciden cortarlo juntos? ¿A qué hora terminarán?

Soluciones de la semana anterior

1.

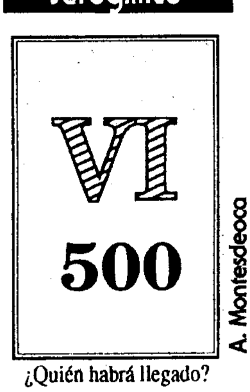


2. Lógico, a la misma distancia.

3. Dos lotes de 10 botellas que contengan un total de 6 litros.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Quién habrá llegado?

Solución anterior: Vicente.

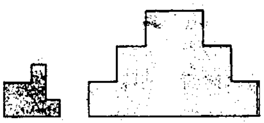
2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

★ Una persona mide 1,75 m. de estatura. Supongamos que recorre la línea del ecuador de la Tierra. Es evidente que su cabeza recorrerá más metros que sus pies. Si en vez de recorrer el ecuador de la Tierra recorre el ecuador de la Luna, la situación se repite: sus pies recorren menos metros que su cabeza. La pregunta que se debe responder es: el número de metros de más que recorre la cabeza, ¿es mayor en la Tierra que en la Luna? ¿Por qué?

•

★ Encaja seis figuras como la de la izquierda para formar la de la derecha.



I Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

Un viajante cobra 1.200 ptas. diarias y el 2,5 % sobre el valor de las ventas. Al cabo de 18 días recibe 42.200 ptas. Calcular el importe de las ventas.

Soluciones de la semana anterior

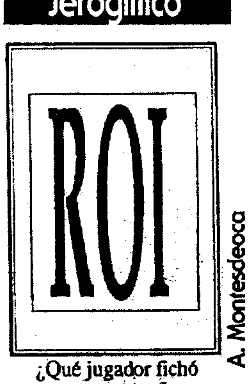
1.El libro tiene 1.024 páginas.

2.Se trata de una buena barra de jabón de 3 kg.

3.Tardan en cortar todo el césped una hora y veinte minutos. Terminarán a las 4 horas y 20 minutos.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Qué jugador fichó ese equipo?

Solución anterior: Estará ya David.

Agustín de Betancourt y Molina (1758-1824): un canario en los inicios de la ingeniería moderna en Europa

Antonio Marcé

Las ideas de modernidad y de progreso que la ilustración supuso para toda Europa se encarnan, en lo que se refiere a la ingeniería, en el canario Agustín de Betancourt y Molina. La gigantesca figura de nuestro protagonista, que extendió su actividad a todas las ramas de la técnica de entonces, representa el inicio de la ingeniería moderna en Europa.

Agustín de Betancourt y Molina.

De Puerto de la Cruz a San Petersburgo

Betancourt nació el 1 de febrero de 1758 en Puerto de la Cruz en el seno de una familia acomodada y culta de Tenerife. El padre participó en la tertulia de Nava (que nace en 1765) junto a José de Viera y Clavijo, Tomás de Nava y Grimón, Lope Antonio de la Guerra y otros ilustrados, y también en la Sociedad de Amigos del País de Tenerife (fundada en 1777), a la que con frecuencia presentaba proyectos e ideas de mejora de la actividad económica. El propio Agustín colaboró mucho con la Economía.

Hasta los veinte años reside en Tenerife, donde recibe una educación propia de la Ilustración, que fomenta la poderosa inventiva y la natural inclinación por las ciencias experimentales que desde pequeño poseía Agustín de Betancourt. En 1778 se traslada a Madrid y al año siguiente, en los Reales Estudios de San Isidro inicia su educación superior cursando álgebra, geometría y trigonometría. Más tarde estudia análisis matemáticos, cálculo diferencial e integral, teoría de las curvas y mecánica analítica. Luego consiguió una pensión para completar su formación en París. En la capital de Francia realiza sus estudios en la École des Ponts et Chaussées y entra en contacto con figuras científicas de la talla del matemático Gaspar Monge (1746-1818), creador de la geometría descriptiva e impulsor de la Escuela Politécnica en la Francia de la Revolución.

Al principio de 1808 viaja a Rusia y poco después contempla la invasión napoleónica de España, el inicio de la Guerra de la Independencia y el cierre de su Escuela de Caminos. Estas adversas circunstancias le llevaron a cerrar un trato con el zar Alejandro I y ponerse a su servicio. De esta forma, a los cincuenta años de edad inicia una nueva etapa en su vida, aunque su idea, al menos al principio, era volver a España cuando la situación se normalizara.

Ingeniero de todas las especialidades

La obra de Agustín de Betancourt abarca todas las especialidades de la ingeniería: canales, caminos, puertos, puentes...

Una de sus últimas obras fue la fábrica de papel moneda en San Petersburgo, donde se ocupó del diseño de los billetes, de la construcción del edificio, de la fabricación de papel, de la impresión...

En Francia toma contacto con las técnicas propias de la hidráulica y diseña numerosas máquinas, algunas de su propia inventiva y otras que son copia. En su primer viaje a Inglaterra, en 1788, logra averiguar el funcionamiento de la máquina de vapor de Watt y el de un telar, que los ingleses tratan de ocultarle.

Fundador de la Escuela de Ingenieros

Desde su primer contacto con la ingeniería francesa, Betancourt expone su idea de que en España había que crear una Escuela de Puentes y Calzadas similar a la francesa, así como un Cuerpo de Ingenieros al servicios del Estado. Su propuesta la reitera una y otra vez, hasta que en 1802 se fundan los 'Estudios de la Inspección General', lo que poco más tarde, en 1803, se convertiría en la Escuela de Caminos y Canales. Agustín de Betancourt fue el creador de la Escuela y su primer director. Su libro *Ensayo sobre la composición de las máquinas*, escrito junto con Lanza, fue texto de uso general en toda Europa durante más de medio siglo.

La primera promoción de ingenieros se gradúa en 1804 y concluyen tres promociones más, las de 1805, 1806 y 1807, pues la Escuela se ve obligada a cerrar sus puertas con la invasión francesa en mayo de 1808 (Betancourt conoce ya la noticia fuera de España, con un pie en Rusia). La escuela abre sus puertas de nuevo en 1821 al principio de bienio liberal y las vuelve a cerrar en 1823, decisión de la reacción absolutista. Por fin, en 1834 se vuelve a abrir y sin interrupciones llega hasta nuestros días.

En Rusia

También en Rusia Betancourt impulsó los estudios y la organización de la ingeniería, y continuó aportando su inventiva a la solución de los problemas de infraestructuras que tenía aquel enorme país. Desarrolló una enorme actividad: grandes edificios, puertos y sus dragas, puentes, vías de comunicación...

Murió en San Petersburgo el 26 de julio de 1824, en cuyo cementerio fue enterrado cerca de la tumba del célebre matemático Leonhard Euler (1707-1783).

Las Matemáticas en China (2)

Ana Delgado Marante (*)

A finales del siglo XVI comienza la entrada de europeos en China y a través de ellos llega la ciencia occidental. Hasta ese momento, las incorporaciones desde el exterior, si las hubo, probablemente vinieron de otros pueblos orientales: hindúes, japoneses, coreanos y árabes.

Ahora bien, esa matemática propiamente china, anterior a las influencias europeas y presidida por el Jiuzhang Suanshu (citado la semana pasada) tiene una serie de particularidades que la caracterizan:

1.- Los conocimientos se presentan como una colección de problemas con un enunciado, una solución, y no en todos los casos, una regla que permite obtener dicha solución.

2.- Los enunciados de los problemas se refieren a situaciones de la vida cotidiana aunque a veces éstas sean imposibles.

3.- No aparecen justificaciones o pruebas para las reglas con las que se resuelven los problemas si exceptuamos algunos comentarios al Jiuzhang Suanshu protagonizados por autores del primer milenio.

4.- Los contenidos son sobre todo de cómputo, es decir, aritméticos y algebraicos (operatorio, ecuaciones, series... y también cuadrados mágicos). Incluso las cuestiones geométricas se tratan desde el punto de vista aritmético. Y es que desde siempre parece haber habido en China una predilección por los números. Ya hablamos la semana pasada del punto más alto alcanzado por las matemáticas chinas, un conjunto de brillantes trabajos algebraicos producidos en el siglo XIII.

La ausencia de definiciones, teoremas y demostraciones, resolviendo situaciones concretas sin generalizar y centrándose más en las concreciones del cálculo que en la abstracción de las figuras pueden llevarnos a pensar en unas matemáticas de segundo orden. Sin embargo, éstas, las matemáticas, no son algo único, objetivo, verdadero, forman parte de la cultura que las crea y por tanto, dependen de ella; no podemos conocerlas estudiándolas aisladamente sino inmersas en el cúmulo de conocimientos de cada civilización. Y en este sentido, tenemos muy pocos puntos de confluencia con la tradición china; no debemos 'mirar' sus matemáticas desde nuestra posición y con nuestros patrones. Nos separamos en aspectos tan básicos como la manera de entender el mundo y la actitud ante los fenómenos. Veamos como ejemplo el lenguaje, aspecto importantísimo, de cuyo estudio es posible percibir las formas de pensamiento: la disociación 'sustantivo' (término –abstracción– con el que se nombran todos los objetos que tienen unas mismas características) y 'adjetivo' (término –abstracción– con el que se nombran cualidades aplicables a varios objetos) propia de nuestras lenguas, se opone a la reunión sustancia-aspecto del lenguaje chino en el que con una sola palabra se expresaba una imagen completa. 'Montaña' frente a 'ki' (montaña pelada), 'kang' (montaña picuda), 'tsu' (alta montaña). Abstracción frente a concreción... $Ax + Bx + C = 0$ frente a $5x + 2x + 10$.

(*) Ana Delgado Marante es profesora de Matemáticas y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Matemáticas para la supervivencia

Onofre Monzó del Olmo

Llama la atención el hecho generalizado de que cualquier persona con un nivel cultural medio, se ruborice al darse cuenta de que ha cometido una falta de ortografía, e incluso al tener que aceptar que no ha leído la mejor novela de cierto escritor de renombre. Sin embargo muchas de estas personas alardean de no saber calcular un porcentaje, aun cuando son torpedeadas por este concepto, de forma cotidiana, por la inmensa mayoría de los medios de comunicación.

He elegido el concepto de porcentaje igual que habría podido elegir otros, tales como: la interpretación de gráficas o situaciones en las que aparece el azar o conceptos de estadística y en las que esa incultura matemática, nos lleva a continuos errores de interpretación e incluso de decisión.

Consideremos alguna situación cotidiana donde algunos de estos conceptos aparecen y su consideración resulta crucial a la hora de tomar decisiones.

Supongamos el caso de una familia española con el salario medio (es decir, una familia cuyo salario es la media de los salarios de todas las familias españolas), 235.921 pesetas brutas al mes (según el INE), lo que supone aproximadamente descontadas la Seguridad Social y el IRPF unas 190.000 pesetas netas al mes –lo que supone unas 44.000 pesetas semanales– y que, como es normal, juega todas las semanas a la Lotería Primitiva.

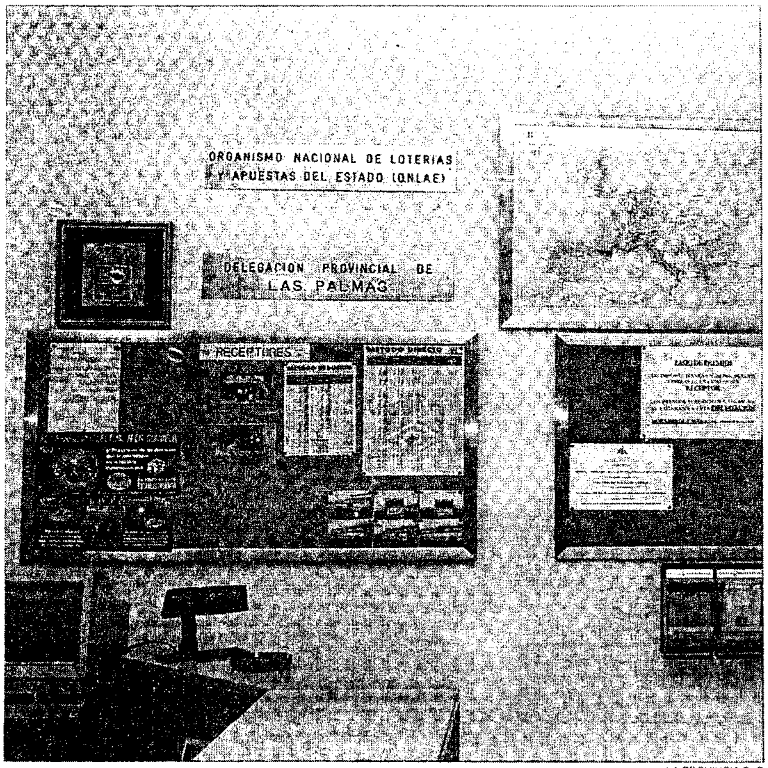
La cuestión crucial aquí sería decidir qué cantidad de los ingresos semanales le pueden dedicar de forma que tengan las máximas posibilidades de ganar sin que ello suponga un quebranto de la economía familiar.

Analicemos primero el juego, en la actual configuración de este juego hay que acertar 6 números de un total de 49, y si la elección es aleatoria hay 13.983.816 combinaciones distintas. Con una sola apuesta tendríamos una posibilidad entre los casi 14.000.000 de posibilidades (combinaciones) existentes o lo que es lo mismo una probabilidad de 0'00000007 (1/13.983.816) de acertar el premio máximo, mientras que una apuesta (100 pesetas) representa sobre ese salario medio sólo un 0'23% (100x100/44.000).

Si se pretende aumentar las posibilidades, supongamos que 100 veces, haciendo más apuestas, eso supondría 10.000 pesetas semanales, es decir, el 23% del salario, mientras que la probabilidad ahora es de 0'000007.

Ahora sólo queda ponderar si vale la pena dedicar un 23% del salario para pasar de una probabilidad de 0'00000007 a 0'000007, es decir, de tener una posibilidad cada 14.000.000 a tener una posibilidad cada 140.000 de ganar.

Desde luego que gastar 100 pesetas a la semana no tiene ninguna repercusión sobre su economía, sólo supone el 0'23 del salario, pero dedicar el 23% de los ingresos para tener sólo una posibilidad entre 140.000, es decir, ganar, en promedio, una vez cada 140.000 veces que jueguen, y si lo hacen cada semana suponen 2.692 años, es dedicar demasiados recursos de su economía para tan bajas posibilidades de ganar.



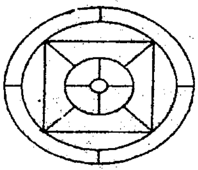
LA PROVINCIA/DLP

Las probabilidades de ganar un premio aumentan a costa de sacrificar un alto porcentaje del salario.

Diviértete y aprende

Una persona entra en un casino con cierta cantidad de dinero. Cuando va a entrar en la sala nº 1 le cobran 1.500 ptas. Una vez dentro apuesta todo el dinero que tiene y gana de forma que lo duplica. Al salir de la sala le cobran otras 1.500 ptas. Pasa a la sala nº 2 y se repite el proceso. Lo mismo en la sala nº 3, pero cuando paga las 1.500 ptas., al salir comprueba que no le queda ni una peseta. ¿Qué cantidad de dinero llevaba al entrar en el casino?

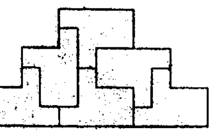
I Olimpiada Matemática "Thales"; Andalucía.
¿Puedes colorear el siguiente gráfico con los colores: azul, verde, marrón y rojo, de forma que todas las regiones queden definidas?

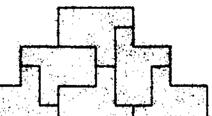


Soluciones de la semana anterior

1. El número de metros que recorre de más es el mismo.

2. Existen dos posibilidades.

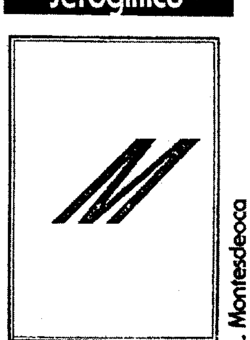




3. El importe de las ventas ha ascendido a 82.400 pesetas.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



A. Montesdeoca

¿Cómo vas a preparar la carne?

Solución anterior: Un delantero

Las matemáticas árabes (I)

Ana Delgado Marante (*)

Las matemáticas árabes han pasado por cuatro fases principales: adquisición directa o indirecta de las matemáticas producidas por otros pueblos (s. VIII-X), creación e innovación del conocimiento matemático con la consiguiente elaboración de una lengua matemática árabe (s. IX-XIII), difusión en Europa de obras e instrumentos clásicos u originales (s. XII-XV), debilitamiento y fin de la investigación (desde finales del s. XIII). Estas actividades matemáticas se iniciaron en el centro del imperio (Damasco, Bagdad) y luego fueron reforzadas o sustituidas por otras actividades surgidas en España, el Magreb y Asia central.

El fenómeno de traducción se inició a mediados del s. VIII y prosiguió hasta el s. X. Sobre todo se tradujeron obras hindúes y griegas, bien directamente del sánscrito y el griego al árabe, bien a partir de versiones persas y siríacas. La aportación hindú concierne a la Astronomía, con las primeras herramientas trigonométricas, y al cálculo, con el sistema decimal. La aportación de los griegos cubre, además de la Astronomía (el *Almagesto* de Ptolomeo), la Teoría de Números (Euclides, Nicómaco, Diofanto) y la Geometría (Euclides, Apolonio, Arquímedes), con sus disciplinas anexas.

Desde el principio del siglo IX, una producción matemática original aparece a la vez en los dominios clásicos (Astronomía, Geometría y Teoría de números) y en dominios nuevos poco desarrollados como el Álgebra, la Trigonometría y el Análisis combinatorio. En Teoría de números, las investigaciones se orientaron en tres direcciones: la primera remite a los números primos. Empezó con los trabajos de Thabit Ibn Qurra (1901) sobre los números amigos y continuó con los de Ibn al Haytham (1039) y Al Farisi (1321) sobre problemas de congruencia y sobre la descomposición en factores primos. La segunda dirección, influida por la lectura de las *Aritméticas* de Diofanto (s. IV), suscitó investigaciones sobre la resolución de sistemas de ecuaciones indeterminadas con soluciones enteras o racionales, así como sobre las tríadas pitagóricas. La tercera dirección concierne al estudio de las series finitas, que aparecieron por vez primera en el cálculo de superficies y volúmenes por el método de exhaución, y luego, en la investigación de las propiedades de los números figurados.

En Geometría, una primera tradición partió de los problemas de constructibilidad de los puntos y figuras del plano. Más tarde, los científicos se dedicaron a ampliar la noción de existencia geométrica o algebraica mediante la utilización sistemática de las secciones cónicas, siguiendo la tradición griega. Esto condujo a la resolución de las ecuaciones cúbicas por Omar al Khayyam (1131). Una segunda tradición se consagró a los problemas de medida –superficies, volúmenes, momentos de inercia– constituyendo así una prolongación de los trabajos de Arquímedes. Una tercera tradición, surgida de la lectura crítica de los *Elementos* de Euclides, permitió elaborar una nueva reflexión sobre los fundamentos de la Geometría, en particular sobre el quinto postulado de las paralelas, así como la redefinición del concepto de razón, que ayudará a determinar con claridad la noción de número real positivo, y finalmente, la extensión de las operaciones aritméticas a los irracionales positivos. Paralelamente se llevó a cabo una reflexión sobre los procedimientos de las matemáticas: inducción, demostración por reducción al absurdo, análisis y síntesis.

*** Ahmed Djebbar es profesor de la Universidad París-Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.**

2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Las Matemáticas según Rózsa Péter

José Miguel Pacheco Castelao (*)

Pocas personas ignoran hoy día la existencia de los virus informáticos, esos extraños programas que viajan por las redes de ordenadores cometiendo tropelías de mayor o menor importancia en las máquinas de los sufridos usuarios. Pero también es cierto que pocos –salvo tal vez sus creadores– podrían decirnos qué es exactamente uno de esos virus. Con toda seguridad, un poco de Matemáticas nos aclarará el panorama.

Uno de los fundamentos de la Computación es el concepto de recursividad, lo cual significa que un procedimiento de cálculo puede llamarse a sí mismo y repetirse una y otra vez. Un ejemplo de ello sería: Si denominamos F a la expresión " vete al bar de la esquina, tómate un café, vuelve a casa, y después F" , nuestro interlocutor estaría tomando cafés eternamente a menos que le diéramos algún criterio de parada en el interior de F. Así pues, F es una expresión o función recursiva. Un virus informático no es más que un caso especial de función recursiva, que ordena hacer una y otra vez alguna pequeña (o no tan pequeña) faena a las instrucciones del sistema operativo del ordenador víctima de su ataque.

Rózsa Péter.

Las funciones recursivas están en la base de muchos aspectos críticos de las Matemáticas y de la Informática: El archifamoso teorema de Gdel es tal vez el caso más célebre de utilización de funciones recursivas. Lo que ya es menos sabido es que la teoría general de tales funciones se debe a la húngara Rózsa Péter (1905-1977), quien en 1932, pocos meses después de la publicación del teorema de Gdel, creó la teoría de las funciones recursivas con la presentación de un trabajo en el Congreso Internacional de Matemáticas de Zürich. A éste le siguieron otros muchos, que aun se citan hoy día, y en 1951 publicó su libro capital, Recursive Functions. Casi simultáneamente hicieron su aparición los primeros ordenadores y Rózsa Péter culminó su trabajo en 1976 con el último libro que publicó, Recursive Functions in Computer Theory. Rózsa Péter tuvo que cambiar su apellido judío original, Politzer, por el más germánico Péter para escapar a las leyes raciales que proliferaron en Centroeuropa durante los años del nazismo. Después lo conservó y recibió gran cantidad de premios y honores en la Hungría de después de la Segunda Guerra Mundial. Su vida matemática comenzó en 1927, y tras un período de clases particulares trabajó en lo que llamaríamos una Escuela Normal de Maestros para pasar posteriormente a un puesto universitario en Budapest. También fue la primera mujer matemática en alcanzar la Academia de Ciencias de su país.

La otra gran contribución de Rózsa Péter fue en Didáctica y Enseñanza de las Matemáticas. Siempre estuvo atenta a la docencia en niveles elementales, y cuenta sus experiencias en el texto de una hermosísima conferencia titulada, naturalmente, " Las Matemáticas son hermosas" , pronunciada en Rostock (de la entonces Alemania Oriental) en 1963, y que tal vez algún día traduzcamos al español. Su libro de divulgación Jugando con el Infinito, cuya primera edición apareció en Leipzig el año 1955, se ha seguido publicando durante muchos años en sus versiones alemana e inglesa. Concluyamos ya citando –de la dicha conferencia– cómo ve la actividad matemática la propia Rózsa Péter: " Lo que caracteriza al matemático no es calcular, sino pensar con claridad, esto es, poseer la capacidad de eliminar lo no esencial".

(*) José Miguel Pacheco Castelao es miembro del departamento de Matemáticas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Las matemáticas árabes (II)

Ahmed Djebbar (*)

Entre las nuevas disciplinas nacidas en la matemática árabe la más importante es el Álgebra. Su fecha oficial de nacimiento es la publicación, entre los años 813 y 833, del libro de al- Khwarizmi (850) que trata sobre la resolución de las ecuaciones de primer y segundo grado y de su utilización en los problemas de transacciones comerciales y de herencias. Su contenido fue el punto de partida de trabajos originales orientados hacia múltiples direcciones: generalización de la noción de ecuación y de la noción de número, elaboración del Álgebra de polinomios por al-Karaji (1029) y as-Samawál (1175), desarrollo del simbolismo matemático en España y en el Magreb.

La segunda nueva disciplina fue la trigonometría. Los primeros pasos en este campo consistieron en la extensión y mejora de las tablas hindúes de senos y cosenos, y en la ulterior introducción de nuevas funciones: tangente, cotangente, secante y cosecante. Poco después se establecieron las relaciones fundamentales entre estas seis funciones. La importancia de estas nuevas herramientas matemáticas llevará a los astrónomos a consagrarles capítulos autónomos y posteriormente obras específicas.

La tercera disciplina, el Análisis combinatorio, conoció un primer desarrollo fuera de las matemáticas, puesto que los primeros cálculos de naturaleza combinatoria aparecieron primeramente relacionados con la Métrica, la Música y la Lexicografía. Fue preciso esperar hasta el siglo XII para que los matemáticos introdujeran proposiciones combinatorias en sus obras. El más antiguo conocido es Ibn Muncim (1228), matemático originario de Denia (España), que en su libro La ciencia del cálculo dedicó un importante capítulo a este tema. Tras él el Análisis combinatorio sería usado para resolver una gran variedad de problemas.

Por lo que respecta a la circulación de las matemáticas árabes en Europa hay que señalar que tanto las matemáticas griegas como las árabes comenzaron a introducirse con fuerza en Europa gracias a la intermediación de científicos que las habían estudiado directamente en árabe. Tal fue el caso del matemático italiano Leonardo Pisano, más conocido como Fibonacci, que se formó en el Magreb y más tarde en Oriente. Pero a partir del siglo XII, un poderoso movimiento de traducción – del árabe al latín y al hebreo– cuya sede principal fue la ciudad de Toledo, iba a poner a disposición de los europeos los más famosos libros de Álgebra, Geometría, Cálculo y Astronomía. Paralelamente, numerosos libros clásicos griegos serán estudiados en sus versiones árabes, más traducidas y accesibles. Pero por razones más bien sociales que científicas este movimiento de traducción no llegó a ser sistemático.

Fue asimismo a partir del siglo XIII cuando se produjo el fenómeno de ralentización de la producción matemática original en el imperio musulmán. Las causas de ese acontecimiento son difíciles de comprender de manera indiscutible y definitiva, pero parecen asociadas a factores que han pesado mucho en el devenir de la civilización árabe islámica en cuanto sistema económico, político y cultural dominante. Este fenómeno se tradujo en un empobrecimiento progresivo de los programas de enseñanza, en la aparición de obras que compendiaban los conocimientos anteriores –a veces, en forma de poemas matemáticos– y en la multiplicación de comentarios que otorgaban tanta importancia a las particularidades literarias del texto como a sus contenidos matemáticos.

(*) Ahmed Djebbar es profesor de la Universidad París-Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Diviértete y aprende

★ En qué mes se puede decir: "Si sumo la fecha del último lunes del mes pasado con la del primer jueves del mes que viene se obtiene 38".

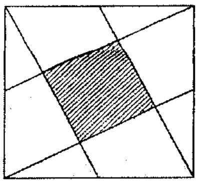
●

★ Podría usted disponer las fichas de un dominó como se indica en el gráfico:

0	5	6	1	5	0	5
3	3	2	2	5	5	2
6	6	6	0	1	3	5
1	0	6	4	5	4	5
3	4	3	3	2	4	3
2	2	1	2	4	1	3
6	2	0	0	0	1	1
6	0	4	4	1	4	6

II Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

Si el cuadro grande tiene de lado 1 metro. Calcula el área del cuadrado rayado.



Soluciones de la semana anterior

1.Matemáticamente tiene solución 39375., ¿pero en la práctica?
2.Porque en la cara superior hay un 3 y ocmo la suma de las caras opuestas de un dado es igual a 7, al ser 5 dados, la suma de todas las caras es de 35 (7x5). Luego, 35-3=32.
3.Con cuatro colores hay varias soluciones, aquí te presentamos una de ellas.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

sol
sil

A. Montesdeoca

¿Tiene algún oficio Juan?

Solución anterior: Mechada.

Fertilidad

Leonard Euler (1707-1738) fue el científico más improtante de Suiza y, probablemente, el más prífico de cuantos en el mundo han sido. Sus obras no han sido todavía publicadas en su totalidad y se calcula que serna necesarios más de cien grandes volúmenes para hacerlo. Fue discípulo de Johan Bernouilli, al ue pronto supera. Era hombre versado en literatura y lengua clásicas, dominaba varios idiomas modernos, publicó temas de Fisiología, Medicina, Botánica, Geografía, Historia, Física, Química, Termodinámica, Mecánica, Astronomía, Música,...y, por supuesto, de todas las ramas de las Matemáticas. Tuvo trece hijos.

Sergio Falcón.

Contando estrellas

Una de las misiones más importantes de los astrónomos fue la realización de 'catálogos de estrellas' que no era otra cosa que un listado en el que se especificaban la posición y el brillo de cada estrella. Se indicaban, además, el movimiento de los planetas, satélites y cometas. Ptolomeo (mediados del siglo II) hizo uno con 1022 estrellas; Tycho Brahe (1546-1601) logró situar primero 777 y añadiendo después 223 más.

Es evidente que la perfección que se iba consiguiendo en los instrumentos de observación y medida, iban obligando a actualizar estas tablas frecuentemente.

Flamsteed (1646– 1719) publicó en 1712 su *Historia Coelestis*, un catálogo de estrellas que contenía datos de unas 3.000. En 1725 se publicó una actualización del mismo, de manera póstuma. Fue un catálogo que, con ligeras modificaciones, se mantuvo vigente casi un siglo.

No árabes, sino indios

Nuestros números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 son llamados habitualmente 'números arábigos' pero este nombre no responde a la realidad de su origen, porque esos números no proceden de Arabia ni de los árabes, sino de India. Lo que los árabes hicieron fue introducirlos en Europa en la Alta Edad Media y aunque parezca mentira, las cifras romanas tardaron en desaparecer.

Hubo lugares donde se mantuvieron en uso cotidiano hasta el siglo XVI. Aún hoy se siguen utilizando, por ejemplo, para números ordinales (siglos, capítulos de libros, nombres de Papas, Reyes, etc...).

Origen de la trigonometría

Los orígenes de la trigonometría se sitúan en el siglo II A.C., cuando el griego Hiparco (hacia 161-127 A.C.) intentaba hacer observaciones astronómicas más exactas y fiables.

LA PROVINCIA Diario de Las Palmas

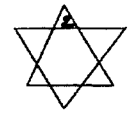
2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

⋆ En una de las puntas de la estrella de la figura, se ha escrito el número 2. En las demás puntas hay que colocar un número entero no nulo de forma tal que:

a) sean todos distintos.

b) cada uno de ellos es igual a la suma de los que están en las puntas vecinas; pero si la suma pasa de 10, entonces es igual a la cifra de las unidades.

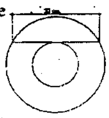


•

⋆ Un número es perfecto cuando es igual a la suma de sus divisores, excluyendo lógicamente al propio número. El primer número natural perfecto es el seis, pues 6=1+2+3. ¿Cuáles son los dos siguientes números naturales perfectos?

II Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

En una corona circular, una cuerda de la circunferencia exterior que a la circunferencia interior mide 20 cm. Calcular el área de la corona circular.



Soluciones de la semana anterior

1. En agosto, ya que la suma 38 sólo la puede obtener con un día 31 (el último lunes) y un día 7 (el primer jueves). Además tenga en cuenta que dos meses seguidos del año tienen 31 días.

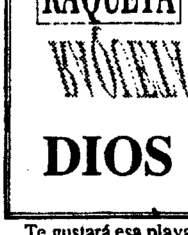
2.

0	5	6	1	5	0	5
3	3	2	2	5	5	2
6	6	6	0	1	3	5
1	0	6	4	5	4	5
3	4	3	3	2	4	3
2	2	1	2	4	1	3
6	2	0	0	0	1	1
6	0	4	4	1	4	6

3. El Teorema de Thales interviene en las dos estrategias que conocemos. El resultado es 1/5 metros cuadrados.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



Te gustará esa playa de Anaga

A. Montesdeoca

Solución anterior: Es notario.

La geometría que subyace a la ropa

Claudi Alsina

Excepto en las playas nudistas (en Groenlandia no hay) la inmensa mayoría de personas decentes van vestidas. Supongo que éste es su caso. ¿Cuál es la geometría que subyace a su ropa?

Puede que algunas de sus prendas exhiban ya, por diseño, formas geométricas decorativas, ya sea porque hay unos elementos muy regulares (cuadraditos, tiras, círculos...) o hay elementos no regulares (flores, caras de tigre, palmeras...) que se van repitiendo con un cierto ritmo geométrico. Salvo que usted sea persona muy muy discreta, con ropas siempre lisas, o sea rica y caprichosa y se haga decorar ropas con motivos únicos irrepetibles, lo más corriente será que acepte de buen grado lo que la industria textil produce a kilómetros por simple repetición geométrica.

También puede descubrir que hay una geometría que ha hecho posible la propia producción de la ropa: el ritmo frenético de los telares programados, el paciente juego manual de agujas, lana y nudos, la elaboración de patrones que permitirán cortar piezas, etc. Por ejemplo, si se fija en una máquina de coser tradicional, podrá descubrir una maravilla: el mecanismo de poleas enlazadas permite que el movimiento giratorio del pedal acabe convertido en el movimiento de traslación (arriba y abajo) de la aguja de coser.

Varias prendas de ropa.

En el mundo del *prêt a porter* existe además una peculiar geometría métrica de tallas y medidas. Así, la talla de una camisa masculina es el número de centímetros que corresponden al cuello. Ello es posible porque el fabricante ha elaborado un sistema de relaciones numéricas entre las diferentes partes de la camisa (mangas, puños, cuerpo,...) que hacen posible con sólo una medida (cuello) deducir todas las demás. Mientras en el género de punto el margen de flexibilidad permite un sistema de tallas más reducido; en camisas, blusas, pantalones, faldas, etc, se impone una graduación de medidas más finas.

En los últimos años la empresa Señor de Manresa ha logrado algo excepcional: partiendo en un patronaje industrial y mediante cortes controlados por ordenador, poder servir (a precios competitivos) trajes hechos a medida. El sastre introduce *artesanalmente* en el ordenador las medidas a modificar respecto a los patrones; estos datos van a la planta de fabricación y luego el producto es remitido al lugar de origen.

En algunos casos también puede llevarse una sorpresa desagradable si no usa un poco de geometría intuitiva. Éste es el caso de las corbatas. Aparentemente, éstas 'no tienen talla'. ¡Ojo! Antes de adquirir una debe sumar. Sume la medida de su cuello, dos veces la distancia de su cuello a su cintura y añada los centímetros correspondientes a su nudo favorito. Esto le dará la longitud de una corbata digna de usted.

Aunque usted no esté dedicado / a al mundo de la moda y lo único que le preocupe sea lucir prendas que le gusten, al menos sea crítico / a con los acabados, los precios y las medidas.

Las matemáticas árabes (III)

Ahmed Djebbar (*)

Entre los siglos VIII y XV la Astronomía tuvo una gran aceptación entre los dirigentes del imperio musulmán, los ricos mecenas y las capas populares. En la Edad Media había dos tipos de Astronomía: una *popular* y otra *científica*. La astronomía popular constaba de un conjunto de conocimientos astronómicos adquiridos antes de la llegada del Islam. Esta astronomía práctica englobaba el conocimiento de las estaciones, los fenómenos meteorológicos, la posición de las estrellas fijas, la determinación del tiempo y los desplazamientos del Sol a lo largo de la Eclíptica, así como el de la Luna y sus fases. No usaba el cálculo, ya que se basaba en la observación y acumulación de experiencias.

La astronomía científica reagrupaba todas las actividades que tuvieron como origen las obras traducidas a partir del siglo VIII. Hubo tres factores que favorecieron su desarrollo.

El primero fue la práctica religiosa que, desde la llegada del Islam, impuso a los astrónomos tres importantes problemas para buscar soluciones mejores que las usadas por los fieles. Se trata del conocimiento del momento de las cinco plegarias del día, la determinación de la dirección de la Meca, y la fijación del principio y fin del Ramadán, el mes de ayuno de los musulmanes. El segundo es de orden psicológico, y concierne a la necesidad de los individuos y de los grupos sociales y a los poderes de adivinación del porvenir. La Astronomía intervino en este campo por mediación de la astrología astronómica, que admite que el mundo sublunar, así como los seres vivos que lo componen, se halla sometido a los efectos del movimiento de los astros y a sus diversas conjunciones. El tercer factor es puramente científico. Caracteriza toda tradición científica cuyo objetivo sea la investigación de las respuestas a cuestiones externas planteadas por otras ciencias, pero también a las preguntas que ella misma se formula a lo largo de su actividad. Entre los problemas internos de la tradición astronómica se halla la búsqueda de las leyes que rigen los movimientos de los astros, la mejora de los modelos planetarios antiguos o la elaboración de modelos nuevos.

En el dominio teórico encontramos la descripción de las estrellas, la Astronomía esférica, la Trigonometría, el estudio de los modelos planetarios y, sobre todo, la elaboración de tablas astronómicas.

En el campo de las aplicaciones prácticas encontramos la observación del movimiento de los cuerpos celestes y de ciertos fenómenos infrecuentes no cíclicos, el diseño y fabricación de instrumentos astronómicos, como astrolabios y cuadrantes, la determinación del tiempo y la elaboración de calendarios. A estos dos vastos dominios hay que añadir la Astrología astronómica, que más que del pasado, se va a aprovechar de los progresos de las actividades astronómicas, cuyo constante éxito entre las capas mayoritarias de la población estimulará indirectamente el desarrollo de la Astronomía.

(*) Ahmed Djebbar es profesor de la Universidad París Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

La carrera espacial y sus mecanismos de control

La carrera espacial no habría sido posible sin las matemáticas. Buena parte del éxito se sustenta en el desarrollo de modelos matemáticos que permitan predecir, mucho antes del lanzamiento de un cohete, cómo va a producirse la ignición, qué trayectoria va a describir, cómo va a situarse en órbita, qué comportamiento muestran los materiales empleados, etc. Como se trata de una tecnología en permanente avance, la acumulación de datos obtenidos por lanzamientos anteriores, permite ir introduciendo variaciones que mejoran aspectos del proceso.

Pierre Louis Lions es considerado como uno de los matemáticos actuales de mayor proyección internacional. Está en posesión de la medalla Fields. Según él, el análisis matemático es una herramienta indispensable para decidir tanto los materiales a emplear con el cohete como su mecanismo de control y guiado. Trabajos aplicados a los cohetes europeos o a los transbordadores espaciales de la NASA así lo atestiguan. Las matemáticas, dice, son imprescindibles para saber en cada momento cómo se va a comportar todo. Se aplican no sólo para el cálculo de las órbitas, sino también para averiguar el comportamiento del cohete y de los materiales, el control, el pilotaje, el ruido y la mecánica de fluidos, etc.

Una vez lanzado el cohete hay que prever cómo se desplazará por el medio. Para todas esas situaciones hay que formular las ecuaciones matemáticas que las regulan y, de acuerdo con ellas, construir modelos predictivos que permitan determinar qué ocurrirá antes de que suceda. Se define un modelo para predecir, por ejemplo, el proceso de lanzamiento. En función del modelo pueden modificarse la cantidad de combustible, los materiales o la distribución de la carga. Si bien cada lanzamiento tiene sus propias peculiaridades, también es cierto que con los datos que se manejan gracias a experiencias y conocimientos acumulados, los modelos de simulación son ya bastante fiables o al menos es posible saber qué partes del modelo son fiables y cuáles son dudosas.

Entre las situaciones que plantean dudas en este momento se encuentra el comportamiento de los gases en las zonas altas de la atmósfera, donde vuelan los transbordadores que sueltan satélites artificiales al espacio. Existen enormes dificultades para la experimentación en condiciones reales. Hay que recurrir a la simulación y para ello es imprescindible el análisis de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de los fluidos. Otro aspecto que no se ha logrado resolver hasta el momento son las vibraciones debidas al ruido que pueden afectar a la estructura global de un satélite o, incluso, destruirlo.

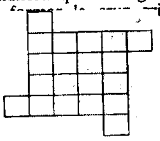
2000 AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

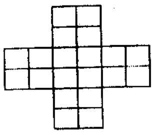
Diviértete y aprende

⋆ Antonio es el mayor de tres hermanos que, según cómo se levanten, deciden individualmente por la mañana si ese día se dedicará a mentir o a decir la verdad. A. dice: "Yo soy Andrés. Soy el mayor de los tres".
A lo que B. le contesta: "Estás mintiendo, yo soy Andrés".
C. concluye: "Andrés soy yo".
¿Cuál de los tres es Antonio?

•

⋆ Usted debe dividir la parte superior en dos trozos iguales de manera que consiga con ellos [illegible]iega.



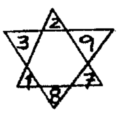


V Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

Tres parejas estaban en una discoteca. Una de las chicas vestía de verde, otra de rojo y la tercera de azul. Los chicos vestían, también, de esos colores. Estando en la pista, el chico de rojo, pasando al bailar junto a la chica de verde le dijo: "¿Te has dado cuenta, Mary Cruz? Ninguno de nosotros tiene pareja vestida de su mismo color". ¿De qué color viste el compañero de la chica de rojo?

Soluciones de la semana anterior

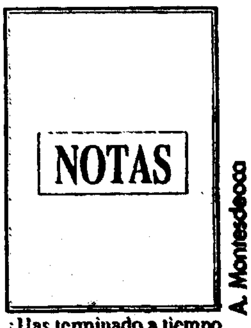
1.



2. Son el 28 y el 496.
3. El área es 314,16 cm^2.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Has terminado a tiempo el trabajo?

Solución anterior: Antequera te asombrará.

Carta de una alumna

¡Hola!: Soy una chica de 16 años y estudio 1º de Bachillerato de Ciencias de la Salud. Me gustaría exponer un problema que está perjudicando a la mayoría de los alumnos que estudiamos con la nueva ley (Logse); sobre todo a los que cursan 4º de la ESO y 1º de Bachillerato.

Las matemáticas siempre han sido (en general) una de las asignaturas que resultan más difíciles de llevar. Para mí, en el nuevo sistema educativo hay un nivel bajo de las matemáticas; los estudiantes no salimos bien preparados de la Logse en esta asignatura.

El nivel que se imparte en 1º y 2º de la ESO es bajo; en 3º la asignatura no posee un mayor grado de dificultad; en 4º los alumnos se ven más apurados, se empiezan a manifestar los problemas individuales y colectivos de todo tipo; y finalmente en 1º de Bachillerato, los alumnos estamos desconcertados.

La cuestión está en que no hay una buena base en la que apoyarse para seguir con lo nuevo; no puedes pararte a explicar lo anterior, porque ni siquiera existe tiempo suficiente para la cantidad de materia nueva que se debe impartir; además existe un salto vertiginoso entre 4º y 1º, producido por el cambio de criterios de evaluación, que son distintos de la ESO a Bachillerato. Hay como un espacio vacío; falta algo, como un curso preparatorio que haga viable el periodo de adaptación que necesitamos.

Estas circunstancias acarrean una situación de estrés y agobio continuos tanto a profesores como a alumnos, que resulta insoportable e incómodo.

Las posibles soluciones pueden ser que en 1º y 2º de ESO, se aumente el nivel; en 3º reforzar la base llevando un buen nivel e introduciendo cosas nuevas. Y en 4º y 1º, aumentar el número de horas porque, como decía antes, el tiempo se hace insuficiente; de modo que en 4º, que hay tres horas semanales, aumentarlas a cuatro y en 1º, que hay cuatro horas semanales, a cinco.

Sé que estas soluciones pueden no ser del agrado de muchos estudiantes, porque ni a todo el mundo le *gusta* estudiar, y mucho menos esta asignatura, ni a todo el mundo se le da bien ni todos la van a necesitar para lo que quieran hacer y considera el número de horas exagerado... pero es una alternativa para ese otro grupo que sí le gusta o la necesita, etc.

Un saludo.

Yasmina Pérez Ávila.
Estudiante del IES La Isleta.

Jacob Bernoulli.

'Amor' familiar

Johann Bernoulli.

Cuando un alumno estudia Matemáticas superiores ve aparecer varias veces el nombre de Bernoulli. Pero no todos saben que son varios los Bernoulli que han contribuido al avance de las Matemáticas.

Jacob Bernoulli (1654-1705) estudia Matemáticas por su cuenta y fue profesor en Basilea (Suiza) desde 1687 hasta su muerte y, probablemente, ha sido el mejor matemático de la familia.

Johan Bernoulli (1667-1748), hermano del anterior, estudia Medicina sin ejercerla jamás y es autodidacta en Matemáticas. Fue profesor en Groningen (Holanda) y sustituye a su hermano en su cátedra a la muerte de éste. Ambos hermanos trabajan muchas veces sobre los mismos temas... lo que fue terrible para sus relaciones. En 1696, Johan propone el problema de encontrar la curva más rápida entre dos puntos situados a distinto nivel. Su solución es la más elegante, pero la de su hermano es más general, lo que hizo desencadenar una guerra entre ambos hermanos... que incluso llegaron a pelearse a puñetazos. Otra vez, Johan concursa a un premio de la Academia Francesa, pero se lo arrebata su hijo Daniel... por lo que lo echa de casa.

El desarrollo del álgebra en Italia (siglo XVI)

Silvio Maracchia (*)

La matemática griega no consiguió superar el escollo de las ecuaciones de tercer grado ni en el terreno propiamente algebraico ni en relación con ciertos problemas geométricos como la duplicación del cubo, la trisección del ángulo o la división de una esfera en dos partes mediante un plano en proporción dada, problemas todos ellos que se traducían algebraicamente en ecuaciones de tercer grado. Incluso los matemáticos árabes, más dotados de mentalidad algebraica que sus colegas griegos, no las consiguieron resolver más que en casos particulares, seguramente porque, muy influidos por el rigor de la geometría, buscaban en ella la justificación de los procedimientos algebraicos.

Habrá que esperar al siglo XVI a que los matemáticos italianos consiguiesen rebasar las *columnas de Hércules* del álgebra de aquellos tiempos. El primero que resuelve, en 1505, la ecuación del tipo $X^3 + pX = q$ es Scipione dal Ferro (1465-1526) y a esta particular forma se puede reducir la ecuación general de tercer grado. Teniendo noticias de la resolución del problema, Niccolò Tartaglia (1506-1557), desafiado por Anton Maria Fiore, alumno de Dal Ferro, reencontró la solución en 1535. Cuatro años más tarde, y después de pensárselo mucho, Tartaglia confió la preciada fórmula resolutiva a Gerolamo Cardano (1501-1576) no sin antes hacerle jurar que no la revelaría nunca. Pero Cardano, tras conocer la solución de Dal Ferro, se sintió desvinculado del juramento y en 1545 publicó su libro *Ars Magna*, en el cual, además de la solución de la ecuación de tercer grado con el debido reconocimiento de la autoría de Tartaglia, publica también la solución de la ecuación de cuarto grado debida a su alumno Ludovico Ferrari (1522-1565).

Gerolamo Cardano.

En la obra de Cardano hay diversas observaciones matemáticas sobre las ecuaciones de gran interés: oportunos cambios de variable para hacer más fácil la solución, relación entre coeficientes y soluciones, el uso de números negativos, etc. Tartaglia, al ver desvelado su secreto, reaccionó violentamente contra la obra de Cardano y publicó al año siguiente su libro *Cuestiones e Invenciones diversas*, donde acusa a aquél de haber faltado al juramento y de tener escasos conocimientos de matemáticas. Fue entonces cuando Ferrari salió en defensa de su maestro Cardano y se entabló una controversia que apasionó al mundo culto de la época. Tartaglia y Ferrari intercambiaron hasta doce carteles de *desafío* antes de encontrarse públicamente en Milán en 1548. El triunfo fue para Ferrari, aunque Tartaglia no quiso reconocerlo.

Con la resolución de la ecuación de tercer grado se superó la gran matemática clásica y se tuvo que afrontar el llamado *casus irreducibili* (ecuación con tres soluciones reales distintas cuya fórmula resolutiva lleva a una raíz cuadrada con radicando negativo), que logró superarse en parte cuando Bombelli en 1572 introdujo los números complejos en el mundo matemático. Hay que observar que la demostración de la fórmula resolutiva recurría a cubos y paralelepípedos haciendo uso de la Geometría, que finalmente refrendaba los distintos pasos; para la resolución de las ecuaciones de cuarto grado, la geometría de tres dimensiones no bastaba para justificarla y el álgebra se encontró en la necesidad de justificarse a sí misma y adquirir la mayoría de edad. Pocos años después sería el Álgebra la que ayudaría a la Geometría en la resolución de muchos problemas con la invención de la geometría analítica.

(*) Silvio Maracchia es profesor de Historia de la Matemática en la Universidad La Sapienza, Roma. Colaborador de la Fundación Orotava.

LA PROVINCIA
Diario de Las Palmas
Domingo, 4 de junio de 2000

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

★ Coloque cinco monedas distribuidas como se indica en la figura. Hay tres iguales y otras tres iguales entre sí:

El juego que le proponemos consiste en tratar de colocar las tres negras juntas y las dos blancas juntas. Sólo hay que respetar una regla: en cada movimiento hay que mover al mismo tiempo una blanca y una negra. Por supuesto, no puede cambiar su posición, es decir, la que está a un lado sigue en ese lado después del movimiento. Lo que sí puede considerar es que tras algún movimiento alguna moneda quede aislada. Su reto consiste en hacerlo en el menor número de movimientos posible, por eso le decimos que cuando obtenga una solución trate de ver si la puede mejorar.

•

★ Un padre le dijo a su hijo: "Tengo en esta caja un número de duros menor de 200. Fíjate ahora en los siguientes datos: si los agrupas de 11 en 11, te sobrará uno; en cambio si los agrupas de 9 en 9 no te sobrará ninguno. Si aciertas cuántos son, te daré la mitad". Ayude al chico a conseguirlo.

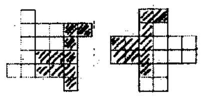
IV Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

Basándome en un cuadrado de lado 4 cm, recorté una figura de peón de ajedrez como se observa en el dibujo. Si A y B son los puntos medios de los lados, calcule el área de la figura recortada.

Soluciones de la semana anterior

1.A, miente porque Andrés no es el mayor. B, dice la verdad porque afirma que A miente. Luego C es Antonio.

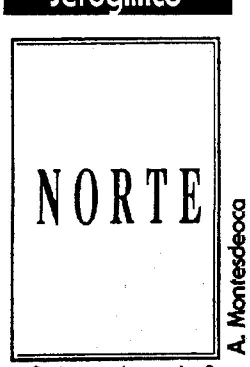
2.



3. El compañero de la chica de rojo viste de verde.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Qué tomará tu amiga?

Solución anterior: Sí, antes.

LUCA PACIOLI (1445-1514)

Primera enciclopedia impresa de matemáticas

Silvio Maracchia

Leonardo de Vinci, el gran artista y hombre de ciencia, anotó en su *Códice Atlántico* la compra, por 119 "soldi", de la *Summa* de Luca Pacioli, acabada de imprimir en 1494. Leonardo, que juzgaba que el aprendizaje de la Matemática era necesario para las otras ciencias, había hecho una buena compra puesto que había adquirido el primer y único texto completo de Matemática pura y aplicada que había salido de la imprenta. Aunque ésta no fue la primera obra impresa de Matemáticas (puesto que ya en 1478 se había publicado la *Aritmética* de Treviso), sí puede considerarse a la *Summa* de Pacioli como la primera enciclopedia de Matemáticas, que fue reeditada en 1523; (para valorar el precio pagado por Leonardo, que más tarde entablaría amistad con Pacioli, piénsese que en uno de los problemas de la *Summa* una gallina costaba 5 'soldi'). Esta obra constituye el punto de partida común de los grandes matemáticos a lo largo del siglo siguiente, si bien la materia trataba en ella no es original, ya que en la obra se recopilaban unos resultados matemáticos ya conocidos. Así pues, Luca Pacioli no fue un matemático creador y, aunque alguna vez se atribuye resultados de otros, el gran mérito de Pacioli consistió en haber expuesto los temas con vivacidad y haber escrito en lengua vulgar para que fuese asequible a todos.

La *Summa de Aritmética, Geometría, Proporciones y Proporcionalidad*, que así era el título completo, estaba dividida en dos partes: la primera trataba de aritmética, álgebra y de prácticas comerciales (a Luca Pacioli se le consideró, erróneamente, el inventor de la 'doble contabilidad'); la segunda se dedicaba a la geometría teórica y práctica, y mantenía la estructura del *Liber Abaci* y de la *Practica geometriae* de Leonardo Pisano. Junto a los argumentos matemáticos, Pacioli nos cuenta episodios de su vida, anécdotas y preceptos morales –no en vano era fraile– en un lenguaje lleno de expresiones dialectales y de frases latinas. A menudo establece osadas comparaciones entre los objetos matemáticos que estudia y determinadas situaciones físicas o metafísicas. Por ejemplo, asocia los llamados "números perfectos" (aquellos números que son iguales a la suma de todos sus divisores propios, como el número 6 que es igual a la suma de sus divisores 1, 2 y 3; o bien el número 28=1+2+4+7+14) con los organismos sin defectos y bien ordenados (¡claro está que los números perfectos terminan solamente en 6 o en 8!) Compara también los tres segmentos obtenidos a partir de uno dado y de la división de éste en dos partes tales que una de ellas sea la "sección áurea" con la Santísima Trinidad.

En 1509, Pacioli publica *De divina proportione*, que consta de tres partes; en la primera de ellas trata el tema de la sección áurea y su relación con objetos naturales y con entes matemáticos, considerando especialmente los llamados "sólidos platónicos" (los poliedros regulares) y los "sólidos arquimedianos" (los poliedros semirregulares); la segunda parte es más bien un tratado de arquitectura inspirado en Vitrubio y la tercera es la traducción del *De corporibus regularibus* de Piero della Francesca, que Pacioli presenta como un trabajo suyo. Otra obra, que no llegó a publicar, es su *De viribus quantitatis*, una colección de problemas y adivinanzas de todo tipo.

En resumen, Luca Pacioli en la *Summa* nos muestra cómo las matemáticas pueden ser utilizadas en el comercio, en repartos de bienes, en el cambio de monedas, etc, mientras que en la *Divina Proportione* prueba que la matemática está íntimamente ligada a la belleza y a la simetría y en el *De viribus quantitatis* que la matemática puede ser incluso divertida.

(*) Silvio Maracchia es profesor de Historia de las Matemáticas en la Universidad La Sapienza de Roma y colaborador de la Fundación Orotava.

Turing, eslabón entre matemáticas y computación

Pino Caballero

Alan Turing nació en Londres el 23 de junio de 1912. Era un genio excéntrico y solitario, oscuro, vivaz, resignado, malhumorado, ávido e insatisfecho, homosexual, enemigo de charlatanes y trepas, implacable con su trabajo y no con el de sus colegas, y atleta (una lesión lo alejó del equipo olímpico), se mordía las uñas y no le gustaba usar corbata.

Alan Turing.

Tuvo dificultades para obtener el certificado escolar, pero se graduó con honores en 1934 en el King's College de Cambridge y recibió en 1936 el Premio Smith con un trabajo sobre probabilidades. Tras una estancia en Princeton, donde, construyendo una máquina de cifrar, descubrió un eslabón entre la inutilidad de la lógica y el cálculo práctico, volvió a Cambridge para diseñar partes de una máquina para calcular la función Zeta de Riemann. Al inicio de la II Guerra Mundial se incorporó a la oficina principal criptográfica inglesa, donde contribuyó a la ruptura del cifrado de la famosa máquina alemana Enigma.

Dada la fortaleza que mostró en su vida, nadie hubiera podido predecir su fin. Fue encontrado muerto por envenenamiento de cianuro a los 41 años. Su madre creyó que había ingerido cianuro accidentalmente comiéndose una manzana después de un experimento de química, pero el veredicto del juez fue suicidio.

Se enfrentó al problema de la decidibilidad de Hilbert: no existe ningún método ni proceso con el que todas las preguntas matemáticas puedan ser contestadas. Lo resolvió dando una definición de lo que se entiende por algoritmo en el artículo *Sobre los Números Calculables*. Analizó lo que puede ser logrado por una persona que realiza un proceso metódico y lo expresó mediante una máquina teórica capaz de realizar cualquier tarea proporcionándole el programa apropiado, la **Máquina de Turing**, concepto básico de la Teoría de la Computación.

Su idea del uso de las máquinas fue visionaria. Las concibió en su imaginación matemática ya que hasta nueve años después no habría suficiente tecnología electrónica para construir ordenadores. Es considerado padre de la inteligencia artificial. Su afirmación de que la máquina universal debe poder adquirir y exhibir las facultades de la mente humana le hizo sostener que el ordenador significaría el progreso práctico del mundo. Propuso un método llamado **Test de Turing** para determinar si una máquina podría tener la capacidad de pensar. Proyectó una computadora capaz de pensar de los trabajos numéricos de álgebra a la ruptura de cifrados, al manejo de archivos, o al juego del ajedrez. Describió un centro computador nacional con terminales remotas, y marcó el inicio de los lenguajes de programación. Escribió sobre redes neuronales sugiriendo que un sistema mecánico suficientemente complejo podría tener habilidad para aprender.

La falta de cooperación le frustró, y no llegó a publicar estos principios fundamentales de la informática. Perdió la carrera para completar una máquina universal y siempre fue demasiado lento en sus publicaciones científicas. Sus últimos trabajos en modelos matemáticos para describir plantas mediante simulación numérica lo convirtieron en el primer usuario de un ordenador para la investigación matemática y le aportaron un primer reconocimiento académico unos pocos años antes de su muerte.

Pino Caballero es profesora de la Universidad de La Laguna.

La gran mentira

Sergio Falcón

Pierre de Fermat (1601-1665) fue el matemático más importante del siglo XVII. Era abogado y consejero del rey en la provincia francesa de Toulouse. En 1629 inventa la Geometría analítica... pero al no publicar sus ideas, el mérito se lo lleva Descartes que se apresura a publicar ideas similares en 1637. Descubre un método para trazar tangentes y hallar extremos de curvas... pero tampoco publica sus descubrimientos, por lo que el mérito se lo lleva Newton, que sí lo hace, 30 años después. Le gusta tomar notas en los mismos libros que estudia y en el margen de uno de ellos escribe una vez: "He encontrado una prueba maravillosa de que no existen enteros que resuelvan la ecuación $x^n + y^n = z^n$ para n mayor que 2, pero no me cabe en este margen tan estrecho".

A partir de este comentario y durante más de trescientos años, miles de matemáticos de toda condición y lugar han intentado demostrar este teorema sin conseguirlo. Y todos nos hemos hecho el mismo razonamiento: si Fermat dice que no le cabe en el margen de un libro, la demostración no ha de ser demasiado complicada. Y así hemos dedicado muchas horas a su estudio antes de darlo por imposible, no sin antes decir: "Fermat, mentiroso".

La demostración de este teorema fue realidad en el año 1991 (Wiles), pero sólo es asequible a un número no muy grande de matemáticos.

Friolero

Joseph Fourier (1768-1830) fue amigo de Napoleón, al que acompañó en la campaña de Egipto, y éste le recompensa nombrándole a su vuelta gobernador de Isère, en el sudeste de Francia. Toda su vida estuvo obsesionado por el calor, al que estudia teórica y prácticamente. Publica un libro sobre el mismo utilizando las series que hoy llevan su nombre... pero que eran muy bien conocidas desde mucho antes por Euler, Bernouilli, Lagrange, etc. Tenía la curiosa opinión de que el calor del desierto era el ambiente ideal para vivir sanamente... por lo que se envolvía en ropas como una momia y vivía en habitaciones calurosísimas.

Sergio Falcón es profesor del departamento de Matemáticas de la ULPGC.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Esta primera prueba tendrá dos partes. La primera es sencilla, pero la segunda requiere dedicarle un poquito más de tiempo a los cálculos que hay que hacer. A ver si los número que obtenga coinciden con los nuestros.

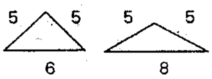
a) ¿De cuántas formas se pueden colocar dos reinas en un tablero de ajedrez?

b) ¿De cuántas formas se pueden colocar dos reinas en un tablero de ajedrez, pero de manera que una no pueda eliminar ala otra?

2) En la siguiente planta de un hotel que tiene sólo diez habitaciones usted ha de ingeniárselas para colocar doce sabios. La cosa, aparentemente, es imposible, pero seguro que lo conseguirá.

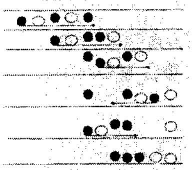
V Olimpiada Matemática Thales; Andalucía.

Estos dos triángulos tienen dos lados iguales. ¿Cuál de ellos tiene mayor superficie?



Soluciones de la semana anterior

1. ¿Ha sido capaz de hacerlo en 5 minutos? ¡Enhorabuena! Si no lo ha conseguido, no se desanime y observe la solución en cinco pasos que le esquematizamos:



2. Se trata de un número par y múltiplo de nueve. Por otro lado es múltiplo de 11 más uno. Efectivamente, es el 144.
3. Área=22,28 cm²

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

ATO

A. Montesdeoca

¿Qué le regalarás?

Solución anterior: Leonor, té

Teoría de juegos: La matemática de los conflictos

El dilema del prisionero

Carlos González-Alcón

De una forma que podría parecer un tanto frívola, los matemáticos llaman juegos a cualquier situación de conflicto de intereses. Una partida de ajedrez o de póker, las negociaciones sobre desarme nuclear o una subasta, son estudiadas por la Teoría de Juegos, que analiza las decisiones estratégicas de sus protagonistas.

Uno de los más famosos juegos es el denominado Dilema del Prisionero, modelo de multitud de situaciones de la vida real. El planteamiento es el siguiente. La policía ha capturado a dos sospechosos, cómplices de un robo, a los que mantiene incomunicados para interrogarles. A ambos se les ofrece la oportunidad de confesar su delito. Si uno confiesa (acusando al compañero) y el otro se declara inocente, el primero saldrá libre por colaborar con la justicia, mientras que el segundo cumplirá una condena de diez años en la cárcel. Si se acusan mutuamente les caerán cinco años a cada uno; y si ambos sostienen su inocencia cumplirán un año los dos por un delito menor. La situación la podemos resumir con ayuda de la tabla 1.

	B confiesa	B no confiesa
A confiesa	5 años cada uno	A libre B 10 años
A no confiesa	A 10 años B libre	1 año cada uno

Tabla 1

Supongamos que antes de ser detenidos consideraron la posibilidad de ser capturados y prometieron no delatarse. Con esto obtendrían un resultado bastante favorable para ambos. Sin embargo, cuando un acusado está siendo interrogado razona del siguiente modo: "Me es más beneficioso acusar a mi compañero, pues si él es fiel a su promesa yo saldría libre; pero si me traiciona y yo no confieso pasaré diez años entre rejas". Como ambos sospechosos se hacen un razonamiento similar, resulta que se acusan mutuamente y cumplen cinco años cada uno: un resultado mucho peor que el que habrían alcanzado de haber mantenido su palabra.

La importancia del Dilema del Prisionero radica en ser paradigma de un sinfín de situaciones en las que debemos elegir entre pequeñas ganancias personales a corto plazo y daños sociales a la larga. Todos los espectadores pueden ver el fútbol cómodamente sentados; pero si alguno se levanta para ver mejor, obligará a todos a verlo de pie. Algo parecido sucede con el pago de impuestos, la instalación de dispositivos que disminuyan emisiones tóxicas, y un largo etcétera. En general esto mismo ocurre con casi todos los bienes públicos, que no es fácil restringirlos a aquellos que pagan por ellos: uno puede beneficiarse sin pagar si otros lo hacen; pero si no lo hacen no es posible para un solo individuo conseguirlo.

Nuestros ladrones, a fuerza de pensar, consiguen estropear su acuerdo y el pasar sólo un año entre rejas, y lo cambian por una condena de cinco años. ¿Cómo evitar este 'bloqueo' que impide alcanzar la situación más deseable para todos? Por un lado, tenemos que si diseñáramos un dispositivo que obligara de alguna forma a cumplir los acuerdos tomados, nuestro problema estaría resuelto. Algunos ven aquí fundamentada la aparición del Estado (y sus dispositivos disuasorios). Otra forma de desbloquearlo es jugar muchas veces sucesivamente al mismo juego. Entran entonces en acción otras consideraciones como el prestigio, o las represalias de otros jugadores a nuestras acciones, que permiten alcanzar resultados beneficiosos para todos. Por ejemplo, un individuo podría anunciar en voz alta algo como lo siguiente: "Estoy dispuesto a colaborar mientras vea que los demás colaboran. Sin embargo, castigaré cualquier traición no colaborando jamás en lo sucesivo". Con su actitud estaría incentivando al resto a seguir su mismo comportamiento y alcanzar un resultado fructífero para todos.

El dilema del prisionero

¿Puede resolverse todo conflicto con ayuda de la Teoría de Juegos? Evidentemente, no. Sin embargo, puede facilitar su comprensión y colaborar en la búsqueda de soluciones. Con apenas cincuenta años de existencia, esta disciplina matemática no sólo está siendo ampliamente utilizada por economistas y sociólogos, sino que despierta gran interés en áreas tan diversas como la biología, las ciencias del comportamiento o la política.

Carlos González-Alcón, Dpto. de Estadística, IO y Computación, Universidad de La Laguna. cgalcon@ull.es

---

Las matemáticas y los jesuitas

Romano Gatto (*)

El nacimiento de la nueva ciencia les planteó a los jesuitas el problema de prepararse adecuadamente, no sólo para refutar posiciones contrarias a la ortodoxia católica, sino también para mantener una posición de preeminencia en el ámbito de la enseñanza. De esta manera, junto a los filósofos y teólogos formados a propósito en el seno de la Compañía para refutar posiciones heterodoxas, se situaron poco a poco como 'científicos profesionales', hábiles matemáticos capaces de responder con competencia a las cuestiones astronómicas, cosmológicas y físicas sobre las cuales cada vez más a menudo se centraban las discusiones. Sólo entonces la enseñanza de la matemática empezó a ocupar un lugar importante en los colegios jesuitas, mientras que durante los primeros tres o cuatro decenios de la vida de la Compañía había estado del todo ausente, o había desempeñado un papel completamente marginal. Varios factores habían contribuido a determinar tal orientación. En primer lugar, la política expansionista de la Compañía requería un número creciente de personas cualificadas para dirigir las organizaciones periféricas y los colegios, así como de docentes para la enseñanza de las *humanae litterae*, la retórica, la filosofía y la teología, materias que constituían el núcleo del proyecto educativo jesuita. En segundo lugar, la falta de docentes preparados a quienes confiar una enseñanza como esa. En tercer lugar, la hostilidad manifestada en los enfrentamientos en torno a la matemática por no pocos filósofos y teólogos de la Compañía, que ponían en duda su cientificidad y su eficacia didáctica y formativa, y que temían que un estudio de esa clase pudiera apartar a los alumnos del de las materias más importantes, tales como la filosofía y la teología.

La batalla emprendida por Christoph Clavius en defensa del papel pedagógico fundamental de la matemática, de su utilidad incluso para una comprensión más fácil de la teología, de su cientificidad específica, de su preeminencia sobre el resto de la filosofía natural, consiguió que, con la *ratio studiorum* del 1585, se instituyera dentro de los *studia superiora* de los colegios un curso específico de matemática. A partir de entonces en los colegios jesuitas se formó un gran número matemáticos que, por la calidad de sus contribuciones a los diversos campos de su competencia, llamaron la atención de sus contemporáneos: Christoph Grienberger, Paul Guldin, Giovanni Giacomo Staserio, Giuseppe Biancani, Nicolò Cabeo, Mario Bettini, Giovan Battista Riccioli, Francesco Maria Grimaldi, Paolo Casati, Nicola Zucchi son algunos de los nombres más significativos de entre los matemáticos jesuitas de los siglos XVI y XVII. La mayor parte de ellos fueron también autores de manuales y tratados de diverso tipo, que a menudo gozaron de una duradera difusión. El primero de todos fue Clavius, cuya producción, que comprendía manuales de aritmética, álgebra, geometría elemental (su *Commentarium ad Euclidis Elementorum*, editado muchas veces, fue durante largo tiempo de los más apreciados), geometría aplicada, gnomónica, un tratado de la esfera, teoría y praxis de los relojes, calendario, sólo quedó interrumpida cuando le sobrevino la muerte.

Grande fue el prestigio de los colegios donde se había puesto en marcha un curso de matemáticas. Un importante papel en favor de la misma desempeñaron también en aquel periodo, los éxitos cosechados gracias a los conocimientos matemáticos, por algunos misioneros como Matteo Ricci y sus compañeros, quienes en China habían podido acercarse a los príncipes locales, ganarse su confianza y llevar adelante su obra de evangelización gracias a sus habilidades matemáticas, astronómicas y mecánicas, que les habían permitido resolver incluso importantes problemas hidráulicos. Pero sobre todo, como se dijo al principio, la matemática se fue consolidando cada vez más como instrumento indispensable para poder hacer frente a las numerosas disputas y controversias surgidas tras los descubrimientos astronómicos posibilitados por la invención del telescopio, así como por el nacimiento de nuevas teorías científicas, que a menudo presentaban posiciones radicalmente encontradas con la ortodoxia de la Iglesia católica.

La disputa científico-doctrinal ligada a las vicisitudes de la condena de Galileo, que ve alineados a los jesuitas en defensa de posiciones ligadas a la tradición aristotélico-tomista, ha demostrado su eficacia no sólo en el plano de la controversia de tipo teológico-doctrinal, sino también en el más específicamente científico.

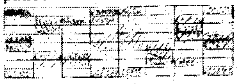
(*) Profesor de la Università della Basilicata (Italia). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

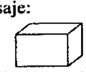
1) Un problema clásico: a la orilla de un río llegan tres exploradores acompañados de tres caníbales. Para cruzarlo sólo hay una barca en la que caben dos personas. ¿Cómo deberán hacerlo si han de procurar que en ninguna orilla puedan quedar un número de caníbales superior al de exploradores?

2) Aquí tenemos un patio cubierto por dieciséis ladrillos iguales en la forma y en el color. ¿Cuál es la forma de los ladrillos y cómo están distribuidos en el patio?

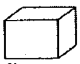


V Olimpiada Matemática Thales; Andalucía.

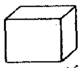
Se trata de adivinar en cuál de las tres cajas de la figura hay un buen montón de dinero. Las tres cajas son de distintos colores y cada una de ellas lleva un mensaje:



BLANCA: el dinero está en esta caja.



AMARILLA: el dinero no está en esta caja.



VERDE: el dinero no está en la caja blanca.

Debes saber que, a lo sumo, uno de los mensajes es verdadero.

Soluciones de la semana anterior

1) a.– 64x63=4.032 formas distintas de colocar las dos reinas; b.– El número total de posiciones es 1.288.

D	O	C	E
S			S
A	B	I	O

2) ¿Ve qué sencillo es? Una sonrisa, por favor, y aprenda que, a veces, hay que ser un poco osado.

3) Los dos tienen la misma superficie.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

SEMILLA

A. Montesdeoca

Creo que no dice la verdad

Solución anterior: A éste nada

Operaciones curiosas

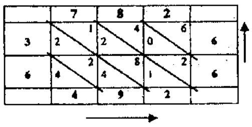
Juan Contreras G.

La utilidad más o menos grande de un sistema de numeración no se revela solamente por el hecho que se puedan escribir todos los números, por grandes que sean, con una tipografía reducida a la forma más condensada y característica posible, de modo que cada número posea una verdadera personalidad: nadie descompone el símbolo 375 en centenas, decenas y unidades para leerlo; lo hacemos mecánicamente. Es necesario también que este sistema permita hacer las operaciones usuales de una manera automática. El sistema romano, evidentemente, no cumple esta última condición. Inténtese realizar la multiplicación de XLI por DCCCXIX.

En estas líneas no se quiere volver a los métodos clásicos de adición y multiplicación en el sistema decimal, que son muy conocidos y aplicables a cualquier otro sistema basado igualmente en la regla posicional. Señalaremos solamente que estos métodos no son los únicos empleados y que en particular la forma de colocar la división no es la misma en todos los países. La disposición de la multiplicación en los países musulmanes es igualmente muy diferente de la que utilizamos; es más larga, pero más fácil. Veamos cómo se hace. Deseamos multiplicar 782 por 63. Para ello colocamos los dos factores en un cuadro en forma de matriz, el uno escrito de izquierda a derecha y el otro de abajo hacia arriba, como se indica en la tabla:

	7	8	2	
3				
6				

En cada cuadrícula trazamos la diagonal principal (del vértice superior izquierdo al inferior derecho. Ahora comenzamos a multiplicar las cifras de cada factor en cualquier orden, colocando el producto en la cuadrícula correspondiente, poniendo una cifra en cada semicuadrícula siempre en sentido ascendente. Cuando el producto posea una sola cifra, se completará la semicuadrícula con un cero. A continuación se suman los resultados situados en la misma banda diagonal, empezando por la derecha del cuadro, sumando el arrastre a la banda inmediatamente situada a la izquierda. El resultado de la multiplicación se encuentra en la fila y columna exteriores leídas en el sentido indicado por las flechas.



Existen también otros métodos muy diferentes que sería muy largo explicar. Pero vamos a citar lo que se llama la multiplicación a la *rusa* y que es muy probablemente un procedimiento extremadamente antiguo. Para hacer esta multiplicación basta conocer la adición ordinaria, la multiplicación por dos y saber encontrar la mitad de un número.

Imaginemos por ejemplo que queremos multiplicar 85 por 16. Para ello tomamos el doble de 85, es decir, 170, y la mitad de 16, o sea, 8. La multiplicación de 170 por 8 da el mismo resultado que la propuesta, puesto que hemos tomado el doble de un factor y la mitad del otro. Repetimos la misma operación, doblando 170 y tomando la mitad de 8; es decir, 340 y 4, y así sucesivamente hasta que el segundo factor se convierta en la unidad. Podemos disponer estos cálculos en dos columnas:

85	16
170	8
340	4
680	2
1360	1

Este caso es particularmente simple, dado que los números de la columna de la derecha son todos divisibles por dos. Si se trata de hacer 75 por 29, se toma la mitad entera y añadimos una tercera columna al algoritmo poniendo una unidad al lado del factor no divisible por dos:

75	29	1
150	14	
300	7	1
600	3	1
1200	1	1

El resultado de 75 por 29 es el último número de la primera columna sumado con los números de esa columna en cuya fila figure la unidad; es decir, 1.200 + 600 + 300 + 75 = 2.175.

Hemos presentado esta operación bajo una forma puramente práctica. Es importante observar que en la tercera columna, vista de abajo hacia arriba y colocando un cero en el hueco que queda, tenemos la explicación en el sistema binario del número 29.

Juan Contreras Guerrero
Maestro de escuela y profesor de matemáticas en el IES Pablo Montesinos

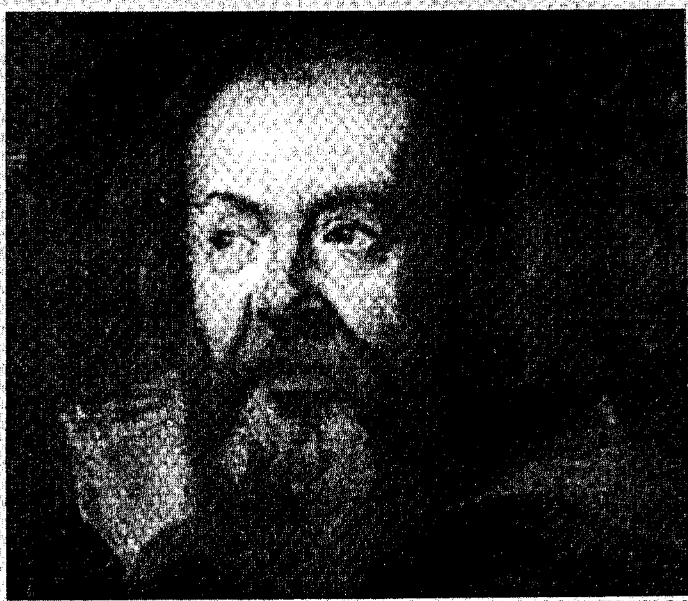
Galileo: ¿Cuál es el papel de las Matemáticas?

Egidio Festa (*)

El interés de Galileo por la Matemática y sus aplicaciones al conocimiento de los fenómenos naturales lo atribuyen la mayoría de los expertos a una influencia platónica. Pero hay que destacar que esto no significa que Galileo se haya dejado conducir en una dirección filosófica concreta. Por ejemplo, no se le puede atribuir la creencia en un mundo constituido por puras entidades matemáticas, del que el mundo de los fenómenos sería sólo un reflejo, según sugiere Platón.

En la época de Galileo prevalece la noción de autoridad y para los tradicionalistas la autoridad, a la cual es indispensable referirse, es el aristotelismo, revisitado y recuperado convenientemente por Tomás de Aquino para servir de fundamento a la nueva Escolástica. En Aristóteles, las premisas de las demostraciones se dividen en *axiomas y postulados* (o hipótesis). Es indispensable el conocimiento de los axiomas (primeros principios), como por ejemplo el principio de no contradicción. Los postulados son las premisas específicas de cada ciencia concreta. Axiomas y postulados son proposiciones *universales*. Pero quien quiera *demostrar* debe conocer las definiciones relativas a aquello que se estudia. Axiomas, postulados y definiciones tienen en común: a) que no están demostrados; y b) que proceden de la experiencia. Antes del proceso demostrativo, basado en la deducción, hay, pues, un proceso inductivo que partiendo de la experiencia nos conduce hacia los primeros principios de la demostración.

Podemos decir que en Galileo no hay diferencia sustancial entre axiomas y postulados. Éstos son, como para Aristóteles, fruto de la experiencia. Pero a diferencia de éste, Galileo prescinde de los aspectos cualitativos y formula los axiomas en términos matemáticos. Galileo explica que, para construir una física matemática "es preciso eliminar los impedimentos de la materia" (es decir, hacer abstracción de las *cualidades* materiales) (*Diálogo*, Jornada Segunda); del axioma se pasa a la definición [ejemplo de definición: cuerpo grave es el que cae según la ley (axioma) del movimiento uniformemente acelerado]. La definición permite prever los fenómenos. El paso de la definición a la *previsión* se efectúa, pues, por *deducción*.


LA PROVINCIA / DLP

Galileo Galilei.

En resumen, en Galileo la experiencia interpretada en términos matemáticos conduce al axioma, por tanto a la definición; es decir, a una realidad abstracta independiente de la materia, capaz de prever, mediante deducción, los fenómenos naturales. Se da por supuesto obviamente que en el paso de la experiencia al axioma, por vía de la *matematización* no se cometen errores. Se trata de un método en el que matemática y experiencia desempeñan un papel determinante. Y éste es el método que caracteriza al nacimiento de la ciencia moderna.

(*) Egidio Festa es investigador del Centro Alexandre Koyré (París). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

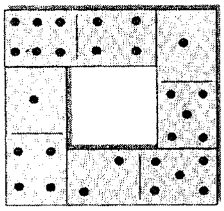
Diviértete y aprende

1) Si se le pidiera que parta una cinta en dos trozos iguales con un solo corte, Vd. seguramente la doblaría y por el centro le daría el corte. Lo que le planteamos ahora es un poco más difícil. Vd. debe partir la cinta en tres trozos iguales pero dando un solo corte.

2) Como Vd. sabe, en un reloj con manecillas, la que marca los minutos gira doce veces más deprisa que la que marca la hora. Por esa razón, la manecilla minutera se superpone sobre la horaria una y otra vez. Se trata de averiguar a qué horas, exactamente (horas, minutos y segundos), se superpone las dos manecillas. Por darle una pista, a las doce en punto es una de ellas.

V Olimpiada Matemática Thales; Andalucía.

Cuatro fichas de dominó elegidas convenientemente pueden colocarse formando un cuadro con idéntico número de tantos en cada lado. En la figura puede verse un modelo (11 tantos por cada lado). Intenta formar cuatro cuadros de este tipo.



Soluciones de la semana anterior

1) Es necesario realizar 11 viajes.

2)

3) El dinero está en la caja amarilla.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

CAERO

El lo hizo hoy en quince segundos

A. Montesdeoca

Solución anterior: Sí, miente

Cazando primos gigantes

Luis González (*)

Los números como 2, 3, 5, 7, 11, 13,... , que no pueden escribirse como producto de dos números más pequeños se denominan primos. Por el contrario, los números como 6 = 2 x 3, 63 = 3 x 3 x 7 ó 154 = 2 x 7 x 11, se descomponen como producto de primos, razón por la cual se les llama números compuestos. La lista de números primos nunca se acaba, y algunos matemáticos se han especializado en encontrar números primos cada vez más grandes, como el cazador que se afana en capturar un pieza cada vez mayor. Pero, ¿qué interés puede tener este extravagante deporte consistente en la " caza del primo gigante" ? Una de las razones por la que los matemáticos se afanan en conseguir grandes primos es que éstos números son de gran utilidad en Criptografía. El funcionamiento de algunos modernos sistemas criptográficos, basados en la Teoría de Números, consiste en lo siguiente: Se comienza encontrando dos números primos muy grandes, digamos, por ejemplo, los primos " gigantes" 89 y 97, con los que se encripta el mensaje. A continuación, el criptógrafo multiplica los dos primos: 89 x 97 = 8633 y hace público el resultado, pero mantiene en secreto los factores 89 y 97. Aunque el " pirata informático" conoce el resultado de esta multiplicación necesita, para poder descifrar el mensaje secreto, factorizar el número 8633. Es decir, necesita averiguar los dos " pedazos" o factores primos (89 y 97) de los que se compone el número 8633. Este cálculo, para números que en la realidad son mucho más grandes que los de nuestro ejemplo, no le será nada fácil (ni siquiera disponiendo de ordenadores muy potentes) y nuestro mensaje secreto quedará a salvo de los curiosos. La cuestión es como encuentran los matemáticos estos números primos enormes. Actualmente, la principal cantera para la obtención de primos gigantes la constituyen los llamados primos de Mersenne, así llamados en honor de Marin Mersenne, monje francés del siglo XVII que los estudió detalladamente. Estos primos se obtienen de una forma muy sencilla. Pensemos en un número primo pequeño (enano), por ejemplo el 5. Multipliquemos 2 por 2 cinco veces, y al resultado de esta multiplicación le restamos 1: 2 x 2 x 2 x 2 x 2 -1 = 31 ¡¡¡ primo!!! Pensemos ahora en otro primo (enano), por ejemplo el 7. Multipliquemos 2 por 2 siete veces, y al resultado de esta multiplicación le restamos 1: 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 -1 = 127 ¡¡¡ primo !!! No siempre tendremos tanta suerte. Multiplíquese 2 por 2 once veces y réstese 1 al producto; el resultado es 2047 que no es primo ¿porqué? Pero cuando el resultado sea un número primo, se le llama un primo de Mersenne y puede llegar a ser muy grande. Para un buen cazador de primos no hay pieza más codiciada que un primo de Mersenne. De hecho, el mayor número primo hoy conocido, cazado el 1 de Junio de 1999 por Nayan Hajratwala, es el primo de Mersenne: 2 x 2 x ...^{6972593} ... x 2 -1 ¡¡¡ el mayor primo conocido !!! que se obtiene multiplicando 6.972.593 veces 2 por 2 y restando 1 al resultado de dicha multiplicación. Por falta de espacio en este periódico, renunciamos a escribir este " recordnumber" de los primos, pues tiene nada menos que la escalofriante cantidad de: ¡¡¡ 2.098.960 cifras !!! Para capturar este primo gigante se utilizó un sofisticado teorema de la Teoría algebraica de Números: el test de primalidad de Lucas-Lehmer, el cual nos permitió decidir que el número indicado es primo. El soporte informático para los cálculos fue coordinado por el programa GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) que, desde su fundación en 1996, ha ganado todos los años el " Oscar al mayor número primo" . ¿Volverá a ganar GIMPS este año el óscar, con un nuevo primo gigante de Mersenne?

(*) Departamento de Matemáticas de la U.L.P.G.C.

Las matemáticas en Newton (1ª parte)

La influencia cartesiana

José L. Montesinos (*)

En el año 1650 muere René Descartes dejando un legado intelectual de fundamental importancia para el desarrollo de la nueva ciencia. El Universo, es ahora, un complejo entramado regido por leyes mecánicas y el hombre, esa criatura finita e imperfecta, pero dotada de una mente en la que están sembradas las semillas del conocimiento, puede y debe tratar de desentrañar y dominar esas leyes. El nuevo científico, al ser consciente de vivir en un Universo indefinido y en movimiento, radicalmente distinto del Mundo cerrado de los antiguos, tendrá que abandonar el "espíritu" de la matemática griega. Ahora prevalecerá la utilidad sobre la estética. La geometría no deberá temer "contaminarse" del movimiento de la Mecánica; el rigor, máximo logro que se imponían los griegos, pasará a un segundo plano.

En 1.661 Isaac Newton ingresa en el Trinity College de la Universidad de Cambridge y tiene a su disposición la magnífica biblioteca de la Universidad y unas inmensas ganas de saber: entra en contacto con el libro que más le va a influir en esta fase de su formación, El discurso del método. De él sacará dos consecuencias fundamentales: Para aspirar a ser un filósofo de la naturaleza, hay que aprender el arte de las matemáticas y manipular con habilidad las técnicas del cálculo en un mundo que exige conocimientos cuantitativos. Las matemáticas, no como un fin en sí mismo, sino al servicio de la Física y de la Filosofía de la Naturaleza.

- No hay problema que no pueda ser resuelto si actuamos con el método adecuado y con la necesaria tenacidad.

A estas alturas, Newton ya ha decidido que su vía será la de la filosofía mecánica y su herramienta fundamental las matemáticas. Y se pone a la labor de una manera febril, trabajando dieciséis horas diarias, siete días a la semana y así durante muchos meses. Siguiendo las pautas cartesianas, manejará hábilmente el Álgebra, esa matemática mágica, de reciente creación, que permite nombrar y manipular los conceptos y magnitudes de la Geometría con gran agilidad y precisión. Aprende a usar sin temor y sin rigor los algoritmos infinitos, y descuida el estudio de la geometría de los griegos. Durante los años 1665 y 1666 Newton obtiene resultados importantísimos en Matemáticas: el teorema del binomio, con el que abrirá las puertas al cálculo con las series infinitas; el método de las fluxiones, o cálculo diferencial, ligado a encontrar la tangente a una curva; y el método inverso de las fluxiones, o cálculo integral, ligado a encontrar el área de una superficie. Newton, con 24 años, es consciente de la importancia de sus descubrimientos. Pero esto no es más que un entrenamiento; para él lo importante está por venir: la Óptica, la Mecánica Celeste, la Alquimia. En el resto de su vida científica dedicará muy poco tiempo a las Matemáticas, y ciertamente perfeccionará sus resultados cuando, más tarde, se decida a publicarlos. En la década de los ochenta, Newton "descubrirá" la matemática de los griegos, la geometría euclídea, el rigor. Se aproximará a la definición moderna de límite, y pretenderá presentar sus "Principios Matemáticos de la Filosofía Natural" al estilo geométrico de los antiguos. Pero todo ello será inútil porque la matemática verdaderamente importante y la que usará en ella es la matemática de los "anni mirabiles", la matemática de su etapa cartesiana y algebraica, cargada de inventiva y preñada de fuerza fáustica.

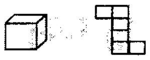
(*) Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Distribuir seis monedas en tres filas de manera que cada fila tenga tres monedas.

2) Como sabe, un cubo es una figura geométrica que tiene seis caras cuadradas y cuyo ejemplo más popular es el dado. Para la prueba que le vamos a proponer se necesita tener desarrollada la imaginación espacial, es decir, ser capaz de 'ver' en el espacio algo que no va a hacer materialmente. Se trata de lo siguiente: si usted va cortando un cubo siguiendo las aristas llegará un momento en que los seis cuadrados que lo forman quedan desplegados y se obtiene un desarrollo, como el indicado en la figura. El problema que usted debe resolver es tratar de averiguar de cuántas formas distintas se puede desarrollar un cubo.



3) Rosa colecciona lagartos, escarabajos y gusanos. Tiene más gusanos que lagartos y escarabajos juntos. En total, tiene en la colección doce cabezas y veintiséis patas. ¿Cuántos lagartos tiene Rosa?

Soluciones de la semana anterior

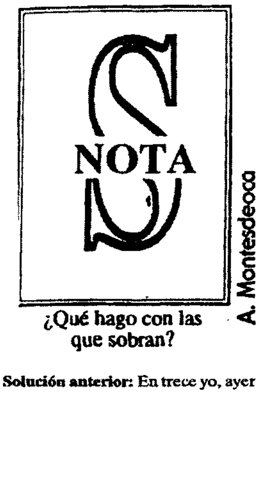
1) Proceda del siguiente modo: a) doble la cinta por la mitad, b) doble la mitad en tres trozos y c) al desplegar se encontrará tres pliegues. Debe cortar por donde está el pliegue que hizo para doblar por la mitad.

2) 12h. 0m. 0seg.
01h. 05m. 27seg.
02h. 10m. 55seg.
03h. 16m. 12seg.
04h. 21m. 49seg.
05h. 21m. 16seg.
06h. 32m. 44seg.
07h. 38m. 11seg.
08h. 43m. 38seg.
09h. 49m. 06seg.
10h. 54m. 33seg.

3) Aquí le ofrecemos dos soluciones, hay muchas más.

Les recordamos nuestra dirección: **2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.**

Jeroglífico



¿Qué hago con las que sobran?

Solución anterior: En trece yo, ayer

José Echegaray (1832-1916): La pasión por las matemáticas y el teatro

Antonio Marcé

La figura de José Echegaray y Eizaguirre tiene importancia en la historia española. Fue diputado en varias ocasiones, ministro en otras tantas, logró el premio Nobel de Literatura, profesor de matemáticas...

José Echegaray nació en Madrid el 19 de abril de 1832 y murió en la misma ciudad el 14 de septiembre de 1916, a los 82 años de edad. Son dos grandes aficiones durante su larga vida fueron las matemáticas y el teatro.

Como él mismo señala, "a la par que se desarrollaban mis afanes y apetitos por el género novelesco y el género dramático, se desarrollaban [...] por el estudio de las [...] matemáticas puras. Tanto o más gozaba yo estudiando un teorema de la geometría [...] que leyendo las primeras entregas de *El Conde de Monte Cristo*".

En otro lugar dice: "La curación de todas mis tristezas, el remedio de todos mis aburrimientos, el centro de todas mis ilusiones intelectuales, por decirlo de este modo, ha sido siempre el estudio de las matemáticas".

José Echegaray.

Las matemáticas

Echegaray estudió en la muy exigente Escuela de Ingenieros de Caminos y fue número uno de su promoción. Pronto (1854) se incorpora como profesor a la misma Escuela y explica muy diferentes asignaturas, pero especialmente las de matemáticas.

La ausencia de textos modernos de matemáticas en español llevó a Echegaray a escribir varios libros con intención principalmente pedagógica, como manuales para facilitar el estudio a sus alumnos. Así vio la luz, entre otros, *Cálculo de variaciones*.

Su dedicación a las matemáticas hizo que conociera algunas nuevas teorías y se convirtió en su introductor en España: la geometría de Chasles, los determinantes, la imposibilidad de la cuadratura del círculo, la teoría de Galois...

Aunque no hizo aportaciones originales a las matemáticas, su aportación a la historia de las matemáticas españolas es destacable. Junto con Eduardo Torroja y Zoel García de Galdeano, se le puede considerar como impulsor de la modernización de las matemáticas en nuestro país. Tal como Rey Pastor llegó a decir, "para la matemática española, el siglo XIX comienza en 1865, y comienza con Echegaray".

Ingreso en la Academia de Ciencias

En 1866 es elegido miembro de la Academia de Ciencias e ingresa en ella con un discurso titulado *Historia de las matemáticas puras de nuestra España*.

Echegaray, en su intervención, criticó fuertemente el escaso desarrollo de las matemáticas en España y acusó a la reacción de ser responsable de ello. En esa ocasión pronunció la célebre frase "la ciencia matemática nada nos debe: no es nuestra; no hay en ella nombre alguno que labios castellanos puedan pronunciar sin esfuerzo". Su intervención vino a avivar la conocida 'polémica de la ciencia española'.

Fue presidente de la Academia de Ciencias y en su honor ésta instituyó el Premio Echegaray como su máximo galardón.

Política

Junto a su compañero ingeniero Gabriel Rodríguez participa en la fundación de revistas y círculos de carácter económico en la línea del librecambismo, frente a los que defendían ideas proteccionistas de la economía local frente al exterior. Con estos primeros pasos en el debate público se va incorporando al movimiento de modernización de España, que los ingenieros en general bien representaron durante el siglo XIX. Se ubicó políticamente en la fracción progresista del espectro político de la época.

Con la Revolución de 1968 y la formación del nuevo Gobierno presidido por el general Serrano, se le nombra director general de Obras Públicas, siendo Ruiz Zorrilla Ministro de Fomento. En las elecciones de 1869 es elegido diputado y ese año pronunció su célebre discurso en el debate sobre la libertad religiosa (mayo 1869). Pocos meses después es nombrado ministro de Fomento (1869-1871).

En otras varias ocasiones es elegido de nuevo diputado (1872, 1877 y 1879) y vuelve a ser ministro de Fomento y más tarde ministro de Hacienda. A él se debe la concesión del monopolio de emisión de moneda al Banco de España y su actual configuración como banco nacional. En fecha tan tardía como 1905 –habiéndosele concedido ya el premio Nobel– es de nuevo ministro de Hacienda, a los 77 años.

Autor teatral

Desde niño siente una fuerte atracción por el teatro y se convierte en asiduo espectador de los dramas que se estrenan en Madrid. Su afición le lleva a escribir alguna obra, de manera que en 1874, siendo ministro de Hacienda, estrena su primer drama, *El libro talonario*. A este título le siguen otros muchos, tales como *O locura o santidad*, *El gran Galeoto*...

En 1904 se le concede el Premio Nobel de Literatura, compartido con Federico Mistral, poeta provenzal. Fue ocasión para que se le tributaran numerosos homenajes y se convirtiera en una 'gloria nacional'.

Las matemáticas en Newton (2ª parte)

Los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural

José L. Montesinos (*)

En 1682 Newton tiene cuarenta años y se dedica con toda su apasionada fuerza a la tarea de penetrar en el secreto de la constitución de la materia y de las fuerzas que concurren en ella. Newton entra en la edad madura y como final de un proceso que se ha ido desarrollando paulatinamente, rompe con la filosofía y las matemáticas de su maestro René Descartes. Cabe decir que en todos estos años –desde sus grandes logros de 1665 y 1666– su actividad matemática es mínima, dedicando sus energías, sorprendentemente para nosotros hoy, fundamentalmente a la alquimia y a cálculos cronológicos sobre la edad del mundo en textos de las Sagradas Escrituras.

Pero ahora, Newton 'descubre' los valores de la geometría de los griegos y tiene lugar en él una verdadera conversión a lo geométrico, que desde ahora será su ideal de elegancia y de rigor cuando-descubre, con admiración, los libros de Apolonio y Arquímedes. Se reprochará no haber estudiado a fondo la geometría de los griegos en su etapa de formación. Empieza a sentir la necesidad del rigor en las demostraciones y parece como si quisiera dar un aire de respetabilidad a sus matemáticas a través de la geometría.

En 1686 tiene ya a punto su gran obra: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, que se editará ese mismo año, gracias al apoyo económico de Halley. Esta obra presenta resultados originales en matemática pura (teoría de límites y geometría de las secciones cónicas), desarrolla los conceptos fundamentales de la dinámica (masa, momento, fuerza), codifica sus leyes principales (las tres leyes del movimiento) y demuestra la importancia dinámica de las leyes de Kepler. Pero el gran logro de esta monumental obra es su explicación del Universo, regulado por la gravedad, por la acción de una fuerza general, una de cuyas manifestaciones particulares es el familiar peso terrestre. Buena parte de la obra trata de las órbitas de los planetas y sus satélites, los movimientos y trayectorias de los planetas y las mareas oceánicas causadas por la atracción gravitacional del sol y la luna sobre los mares.

Es en los *Principia*... donde desarrolla plenamente lo que se ha dado en llamar 'el estilo newtoniano', que consta de tres pasos. El primero comienza usualmente simplificando e idealizando la naturaleza, lo que lleva a un constructo imaginario en el dominio matemático. A continuación, se deducen consecuencias por medio de procedimientos matemáticos, a fin de transferirlas luego al mundo observable de la naturaleza física, en el que, en la segunda fase, se lleva a cabo una comparación y contrastación entre los datos de la experiencia y las leyes o reglas derivadas de tales datos. En el tercer paso, Newton aplica los resultados obtenidos en los dos anteriores a la filosofía natural, a fin de elaborar su 'sistema del mundo'.

En cuanto al estilo matemático de los *Principia*..., Newton, en plena reconversión a lo 'geométrico de los antiguos', presenta su obra de una manera que recuerda a Euclides, aunque solamente el 'ropaje' es euclidiano. El espíritu de los *Principia*... es esencialmente distinto al espíritu de la geometría griega.

(*) Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

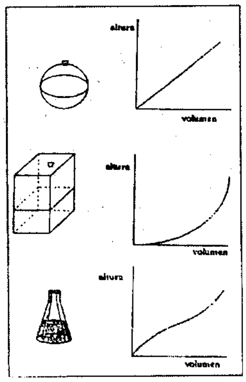
Diviértete y aprende

1) Distribuir diez monedas en cinco filas con cuatro monedas en cada fila.

2) Ayer coloqué la misma hora en mi reloj de pulsera y en el despertador. El primero adelanta un minuto a la hora y el despertador retrasa dos minutos cada hora. Hoy se han parado los dos. El reloj de pulsera marca las 8 en uno y el despertador las 7 en punto.
¿A qué hora los sincronicé?

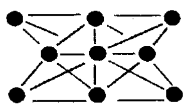
3) **VIII Olimpiada Matemática "Thales". Andalucía.**

Las siguientes gráficas representan para distintos tipos de botellas,/ la variación de la altura del agua con el volumen que contiene ésta./ ¿Cuál es la gráfica que corresponde a cada botella?



Soluciones de la semana anterior

1) Nueve monedas y diez filas

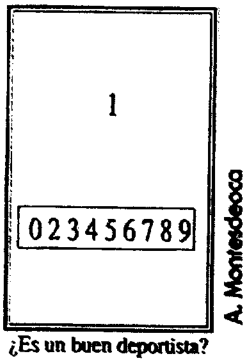


2) El granero empezó con 15 huevos.

3) La superficie es de 400 dm^2.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Es un buen deportista?

Solución anterior: Tergal, lina

Prácticas y estrategias metrológicas que perduran en la Tradición Oral Canaria

José M. Glez. Rodríguez

La práctica metrológica con el uso de los patrones métricos desterró el uso de antiquísimas estrategas de medición, que, sustentadas en la rica tradición grecolatina y mesopotámicas, se mantuvieron casi invariables durante siglos. Tales prácticas arraigaron profundamente entre las clases populares conformando una parte de la Sabiduría Popular Tradicional, y, en la actualidad, lejos de haber desaparecido de nuestros campos, perduran en las tareas más sencillas que incumben a la siembra y cosecha de los vegetales.

Las unidades premétricas castellanas, introducidas en las islas tras la Conquista, conforman la base de nuestro ordenamiento metrológico. En particular, heredamos su modelo ponderal, de procedencia romana, que ha perdurado unificado y estable, tanto en medición como en denominaciones, usos y complejo de divisores y múltiplos, particularmente dicotómico. Así, lo podemos comprobar cotejando las ordenanzas de los siglos XV y XVI, los textos de Aritmética y Agrimensura deciochescos y decimonónicos (Bandini, 1816, S.M. Carro, 1853; E. Culla y Serra, 1871 y Escolar y Serrano, 1802) y nuestras encuestas recientes.

De igual forma habremos de entender el sistema de la fanega castellana como padre de nuestros patrones preméticos: fanega, media fanega, almud o celemín, medio, cuartillo y ochavo. Aunque los aforos difieren entre islas y, aún entre comarcas de un mismo entorno insular, su sistema de múltiplos y divisores es extensible a todo el marco isleño; así como sus usos y técnicas, donde los granos que se miden "al colmo" o "encolmados" se distinguen de los "rayados" o "aferíos" en igual manera. Es más, la conversión tácita que identifica un almud de trigo con 5 kg de peso también aparece generalizada en todos los rincones de Canarias.

Por último, si analizamos aquellas unidades que tradicionalmente se han utilizado en el cómputo de la extensión de los terrenos, sabemos que, aún en la actualidad, las tierras de cultivo se valoran en fanegadas, almudes o celemines y cadenas. La fanegada varía en extensión según las distintas comarcas e islas del Archipiélago. Es mayor en Fuerteventura y Lanzarote (alrededor de 13.000 m^2) que en Tenerife (en torno a los 5.000 m^2); y esta dispersión de magnitudes se explica por las diversas condiciones agroclimáticas de las Islas. En las más orientales, la lluvia es más escasa y se precisa, por tanto, mayor cantidad de terreno para asegurar la correcta germinación de la misma cantidad de cereal. La fanegada se divide en cuatro cuartillas o doce almudes o celemines, y esta estructura métrica permite siempre la división exacta por 3, 4, 6 y 12, facilitando la ejecución de repartos proporcionales entre medianeros, dueños y grupos de labriegos.

Se reconoce un ordenamiento causal entre las medidas agrarias romanas y castellanas, que también se pueden rastrear en nuestro Archipiélago. La identificación: aranzada castellana = heredium romano, queda corroborada por su sistemade divisores; pues:

El Heredium comprende: $2x2x30x480 = 2^8 x 3^2 x 5^2$ pies romanos ^{2}; mientras que la aranzada, de acuerdo con Besnier Romero, supone 400 estadales ^{2}, esto es: 400x16 varas^2 = $2^8 x 3^2 x 5^2$ pies castellanos ^{2}.

Entonces, la fanega de tierra castellana, de 576 estadales ^{2} o 12 celemines de terreno no puede ser la predecesora histórica de nuestras fanegadas (al menos en las islas occidentales), por cuanto, de acuerdo con Bandini (1816), Escolar y Serrano (1801) y D. Darias Padrón (1863), tanto la tinerfeña como la conocida en Gran Canaria comportaban 1.600 brazas^2. Y así, la fanegada de Gran Canaria debe incluir:

1 fanegada = 1.600 x (2 + 1/6)^2 x 3^2 pies^2 = 5.503,66 m^2 que podemos entender como: 400 x 4 x 4 x 3^2 pies = 5^2 x 3^2 x 2^8 pies ^{2} apareciendo de nuevo la descomposición factorial del heredium romano.

En todo caso, conocemos el uso indiscriminado de la fanega de terreno castellana, de la propia aranzada y de la fanegada canaria en los primeros documentos escritos tras la Conquista, sin que podamos situar claramente en el tiempo la distinción entre los tres patrones agrarios. Esto es, las conclusiones de Bandini, Escolar y Serrano y otros expertos en metrología isleña no dejan de ser artificios puramente matemáticos, necesarios para traducir nuestros antiguos patrones agrarios en equivalentes métricos.

Goethe y las Matemáticas

José L. Montesinos (*)

He aquí un pensador que no amaba las matemáticas. A finales del siglo XVIII, el gran literato alemán detesta el cálculo infinitesimal a pesar de que su ansia de infinito no tiene sosiego. Goethe es decididamente escéptico a la idea de una completa matematización de la Naturaleza: las matemáticas, según él, tratan únicamente una faceta de lo real: la cuantitativa, pero la Naturaleza no sólo es cantidad sino también cualidad. En estos tiempos en que triunfa el mecanicismo newtoniano, esto es, la consideración de que la Naturaleza está determinada por leyes mecánicas matematizables, surge la rebelión romántica -movimiento del cual Goethe será uno de sus iniciadores- como reacción contra la filosofía del siglo de las luces, contra la razón matematizante.

Goethe, además de poeta y dramaturgo, pretende también ser un filósofo de la naturaleza y hace sus incursiones en disciplinas como la zoología y la meteorología. En 1810 publica una teoría sobre la luz y los colores en la cual intenta dar a la percepción un papel básico en la óptica, mezclando física y fisiología en un esfuerzo cualitativo que desconfiaba del carácter exclusivamente cuantitativo de la teoría de los colores de Newton.

Otros artistas y pensadores contemporáneos como Blake, Novalis o Schelling van a expresar su disgusto por *"querer someter todos los misterios a la norma y a la línea recta"*. Pero en 1800 la ciencia newtoniana está en el máximo de su esplendor. Laplace ha perfeccionado la mecánica celeste de Newton y cuando Napoleón, fino conocedor de la actualidad científica de su tiempo, le pregunta el papel de Dios en aquel soberbio entramado, éste le contesta: *"Señor, no tengo necesidad de esa hipótesis"*.

Goethe no simpatiza con este determinismo mecanicista y en el "Fausto" hace una reflexión sobre la ciencia y sobre el ansia de sabiduría y sus limitaciones. Fausto es el prototipo de la humanidad descontenta que ambiciona la posesión de todos los saberes. Goethe, muy probablemente, no conoció las facetas alquímicas y teológicas de Newton, celadas rigurosamente por los biógrafos interesados en presentarle como el racionalista por excelencia, el mayor científico de la edad moderna.

O sí las conoció y entonces fue Isaac Newton el modelo de su Doctor Fausto.

LP / DLP

Portada de un número de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

(*) Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Diviértete y aprende

1) Distribuir veinticuatro monedas en seis filas con cinco monedas en cada fila.

2) Para el ejercicio que le proponemos hoy necesita tener a mano una calculadora pues si no los cálculos serían tan tediosos que abandonaría a la mitad o antes. También requerir una vez más, de su imaginación. Se tiene un cuadrado de un metro de lado de papel. Se parte por la mitad. Después, los trozos resultantes se vuelven a partir por la mitad y así, sucesivamente se van partiendo por la mitad los trozos obtenidos la última vez. Ese proceso se repite 40 veces con lo que tendrá un conjunto de papelitos que vamos a amontonar uno encima de otro. De esta forma se tendrá una columna de papelitos cuyo tamaño queremos calcular. ¡Cree Ud. que será más gruesa que un listín telefónico? ¿Y que la Enciclopedia Espasa? ¿Y que el Everest? Para facilitar cálculos, supongamos que 10 papelitos tienen el grosor de 1 mm.

VIII Olimpiada Matemática 'Thales'. Andalucía.

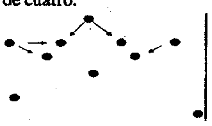
Antonio, Benito, Carlos, David y Enrique disputan una carrera. El resultado de ésta es como sigue:

a) Antonio llega tantos puestos por delante de Benito como David de Enrique.

b) Carlos no llegó el 3º ni el 5º, y Enrique tampoco llegó el 3º ni el 5º. ¿En qué lugar llegó cada uno de ellos, si no hubo empate?

Soluciones de la semana anterior

1) Diez monedas en cinco filas de cuatro.



2) Los relojes se pusieron en hora a las 11.40 del día anterior.

3) La primera gráfica corresponde a la botella en forma de prisma y la tercera es la de la esfera.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

A

TC

A. Montesdeoca

Sucede

Solución anterior: Un fuera de serie.

Un sueño imposible

Eugenio Hernández

Las formas que tiene un colectivo para tomar la mejor decisión a partir de las opiniones, a veces muy dispares, de sus individuos ha sido una preocupación constante de la sociedad. Estas formas, conocidas comúnmente como votaciones, es la base de las sociedades democráticas. La teoría de la elección social trata de explicar estos procesos.

No es fácil convertir las preferencias de cada individuo en un resultado satisfactorio para el grupo completo. Pocas personas conocen que los resultados puedan ser muy distintos según el método de votación que se utilice. Tan distintos como para que un candidato que ganaría con uno de ellos podría perder con otro.

El primer tipo de votación que se nos ocurre es el método de la mayoría absoluta: cada votante a una de entre dos opciones y es declarada ganadora la que obtenga más de la mitad de los votos emitidos. Este método es efectivo si solamente hay dos opciones o dos candidatos, pero deja de serlo si hay tres o más: pudiera suceder que ninguno superara la mitad de los votos emitidos.

Durante los dos últimos siglos se ha propuesto una gran variedad de procedimientos para que un colectivo pueda elegir de entre una lista de varias opciones. Entre éstos están la mayoría simple (la opción ganadora es la que más votos obtenga), la segunda vuelta (entre las dos opciones más votadas se eligen la ganadora por mayoría absoluta) y la eliminación del perdedor (se elimina la opción menos votada y se procede de igualmente con el resto de las opciones; cuando solamente queden dos opciones el ganador es el que obtenga la mayoría absoluta).

Se presenta un ejemplo. Un partido político elige a su presidente nacional mediante votación entre 55 delegados que previamente han sido elegidos por los militantes del partido. Hay cinco candidatos: A, B, C, D, E. Cada delegado tiene una lista de prioridades para elegir a los candidatos. Hay 5! = 120 posibles listas, pero la formación de coaliciones permite expresar las preferencias de los votantes en la siguiente tabla:

	Número de delegados					
Preferencia	18	12	10	9	4	2
1ª	A	B	C	D	E	E
2ª	D	E	B	C	B	C
3ª	E	D	E	E	D	D
4ª	C	C	D	B	C	B
5ª	B	A	A	A	A	A

Si se utiliza el método de la mayoría simple el ganador es A. Con el método de la segunda vuelta gana B. Si se elige el método de eliminación del perdedor es el candidato C el vencedor. Los candidatos D y E también pueden ser ganadores. Si se usa el método del recuento Borda (a cada candidato se le asigna la puntuación de 5, 4, 3, 2 ó 1 según que la preferencia del elector sea la primera, la segunda, la tercera, la cuarta o la quinta y se declara ganador al que obtenga más votos) el ganador es D. El candidato E saldría vencedor con el método de Condorcet (el ganador es el candidato que haya vencido a todos los restantes en enfrentamientos por parejas).

Este cuadro de preferencias nos deja un sabor amargo. ¿Cómo es posible que el método influya tanto en la toma de decisiones? Y anima a emprender la búsqueda del método perfecto. Pero no busquemos por mucho tiempo: las matemáticas han resuelto este problema.

Las matemáticas es una colección de afirmaciones (teoremas) que se deducen de unas premisas básicas (axiomas, hipótesis) utilizando unas cuantas técnicas (algoritmos y razonamiento lógico) que permiten resolver los problemas. A veces estas técnicas conducen a mostrar que un resultado deseable no puede alcanzarse.

Esto fue lo que logró en 1951 el economista Kenneth J. Arrow, Premio Nobel de Economía en 1972. Propuso tres propiedades elementales (axiomas), que son las propiedades deseables que debería cumplir todo método de votación. Una de ellas es la siguiente: si todos los votantes prefieren la opción A sobre la B de entre una lista de varias opciones, el método de elección social debe también preferir A sobre B. Las otras dos son tan de sentido común como ésta. Kenneth J. Arrow probó a continuación que ningún método de votación puede satisfacer estas propiedades.

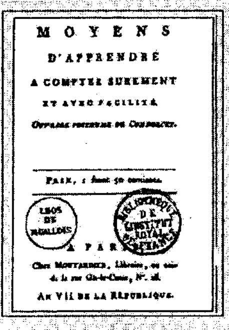
Todos los métodos de votación tienen fallos inherentes y exhibirán, a veces, algunas deficiencias. Este teorema de imposibilidad de Arrow destrozó el sueño de encontrar el mecanismo justo para aplicar en la votaciones: un sueño imposible que tan ansiadamente se había estado buscando durante más de un siglo.

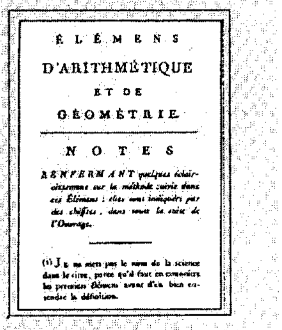
El brusco despertar que produjo el teorema de Arrow no fue obstáculo para que la teoría de la elección social siguiera desarrollándose. Ya sabemos que cualquier método incumplirá alguna de las propiedades deseables. Corresponde a los políticos decidir la menos importante en cada caso y a las matemáticas ayudar a buscar el mejor método que satisfaga las otras dos. Las matemáticas siguen siendo útiles.

Eugenio Hernández es miembro del departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid.

Matemática y educación en la Revolución Francesa

P. G. Urbaneja (*)





Para Condorcet la ciencia es el motor del progreso de la historia, artífice de la libertad política y del bienestar social. Como distinguido matemático intentó aplicar a las ciencias sociales las técnicas matemáticas que tanto éxito habían producido en la ciencia natural, siendo uno de los pioneros de la llamada Matemática Social, dando ejemplo, además como pedagogo, con la publicación de 'manuales del maestro' para facilitar el aprendizaje de los primeros rudimentos del cálculo aritmético.

En el ámbito socio-político de la Revolución Francesa la ciencia y la matemática fueron fuerzas fundamentales inspiradoras de los profundos cambios de una época crucial para la historia de la humanidad, contribuyendo bajo la idea de progreso social al derrumbe del Antiguo Régimen, transformando profundamente las instituciones, la cultura, la educación y la vida. La revolución institucional que trajo consigo la revolución social y política, produjo otras profundas revoluciones: la 'revolución didáctica' con la elaboración de fecundos programas de formación científica y magníficos elementos de transmisión del saber con publicaciones y libros de texto.

Los científicos politizados veían en la enseñanza la forma de hacer realidad el ideal de una sociedad derivada de la razón, la ciencia y la técnica. La mayor parte de ellos se ocuparon del establecimiento de una nueva y moderna Educación, pública, libre y basada en principios científicos. Las dos figuras principales en este terreno fueron Condorcet como espíritu inspirador del Comité de Instrucción que fijó los estándares del nuevo sistema educativo francés (en el que la Matemática constituía una parte fundamental) y Monge como adalid de las instituciones de enseñanza superior: la Escuela Normal y la Escuela Politécnica, que tendrán la misión de formar un equipo de profesores, técnicos y científicos especializados, preparados para resolver los problemas que planteaba la nueva sociedad.

Apareciendo por primera vez en la historia la responsabilidad del poder político en la protección de la ciencia y la educación, la Revolución adoptando de la ciencia y la técnica casi como una religión, crea el tipo de profesor científico, asalariado y público, capaz de vincular el desarrollo de la tecnología con la ciencia pura, alumbrando un horizonte científico socialmente útil. Los maestros de la Escuela Politécnica eran los más famosos matemáticos del momento (Morge, Lagrange, Laplace...) y entre sus diplomados estarán los más eminentes científicos de las generaciones siguientes (Lacroix, Chasles, Gay Lussac, Fresnel, N. Carnot...) así como los técnicos que construirían importantes piezas de ingeniería civil.

La Escuela Politécnica definía el Plan de Estudios desde la Enseñanza Primaria hasta la Superior, lo que suponía que todos los profesores quedaban obligados a plasmar sus investigaciones en publicaciones a escribir libros de texto útiles para impartir las asignaturas, manuales que inundaron el panorama académico, sobresaliendo entre ellos los de Bézout, Monge, Lacroix, Legendre, Lagrange, Lefrançais y Biot, científicos que habían desarrollado auténticas 'revoluciones geométricas y analíticas' en las matemáticas.

(*) Pedro M. González Urbaneja es profesor del IES San José de Calasanz, Barcelona.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

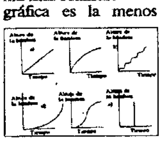
1) Una señora quedó viuda estando embarazada. Según las leyes, estaba obligada a repartir con su hijo la herencia que le había dejado su marido consistente en 3.500 monedas de oro. Si era niño, la mitad de la parte del hijo. Si nacía una niña, la madre recibiría el doble que la hija. Cuando dio a luz tuvo dos mellizos: una niña y un niño.
¿Cómo habrá que repartir la herencia para cumplir con la ley?

2) En el centro están 'Las Joyas de la Corona'. Se trata de tesoro que hay que vigilar desde las garitas que se han colocado alrededor.

3	3	3
3	●	3
3	3	3

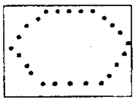
El oficial de la guardia ha colocado tres vigilantes en cada garita, por lo que ha usado 24 vigilantes para cubrir el servicio.
Ahora bien, los vigilantes se han dado cuenta de que el oficial, cuando va a comprobar si la guardia está o no en orden lo que hace es contar si en cada fila hay 9 vigilantes. Si es así se queda satisfecho. Esta forma de comprobarlo permitió que cuatro vigilantes se ausentaran una noche y el oficial no lo notará. ¿Cómo lo consiguieron?

IX Olimpiada Matemática 'Thales'. Andalucía
Cada mañana, en el campamento de verano, el boy scout más joven tiene que izar la bandera a lo alto del mástil.
a) Explica con palabras qué significaría cada una de las siguientes gráficas.
b) ¿Qué gráfica muestra la situación de forma más realista?
c) ¿Qué gráfica es la menos realista?



Soluciones de la semana anterior

1) En principio parece imposible pues 6X5=30. Pero mediante una pequeña astucia se consigue:



2) Se obtendrían 2 elevado a 40 papelitos, lo que le daría una columna de 1099511627 Km. Algo superior al Everest que no llega a los 9 Km.
3) Carlos, David, Antonio, Enrique y Benito.

Jeroglífico

UN
UN
UN
UN
USEN

¿Falta alguien por llegar?

A. Montesdeoca

Solución anterior: Acontece.

Tomás Sánchez Giralda

Un algebrista canario en Valladolid

Tomás Sánchez Giralda nació en 1947 en Las Palmas, ciudad en la que su padre estaba destinado como funcionario. Recuerda "Los días de playa con mis primas mayores. También los viajes a Tenerife en aquellos barcos que para mí tardaban una eternidad". Tomás comienza a estudiar en el Colegio Corazón de María. En 1956 la familia se traslada a Tenerife, al conseguir su padre el ansiado destino, e inicia el bachillerato en el Colegio San Ildefonso, concluyéndolo en 1964.

— ¿Fue un bachillerato agradable?

– Guardo buen recuerdo de los profesores, sobre todo del Hermano Félix. De mis antiguos compañeros también los recuerdos son agradables. He perdido el contacto con ellos salvo en contadas excepciones, como es Antonio Pérez con el que me veo de forma regular.

— ¿Por qué decide estudiar matemáticas?

– Al acabar el Preu, me sugieren participar en la I Olimpiada Matemática. Como uno de los ganadores me conceden una beca para seguir los estudios de la Licenciatura en Exactas. El curso 1964-65 realizó el llamado Selectivo en La Laguna.

— ¿Qué nos cuenta de aquel año en la Universidad de La Laguna?

– Residí en el Colegio San Fernando. Recuerdo mis esfuerzos para convencer a mis padres de que pasar ese año en La laguna era lago bueno. La experiencia fue muy satisfactoria. Los Profesores Cascante, Hayek y Zlote tienen una fuerte influencia sobre mí, haciéndome abandonar la idea de estudiar una ingeniería y me decido, finalmente, por seguir Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid. De mis antiguos compañeros de curso guardo buen recuerdo. Con Luis Balbuena y Guillermo Fleitas mantengo contacto.

Entre 1965 y 1969, años complicados para la universidad española, usted completa sus estudios de Matemáticas en Madrid. ¿Cómo fueron esos años?

– Vivíamos de forma muy intensa. El cierre de Facultades potenció la faceta de autodidactas en nosotros. Había una gran solidaridad. Con buen número de aquellos compañeros sigo conservando contacto, como por ejemplo Guillermo Fleitas. Hubo también algún compañero que por su personalidad era persona poco recomendable y de la que sé que ha tenido problemas. De los profesores guardo buen recuerdo. Por su especial personalidad, Germán Ancochea, por su humanismo, Francisco Botella y Javier Etayo. Por supuesto Pedro Abellanas, que fue mi Director de Tesis doctoral y que ha fallecido recientemente. Ahora puedo entender el gran esfuerzo que realizaban para enseñarnos.

Acababa la licenciatura, Tomás da clases en la Universidad Complutense. Poco después, en 1971, se casa con Olga Pérez Renshaw, nacida en Santa Cruz de Tenerife. De ella dice que "ha sido mi constante ayuda y apoyo. Sobre todo en los momentos difíciles".

Con una beca estudia en la Universidad de París-Orsay con el profesor Giraud, alumno del célebre Grothendieck. En 1976 lee su tesis doctoral, dirigida por Abellanas. Le gusta reconocer la ayuda de sus compañeros, "especialmente de Vicente Córdoba". A partir de ahí gana la plaza de Profesor Agregado en Murcia (1978) y luego se traslada a Valladolid, universidad en la que obtiene la cátedra de Álgebra en 1981.

Usted reconoce la importancia de sus maestros, pero también usted ha sido maestro.

– He dirigido varias tesinas de licenciatura y seis tesis doctorales, teniendo ahora otras dos en preparación. Entre las tesis está la de Margarita Rivero, defendida en la Universidad de La Laguna, en la que actualmente es Profesora Titular de Álgebra.

El profesor Sánchez Giralda ha tenido una intensa actividad investigadora, habiendo dirigido y participado en numerosos proyectos de investigación, impartido cursos y conferencias, tanto en España como en el extranjero. Sus publicaciones matemáticas son muy numerosas.

— ¿Qué tal es el nivel matemático en nuestro país?.

– ¡Cómo ha cambiado en apenas 30 años! Cuando terminé los estudios era difícil encontrar autores españoles en revistas internacionales. Ahora, una de cada 20 publicaciones internacionales en revistas matemáticas son de españoles.

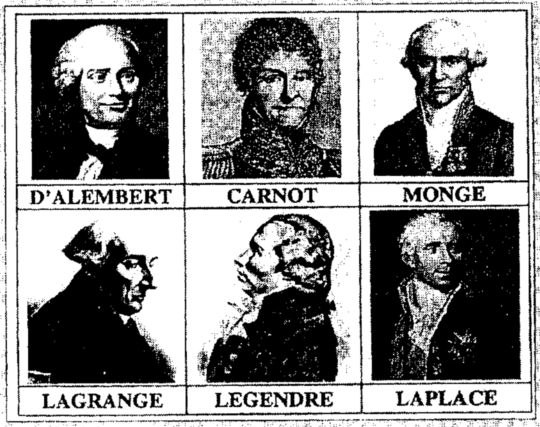
Tomás Sánchez Giralda tiene un fuerte compromiso universitario. Ha sido director de Departamento, vicedecano... Los demás reconocen en él a un universitario completo, razón por la que el claustro de la Universidad de Valladolid le ha nombrado Defensor de la Comunidad Universitaria.

Matemática y educación en la revolución francesa

Pedro M. González (*)

El avance y la perfección de las Matemáticas están íntimamente ligadas a la prosperidad del estado.
Carta de Napoleón a Laplace de 1 de agosto de 1812 (en la campaña de Rusia).

El proceso revolucionario francés tuvo un papel esencial en la consolidación y difusión del hecho científico como motor del progreso social. Muchos científicos contribuyeron al engrandecimiento del acervo matemático en la época de la Revolución Francesa y el período napoleónico, pero la Historia de la Ciencia ha encumbrado a la pléyade formada por seis de ellos, llamados los matemáticos de la Revolución: D'Alembert, Carnot, Monge, Lagrange, Legendre y Laplace. D'Alembert es el padre (junto a Diderot) de la Enciclopedia, autor de su Discurso Preliminar y de sus artículos de contenido matemático; Monge es el artífice de la Geometría Descriptiva y del impresionante avance de la Geometría Analítica y de la Geometría Diferencial, así como el gran maestro por excelencia, adalid de las instituciones educativas y de los nuevos planes de estudios; Carnot es el matemático con mayor responsabilidad política y militar, consciente de los problemas de fundamentos y renovador de la Geometría Sintética; Lagrange es el creador de nuevas teorías, como el Cálculo de Variaciones, las integrales elípticas y la Mecánica Analítica y el gran sistematizador de la Matemática; Legendre es el apóstol del rigor y gran experto en Teoría de Números y Laplace es el paladín de la Matemática Aplicada con su Mecánica Celeste y su Cálculo de Probabilidades. Todos ellos consolidan la Matemática no sólo como ciencia sino también como profesión tanto desde el punto de vista investigador como docente.



En Análisis matemático, aparte del ingente desarrollo de la Teoría de Funciones, de las Series y las Ecuaciones Diferenciales, cobra una importancia esencial la cuestión de los fundamentos, espoleada por la crítica de Berkeley en The Analist. Lagrange en su Théorie des fonctions analytiques (donde introduce las anotaciones, hoy universalmente aceptadas para las derivadas sucesivas f'(x), f'' (x),..., "(x) de una función f(x), Carnot en sus Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitesimal, d'Alembert en sus artículos Différentiel, Limite y Série, incorporados a La Enciclopedia, intentarán dar respuesta al problema, pero habrá que esperar a las nociones de límites y continuidad, en sentido actual, que introduce Cauchy en su Cours d'Analyse, para que se inicie la construcción con todo rigor del Análisis moderno.

La Geometría Analítica experimenta un desarrollo inusitado, sistematizándose de una forma definitiva, similar a las exposiciones actuales (excepto en lo que se refiere al lenguaje vectorial). Se realiza la clasificación general de cónicas y cuádricas (Monge), se resuelven los problemas de distancias (Lagrange), así como multitud de lugares geométricos, aplicándose de forma habitual los determinantes. Aparece la Geometría Descriptiva de Monge, que produjo una revolución en la ingeniería militar y civil, con su aplicación a la construcción de máquinas y edificios. Con Monge, Meusnier y Dupin alcanza su plenitud lo que hoy llamamos Geometría Diferencial Clásica y con Carnot y Poncelet comienza a balbucear la Geometría Proyectiva moderna. Lagrange establece los fundamentos de la Teoría de Ecuaciones que conducirán tanto al resolución definitiva mediante radicales por Abel como a la aparición de la Teoría de Grupos con Galois, Legendre da un paso de gigante en la teoría de Números y Laplace establece los fundamentos de la Probabilidad.

La Matemática de la revolución, con sus revoluciones geométricas y analítica, es la responsable del colosal desarrollo posterior de la Matemática, de la tendencia a la generalización y al rigor como elementos consustanciales de esta ciencia.

Pedro M. González Urbaneja es Profesor del I.E.S. San José de Calasanz de Barcelona y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Para lo que vamos a proponer hoy se necesita una gran dosis de intuición y otro tanto de paciencia, pero no se rinda antes de tiempo y procure conseguir respuestas. Se consideran los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Sin alterar ese orden de menor a mayor, agrupándolos como desee para formar cifras y utilizando los signos más (+) y menos (-) que necesite, debe conseguir que el resultado final sea 100, ni más ni menos. Observe el ejemplo que le proponemos: $12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$. ¿Cuántas soluciones será capaza de conseguir? Intente encontrar las que pueda y nos las hace llegar. A ver cuántas conseguimos entre todos.

2) Recuerdas a los 24 vigilantes que custodiaban 'Las joyas de la corona'. En aquella ocasión se ausentaron 4 vigilantes, el oficila comprobó que había 9 en cada fila y quedó tranquilo. Pues bien, hoy se van a ausentar seis vigilantes y el oficial seguirá yéndose tranquilo porque seguirá contando 9 vigilantes por fila. ¿Cómo?

4	1	4
1	●	1
4	1	4

VIII Olimpiada Matemática 'Thales'. Andalucía.

Vamos a jugar con Alberto, Bernardo, Carlos, Daniel y Enrique a un juego en el que cada uno de ellos será o rana o caimán. Entre ellos se reparten los papeles de ranas y caimanes. Nosotros debemos averiguar quién es rana y quién es caimán con la información que ellos mismos nos facilitan, teniendo en cuenta que las ranas siempre mienten y los caimanes siempre dirán la verdad. Las informaciones que nos facilitan son las siguientes:

- Alberto: "Bernardo es una caimán".
- Carlos: "Daniel es rana".
- Enrique: "Alberto no es rana".
- Bernardo: "Carlos no es caimán".
- Daniel: "Enrique y Alberto son animales diferentes".

¿Cuántas ranas hay?. Razona la respuesta.

Soluciones de la semana anterior:

1) Deberán cumplirse las dos condiciones al mismo tiempo, por lo que a la madre le corresponden 1.000 monedas, al hijo 2.000 y a la hija 500.

2) Véase gráfico.

3	3	3
3	●	3
3	3	3

3) a) La bandera es izada a una misma velocidad todo el tiempo.

b) Al principio se iza muy rápido y al final muy lento.

c) Se va izando a pequeños tramos y parándose en cada uno de ellos.

d) Al principio va muy lento y al final muy rápido.

e) Al principio va lento, luego va muy rápido y al final va lento.

f) Se iza instantáneamente la bandera.

* Normalmente, la bandera se iza como indica la gráfica c).

* La menos realista es la que nos indica la gráfica f), pues no se suele izar la bandera de forma instantánea.

Jeroglífico

¿Quién irá a buscar al niño?

Solución anterior: El último se entretiene.

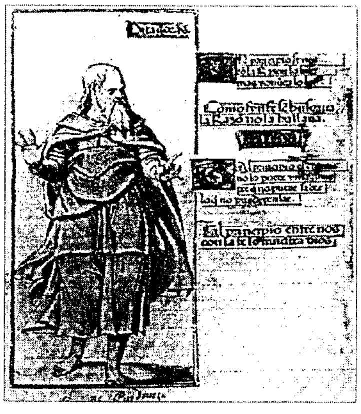
Pitágoras de Samos

Sergio Toledo

Entre los personajes históricos de la cultura griega, quizá ninguno se convirtió en un personaje de leyenda tanto como Pitágoras; la veneración de que fue objeto por parte de sus discípulos ya en vida se fue acrecentando después de muerto y se le atribuyeron rasgos biográficos típicos de las figuras divinizadas: nacer de madre virgen, hacer milagros, poseer el don de la ubicuidad, alcanzar la inmortalidad. Esto ocurrió en la época de auge del neopitagorismo (s. I -II d.C.) y del neoplatonismo (s. III-V d.C.); el filósofo Jámblico publicó una "Vida de Pitágoras" que lo presentaba más como un mago que como un filósofo.

Pitágoras nació en Samos, isla jonia próxima a la costa de Asia menor –actual Turquía– hacia el año 570 a.C., de donde emigró por problemas con el tirano Polícrates en el 532 a.C. Parece ser que realizó algunos viajes que lo pudieron conectar con sabios de Mileto, Mesopotamia y Egipto. Hacia el 525 a.C. se estableció en Crotona, colonia griega al sur de Italia, en la Magna Grecia, donde funda una secta-escuela y donde murió alrededor del 500 a.C. En efecto, el grupo pitagórico no es sólo una escuela filosófico-matemática, sino también una secta religiosa que impone un modo de vida: rituales de purificación, normas dietéticas y de higiene, examen de conciencia, regla de secreto. Había dos tipos de miembros: los matemáticos, que estudiaban con el maestro, y los acusmáticos, que se limitaban a recibir adoctrinamiento.

La doctrina más famosa de los pitagóricos es la reencarnación del alma. Las almas de los seres vivos –humanos, animales, plantas– proceden del alma del



Pitágoras.

Mundo y cuando muere el cuerpo en que están encarnadas regresan a su lugar de origen para purificarse, antes de volver a encarnarse en otro cuerpo. Esta doctrina tiene un claro contenido ético –amén del religioso– pues según haya sido buena o mala la conducta de cada ser vivo su alma se reencarnará posteriormente en otro ser vivo de mayor o menor categoría; en el caso del hombre que alcanza la excelencia, su alma se libera del ciclo de la reencarnación y permanece en el empíreo, morada de los dioses, tal como se atribuyó a Pitágoras. El pitagorismo es una doctrina de salvación: se le concede a cada persona un alma inmortal genérica para estimularlo a que alcance la inmortalidad individual cumpliendo el código moral de la secta. Una consecuencia derivada de esta creencia es el profundo respeto pitagórico por los seres vivos: no celebraban sacrificios animales, siendo sus ofrendas leche, miel, aceite y otros productos vegetales; según algunas fuentes eran vegetarianos.

Desde la perspectiva filosófica, la gran aportación pitagórica consistió en interpretar que la matemática era la esencia del universo, y por tanto, un saber sagrado. A su estudio dedicaron sus mejores esfuerzos, y cuando la secta fue expulsada de Crotona por problemas políticos, hacia el 450 a.C., sus miembros se diseminaron por las principales ciudades helenas, llevando consigo ese saber y contribuyendo decisivamente a la extensión y consolidación de las matemáticas como parte fundamental de la cultura griega. La tradición cuenta que Pitágoras se interesó por las matemáticas a raíz de su descubrimiento de que los sonidos armónicos en instrumentos de cuerda se producían cuando la relación entre la magnitud de las cuerdas podía ser expresada como razón entre números:, 1:2, 2:3, 3:4. De ahí debió deducir la tesis de que "las cosas son números", es decir, que las magnitudes matemáticas son los constituyentes fundamentales de los seres naturales. Pensaba que éstos se hallan formados por 'hòros', unidades físicas elementales, de dimensión infinitesimal; las propiedades de los seres naturales dependen de la cantidad de hòros y de su disposición geométrica. Esta teoría se vino abajo cuando el pitagórico Hípaso de Metaponto descubrió la existencia de magnitudes inconmensurables, o sea, que no podían ser expresadas como razón entre números: por ejemplo, la relación entre los lados de un cuadrado o de un pentágono regular y sus respectivas diagonales.

Para los pitagóricos el universo está formado por dos principios: lo limitado y lo ilimitado, es decir, los cuerpos y el vacío. Mantienen una posición hilozoísta: el universo es un ser vivo y los cuerpos se nutren respirando el aire ilimitado. Pitágoras fue el primer griego que sabemos que afirmaba que la Tierra es redonda. La secta elaboró una tabla cosmológica de valores formada por diez parejas de opuestos, siendo los primeros términos superiores a los segundos: Límite/Ilimitado, Uno/Múltiple, Impar/Par, Recto/Curvo, Reposo/Movimiento, Luz/Oscuridad, Derecho/Izquierdo, Masculino/Femenino, Bien/Mal, Cuadrado/Oblongo.

En aritmética estudiaron la divisibilidad, desarrollando los conceptos de números primos y compuestos, números amigos, perfectos, deficientes y abundantes; ligaron la aritmética con la geometría a través de los números poligonales. Se atribuye al propio Pitágoras la demostración del teorema que lleva su nombre, ya conocido en la práctica por los egipcios; desarrollaron la geometría plana y estudiaron al menos tres sólidos regulares: cubo, tetraedro y octaedro. El pitagorismo tuvo gran influencia en la cultura griega posterior, especialmente sobre los atomistas y el platonismo; su nombre ha quedado entre nosotros como símbolo de la creencia en la inteligibilidad matemática de la realidad física.

Sergio Toledo es profesor de filosofía y miembro de la Fundación Orotava.

Matemáticas y romanticismo (I)

Jacob Steiner, un geómetra romántico

Anne Boyé (*)

La ciudad de Jena es un lugar importante en la historia del Romanticismo alemán. Allí se encuentran Novalis y Goethe, el lingüista Karl Wilhelm von Humboldt y los filósofos Fichte y Schelling. En octubre de 1806, Napoleón Bonaparte inflige una contundente derrota a las tropas prusianas en las afueras de Jena. Von Humboldt y Fichte, en un ambiente de profundo abatimiento nacional, responsabilizan al sistema educativo y proponen una radical reforma del mismo, influida por las ideas del pedagogo suizo Johann Heinrich Pestalozzi.

Para este pedagogo, la intuición es el fundamento de la educación, mediante la cual "aprehender el sentido profundo de las cosas, que se oculta bajo las apariencias, y la unidad del mundo enmascarada tras su diversidad". En particular, en la enseñanza de las matemáticas, hay que privilegiar a la geometría, transmitida de una manera "natural", ejercitando el espíritu en la búsqueda de las relaciones que ligan las figuras geométricas. Este conocimiento debe ser producido y descubierto por el propio alumno, guiado por el profesor a la manera socrática. Porque "es preferible la ignorancia a un conocimiento cargado de prejuicios... Llegar al conocimiento lentamente, a través de la propia experiencia es mejor que aprender de memoria los hechos que otras personas saben y con la mente llena de palabras, perder las facultades individuales y de libre observación... El objetivo superior de la enseñanza es el de preparar al individuo a utilizar libremente y con confianza en sí mismo, las facultades que el Creador le ha dado, y dirigir estas facultades a mejorar la vida humana".

Con estos principios, los reformadores Fichte y Humboldt piensan poder formar ciudadanos útiles al Estado. Si desde la enseñanza elemental se acostumbra a los jóvenes a usar sus poderes creativos, entonces apreciarán el valor de la República y la necesidad de combatir para conservar la libertad. Así pues, en Berlín, a principios del siglo XIX se conjugan el "espíritu de las luces" y la "pasión romántica".

Jacob Steiner es uno de estos muchachos que estudia en el Instituto de Pestalozzi en Yverdon (Suiza). Steiner será el creador de la geometría sintética, contrapuesta a la geometría analítica. Esta última puede desarrollarse sin necesidad de recurrir a las figuras, como un saber neutro, deductivo y carente de poder creativo, una geometría sumisa al álgebra y al análisis matemático. La geometría sintética, por el contrario, necesita de las figuras y de los postulados ligados a nuestra percepción, en la que los objetos geométricos son considerados en el espacio y cuyos principios permiten al alumno acceder a las concepciones más avanzadas sin haber recibido una formación especializada.

Steiner nace en el cantón suizo de Berna en 1796. Es el quinto hijo de una familia de campesinos pobres. En 1814 es admitido gratuitamente en el Instituto de Pestalozzi y un año y medio más tarde es ya profesor de matemáticas en el mismo Instituto. Se establece en Berlín, donde será profesor de enseñanza secundaria y posteriormente de la Universidad de Berlín. Aquí será el maestro de una generación de sabios alemanes, entre ellos de B. Riemann, y tendrá un destacado papel en la creación y actividad del "Journal de Crelle", la primera revista especializada de matemáticas. De su concepción de las matemáticas y de sus ideas pedagógicas hablaremos la próxima semana...

(*) Anne Boyé es profesora de matemáticas en el Lycée de La Reole (Francia) y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) De un depósito lleno se extrae la mitad. Más tarde se vacía la cuarta parte de lo que queda. A continuación se sacan las tres quintas partes de lo que quedaba y nos encontramos con un resto al final de 90 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito lleno?.

2) Recuerdas a los 24 vigilantes que custodiaban *Las Joyas de la Corona*. Pues bien, hoy han venido cuatro amigos de los vigilantes, se distribuyen adecuadamente y el oficial, cuando vino a comprobar la guardia, observó que había, como siempre, nueve en cada fila, por lo que no se dio cuenta de que había cuatro vigilantes más. ¿Cómo lo consiguieron? ¿Y si en lugar de cuatro amigos vienen ocho o doce lo podrían conseguir?

3	3	3
3	●	3
3	3	3

IX Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

Los hermanos Al Caparroni intentan abrir la caja de caudales del Banco Peseta. La combinación es una serie creciente de tres cifras (no nulas). Dentro del bolsillo del cajero maniatado, descubren las dos indicaciones siguientes:

- *Las sumas de las cifras es 17.*
- *El producto de dos cualesquiera de ellos aumentado con el tercero es un cuadrado perfecto.*

¿Cuál es la combinación de la caja?

Soluciones de la semana anterior

1) Deberán cumplirse las dos condiciones al mismo tiempo, por lo que a la madre le corresponden 1000 monedas, al hijo 2000 y a la hija 500.

5		4
	●	
4		5

2) Hay 9 vigilantes por fila, pero sólo 18 en lugar de los 24 que tenía al principio.

3) La clave de este juego está en Daniel. Supongamos que dice la verdad, por tanto sería caimán. Pero si Enrique y Alberto son animales diferentes, como Enrique dice que Alberto no es rana (luego es caimán) y, por tanto, él es también caimán. (Animales iguales). Si suponemos que Enrique no dice la verdad (rana), Alberto sí es una rana (animales iguales); luego Daniel no dice la verdad, por lo cual:
Daniel es rana, eso implica que:
Carlos es caimán
Bernardo es rana
Alberto es rana
Enrique es rana.
Así pues, hay cuatro ranas y un caimán.

Jeroglífico

SR

¿Ya está totalmente curado?

A. Montesdeoca

Solución anterior: Le traeré yo.

Jorge Juan en los sellos

J. Conrado González García

Parece razonable en filatelia que cada país edite sellos con sus personajes más populares. Personas que hayan descollado en cualquiera de las actividades humanas. Así hay sellos de científicos, políticos, músicos, etc. Sin embargo, en nuestro país es curioso que sólo se haya editado un sello dedicado a un matemático. Se trata de Jorge Juan y Santacilla, cosmógrafo, astrónomo y marino, nacido en Novelda (Alicante) en 1713 y que muere en Madrid en 1773. Como guardia marina estuvo once años haciendo diversas mediciones geográficas en Colombia y Ecuador. Luego de ascender a capitán de navío, el Estado le encargó varios trabajos científicos importantes como el proyecto y realización de los arsenales de Cartagena y Ferrol, diques, bombas de fuego y diseños de barcos. Posteriormente ya como capitán de la compañía de guardias marinas estableció el Observatorio Astronómico de Cádiz. Fue autor de varias obras de política, navegación y de astronomía. También fue uno de los promotores de la futura Academia de Ciencias de Madrid. El sello que se le dedica fue emitido en 1974 como un recordatorio un tanto tardío (un año después) del bicentenario de su nacimiento.

Este año 2000 es el año mundial de la matemática. No sería una mala idea que los responsables de las emisiones filatélicas de España lo tuvieran en cuenta y editaran algún sello alusivo a este evento. Por otro lado para los amantes de los sellos, en general, este año es también un momento adecuado para comenzar una colección de España por cuanto se cumple el 150º aniversario del sello español. En efecto: El primer sello de España se emitió el 1 de Enero de 1850, con la efigie de la reina Isabel II, tatarabuela de nuestro actual rey.

Finalmente a título de comentario citaré que, en España, siguiendo una moda iniciada en Francia, Holanda y Bélgica hace ya veinte años se vienen editando sellos de personajes de cómic. Personajes como el Capitán Trueno, Jabato, Mortadelo y el Guerrero del Antifaz ya han salido en los sellos. También en Francia han salido sellos de Descartes, Newton, Laplace, Lagrange y otros matemáticos. En España, parece que, ¡por fin!, vamos a tener un sello de un matemático; con motivo de ser 2000 el año mundial de las matemáticas, el Fondo Nacional de Moneda y Timbre va a dedicar un sello a uno de nuestros mas importantes matemáticos: Julio Rey Pastor. ¡Ya era hora!

Sellos de matemáticos.

Matemáticas y romanticismo (II)

Jacob Steiner, un geómetra romántico

Anne Boyé (*)

Las directrices pedagógicas de Steiner, su concepción de las matemáticas y sus trabajos de investigación están estrechamente ligados. Si el saber romántico está caracterizado por la crítica de la ciencia oficial, el rechazo de las normas establecidas, la defensa de la imaginación creadora, de la intuición y del sentimiento, entonces, sin duda, podemos decir que la obra de Jacob Steiner es verdaderamente romántica.

Mientras que la pedagogía tradicional actúa desde fuera hacia dentro, quizás para asegurar la integración de los jóvenes en la sociedad adulta, la pedagogía de Pestalozzi y de Jacob Steiner, exige el sentido inverso, de lo interno del individuo a lo externo, para que éste pueda construir su propia identidad y descubrir una cierta forma unitaria del saber. Creador de la geometría sintética, Steiner piensa que la geometría pura es una disciplina formadora del espíritu, de la capacidad de descubrimiento del individuo, mientras que el álgebra no 'descubre' más que lo que ya se sabe de antemano. De su obra *Teoría General de los contactos e intersecciones de círculos y esferas* emana una impresión de equilibrio y de orden; aquí resuelve con gran simplicidad, entre otros, el problema de Malfatti que consiste en trazar tres círculos tangentes dos a dos, de manera que cada uno de ellos toca dos lados de un triángulo dado.

En 1832, publica su obra más importante: *Desarrollo sistemático de la interdependencia de los conceptos geométricos*. En el prólogo de esta obra dice: "... se trata de descubrir el organismo en el cual los fenómenos heterogéneos del mundo del espacio están ligados unos a otros. De producir un puñado de relaciones fundamentales completamente simples, que delinean la osatura del organismo y a partir de los cuales se deducen los teoremas sin dificultad... de esta forma se pone orden en el caos aparente y se ve cómo todas las partes se articulan las unas a las otras... y se llega a la posesión de los elementos de los que procede la naturaleza, y se puede con un máximo de economía enseñar las innumerables características de las figuras". Se trata, claro está, de la naturaleza romántica, unidad orgánica diversificada al infinito; es el postulado unitario de la *Naturphilosophie* alemana.

Impresiona la simplicidad que emana de la obra de Steiner. La visión del espacio y su representación, su correspondencia con el mundo interior –el del alma del hombre– está en el corazón de la vida y de la obra de nuestro matemático.

Para terminar, quiero ligar a Friedrich, el gran pintor romántico alemán de comienzos del XIX –que escribió: "Cierra tu ojo físico para que veas primero con el ojo de tu espíritu"–, con el viejo Jacob Steiner, que se quejaba a su amigo Shläffi de la fatiga que le impedía trabajar, pues "cuando él cerraba los ojos para ver, se dormía".

(*) Anne Boyé es profesora de matemáticas en el Lycée de La Baule (Francia) y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Matemática, nombre de mujer

FELIPE MARTÍN MARTÍN

Rozando los treinta años de docencia y la mitad de éstos dedicado a la educación de las personas adultas, ¡cuántas cosas he aprendido de éstas!

Cuando las alumnas adultas llegan a los centros, vienen con unos miedos terribles, se creen incapaces de aprender, sobre todo matemáticas. Comienzan diciendo que hace mucho tiempo que no estudian, que apenas fueron a la escuela y sobre todo que nunca se les han dado los número. ¿Amas de casa a las que no se les dan los números? ¡Imposible! ¿Quién administra la economía del hogar como ellas?, ¿quién hace como ellas tantas operaciones matemáticas: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, proporciones? Por una tacita de arroz, dos de agua. ¿Cuántas incógnitas despejan, hasta hallar la solución, para llegar a final de mes? Cuando se dan cuenta de que eso es matemática y la importancia de su utilidad, la cosa cambia. Llegan con el concepto de que son poco inteligentes, de que sólo sirven para cuidar a los hijos, hacer de comer, fregar y estar ahí, ¡casi nada!, ¡como si eso fuera poco! Es hermoso ver que poco a poco, jugando, van descubriendo ese otro rostro de las matemáticas, hasta ahora para ellas desconocido. Es como el que vive continuamente con alguien y nunca ha profundizado en su conocimiento, sólo superficialmente.

Como en el cuento de la cebolla, tenemos que ir quitando capa a capa, hasta llegar a su mismísimo corazón. Pasito a pasito las personas adultas se van introduciendo en su conocimiento. ¡Cómo aumenta su autoestima cuando se dan cuenta de que esa desconocida no lo era tanto, de que esa que se esconde detrás de unos signos, unos símbolos, unas operaciones, no les resulta tan extraña! Cada día se entusiasman más con ella y muchas salen a la pizarra, ¡cosa impensable al principio de su aprendizaje! Se llenan de orgullo, cuando explican a los otros compañeros sus logros.

Las personas adultas todo lo absorben con una delicadeza increíble. Es gratificante para el profesor ver la cara de esas personas cuando dicen: "¿Sabe?, ayer les expliqué a mis hijos las matemáticas y les ayudé a hacer sus ejercicios". Se nota que su autoestima ha subido muchos peldaños. Empiezan a creer en sus posibilidades y eso, amigo mío, es toda una gozada.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) En un edificio de cinco viviendas, la comunidad de vecinos está formada por los cinco dueños que, para simplificar, llamaremos A, B, C, D y E. Hay que formar una comisión de tres vecinos para administrar el edificio. El vecino A dice: Propongo elegir a tres vecinos indicando quién creemos que debe ser el Presidente, quién el secretario y quién el tesorero. El vecino B opina: Creo que no. Debemos elegir a tres vecinos y punto. A lo que el vecino C señala: Me parece que da igual un método que otro. ¿Opina Ud. lo mismo que el C?

2) Una maestra tiene un grupo de 30 alumnos y alumnas, entre los que quiere repartir 10 regalos. Se le ocurre el siguiente procedimiento: coloca a los estudiantes formando un círculo y les asigna un número del 1 al 30 consecutivamente. A continuación los va contando de 13 en 13 empezando por el 1 de forma tal que al que le corresponda, recibe su regalo y se sale del coro. ¿Cuáles son los números de los estudiante a los que corresponde un premio?

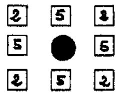
X Olimpiada Matemática; Aragón, 1999.

Comparando coches: Cuatro amigos comparan la edad, el color y la velocidad de sus coches de carreras del 'scalextric' y obtienen las siguientes conclusiones:

1. El de Alberto es más oscuro que el de Santiago, pero más rápido y más viejo que el de Juan.
2. El de Juan es más lento que el de Luis.
3. El de Luis es más nuevo que el de Alberto.
4. El de Alberto es más viejo que el de Santiago.
5. El de Santiago es más claro que el de Luis.
6. El de Juan es más lento y más oscuro que el de Santiago.

¿Cuál es el más viejo, cuál es el más lento y cuál es el más claro de los coches?

Soluciones de la semana anterior:
1) El depósito es de 600 litros.
2) Con cuatro amigos:



Con 8 poner 7 en las garitas centrales y con 12 poner 9.
3) Haciendo todas las series crecientes de tres cifras posibles que sumen 17 obtenemos las siguientes:
179-269-278-359-368-458-467
si comprobamos la segunda indicación en estas siete series es fácil ver que sólo la primera cumple esos requisitos, ya que:
9X7+1=64
9X1+7=16
7X1+9=16
Por tanto la combinación de la caja es 179.

Jeroglífico

A. Montesdeoca

¿Está bien hecho?

Solución anterior: Se repone.

Henri Poincaré

José Sabina de Lis

Henri Poincaré es uno de los impulsores más importantes de la matemática del siglo XX. Nació en Nancy (Francia) en 1854 y murió en París en 1912. Fue primo hermano de Raymond Poincaré, presidente de la República Francesa de 1913 a 1920. Se graduó en l'cole Polytechnique (1875) y en l'cole des Mines (1879), estudios que simultaneó con la licenciatura (1876) y doctorado (1879) en matemáticas por la Sorbona. Como los grandes matemáticos del XVIII y principios del XIX, Newton, Euler, Lagrange y Gauss; Poincaré abarcó en su obra la práctica totalidad del espectro de las matemáticas, incluyendo además importantes áreas de la física como la mecánica celeste, mecánica de fluidos, óptica, electricidad y electromagnetismo (junto con Lorentz se le considera uno de los precursores de la teoría de la relatividad). Escribió del orden de quinientos artículos de investigación y numerosos textos sobre física matemática –disciplina de la que fue catedrático en la Sorbona– destacando 'Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste' que reeditó la NASA en la década de los sesenta. Junto con D. Hilbert (1862-1943) fue el líder de la matemática de finales del XIX y principios del XX. En la matemática hay un 'antes' y un 'después' de H. Poincaré. Un rasgo característico de su obra es la habilidad para descubrir en los problemas relaciones insospechadas entre ramas desconexas de la matemática. Profundizaba en éstos hasta revelar las facetas universales; las que permiten reproducir la misma estrategia para atacar otras cuestiones aparentemente diferentes. Por ejemplo, la noción de función es el modelo matemático para 'ley' que explica cómo un cierto tipo de efectos se sigue de una cierta clase de causas. Sin ir más lejos, la misión de

Ilustración de José Sabina Illana.

la ciencia es encontrar las 'funciones' que describen los fenómenos de la naturaleza. Poincaré fue el mejor especialista en teoría de funciones de su tiempo. Seguidor de las ideas seminales de B. Riemann (1826-66), utilizó la teoría de funciones para resolver problemas en campos tan distantes como la geometría algebraica o la teoría de números. Defendió el valor de la intuición frente al del formalismo lógico. Poseía asimismo un extraordinario talento en la exposición –íntima y directa– de las ideas matemáticas. A principios de siglo se convirtió en el primer divulgador de los avances científicos. Sus libros: *La ciencia y la hipótesis*, *El valor de la ciencia* y *Ciencia y método*, auténticos best-sellers de su época, son tres clásicos en filosofía de la ciencia de gran valor literario. La sistematización de los métodos del 'análisis situs' (la actual topología) fue una de sus contribuciones más importantes. Sus métodos permitieron trazar el "mapa de carreteras" de los espacios n dimensiones (B. Riemann fue el precursor en este campo) lo que más tarde resultó ser crucial para acceder a la noción de espacio-tiempo en la teoría de la relatividad. Poincaré se ocupó asimismo del estudio de los fundamentos de la geometría y de las llamadas geometrías 'no euclídeas' que fueron también determinantes para la cimentación del edificio matemático en el siglo XX. La piedra angular de la obra de Poincaré son sus trabajos en dinámica y ecuaciones diferenciales, la herramienta fundamental de la física y matemática aplicada para describir el comportamiento de sistemas físicos, biológicos, económicos y sociales (por ejemplo, el vuelo de una astronave, el transporte de masa y energía desde un foco emisor, los ciclos biológicos de comunidades de animales y plantas, etc.). El problema fundamental que atacó es el que se conoce en mecánica como el 'problema de los n cuerpos': n masas (planetas) que interactúan gravitatoriamente entre sí, describiendo una gran variedad de movimientos (órbitas). Se trata de establecer cuándo hay órbitas cerradas, determinando su 'estabilidad'. Esto significa medir cómo podría ser una 'perturbación' exterior capaz de 'destruir' el equilibrio de las órbitas cerradas causando que los cuerpos colisionasen entre sí, por atracción gravitatoria, tras la ruptura de sus órbitas cíclicas. En otras palabras saber si, por ejemplo, el paso de un cometa cerca del sol puede llegar a desestabilizar el sistema solar. Poincaré recopiló sus ideas revolucionarias sobre el problema en una memoria que consiguió el primer premio de un certamen internacional de matemáticas. Este había sido convocado en 1889 por el rey Oscar II de Suecia, quien a la sazón había cursado estudios de matemática. Curiosamente, el trabajo vino a poner de manifiesto que, incluso en el caso sencillo de tres cuerpos (por ejemplo, un planeta y dos satélites), cuando se perturba la órbita cerrada de un cuerpo la gama de movimientos posibles por los que puede optar éste es, en algunas condiciones, sumamente compleja e intrincada. El problema de la estabilidad de dichas órbitas resulta entonces virtualmente imposible de decidir. Cien años de experiencia en el tema y simulaciones por ordenador del movimiento de los cuerpos no han hecho sino confirmar sus conclusiones. Estos aspectos de la obra de Poincaré se han revalorizado a partir de la década de los sesenta dando lugar a un nuevo paradigma en la física y matemática conocido como teoría del caos, que es una de las áreas de actividad del recientemente fundado 'Análisis no Lineal'.

Augustin Cauchy y la escuela matemática francesa de comienzos del siglo XIX

Xavier Lefort (*)

1789 es el año en que comienza la Revolución Francesa, que cambiará el curso de la historia europea, pero es también el año en que nace Augustin Cauchy, uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX. Su fama se debe tanto a la importancia de los puestos que ocupó en la Academia de Ciencias y en la Escuela Politécnica de París como al acierto y amplitud de sus trabajos: escribió 789 memorias y artículos que abarcaban todos los dominios matemáticos. No en vano, muchos conceptos y teoremas llevan hoy su nombre ...

Desde su infancia deja París para huir, con su familia, de los acontecimientos de aquel final de siglo, y tiene la suerte de encontrar a algunos de los más célebres matemáticos de la época: Lagrange, y sobre todo Laplace, autor de la famosa Mecánica Celeste. Cauchy entra en la Escuela Politécnica con dieciséis años para estudiar ingeniería militar, y trabaja de 1810 a 1813 en el dragado y fortificación del puerto de Cherburgo. En esa misma época envía a la Academia de Ciencias de París su primera memoria (de Geometría), donde fue leída por Legendre.

En 1816, cuando cae el imperio napoleónico, el nuevo régimen realista reorganiza la Academia y cesa a algunos sabios considerados demasiado cercanos a Napoleón. Entre ellos Monge, famoso por sus trabajos en Geometría. Es el momento en que Cauchy entra en esta institución a la vez que es nombrado profesor de la Escuela Politécnica. Allí impartirá un curso de Análisis que será una referencia durante largo tiempo y que será publicado en 1821. Nombrado por el gobierno de los Borbones, Cauchy les es fiel hasta el punto de exiliarse en 1830, cuando los disturbios parisinos deponen al rey Carlos X en favor de Luis Felipe. En 1838 vuelve a Francia donde es tenido en gran estima por la comunidad matemática y sus escritos son altamente considerados. Es uno de los principales autores que contribuyen a los 'Anales de Gergonne', revista de la comunidad matemática francesa. Muchas memorias y trabajos le son presentados para obtener su aprobación; sin duda, demasiados, puesto que algunos se perderán como un trabajo del joven Evaristo Galois. Las ideas de este matemático, muerto en un estúpido duelo a los 21 años, revolucionarán la teoría de las ecuaciones.

A su muerte, en 1857, Cauchy dejará una obra muy importante, que abrirá una etapa de preocupación por el rigor, característica de las matemáticas de finales del siglo XIX.

(*) Xavier Lefort es profesor de matemáticas en la Universidad Politécnica de Saint Nazaire (Francia). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Si Eva, la del Paraíso, hubiese sabido lógica, tal vez hoy fuésemos felices e inmaculados.

Y es que una vez que fueron creados los cielos y la tierra, la astuta serpiente del Paraíso se propuso cumplir con su misión. Los martes, jueves y sábados mentiría irremisiblemente. Los otros días de la semana diría la verdad.

— Eva, Eva, ¿por qué no pruebas la manzana? -le dijo la serpiente con su melodiosa voz.

— No. No puedo, me lo tienen prohibido -respondió Eva.

— ¡Bah! -le señaló la serpiente- puedes aprovechar a comerla, porque hoy es sábado y Él está descansando.

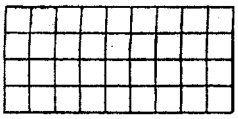
— No, no y no; hoy no -le insistió la primera dama y agregó: — Tal vez la pruebe mañana.

— Mañana es miércoles y será muy tarde -le aclaró la serpiente.

Y de ese modo, Eva cayó en el engaño y ya sabemos lo que pasó.

¿Qué día de la semana ocurrió la conversación entre Eva y la serpiente?

2) El rectángulo de la figura tiene 36 cuadraditos. ¿Cómo lo debe cortar para que con las dos piezas que obtenga pueda formar un cuadrado?



II Olimpiada Matemática Thales. Andalucía.

En una casa encantada hay un fantasma especial. Aparece cuando el reloj comienza a dar la medianoche y desaparece con la última campanada. El reloj tarda seis segundos en dar seis campanadas. ¿Cuánto tiempo dura la aparición del fantasma?

Soluciones a la semana anterior

Soluciones de la semana anterior:

1) No. No da lo mismo hacer la elección según indican A y B. Según el criterio de A son posibles 60 formas y según B sólo 10.

2) El premio corresponde a los que ocupan los lugares 7, 8, 9, 12, 13, 22, 23, 25, 26 y 30.

3) El coche más viejo es de Alberto, el más lento de Juan y el más claro de Santiago.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

LA

LA

A. Montesdeoca

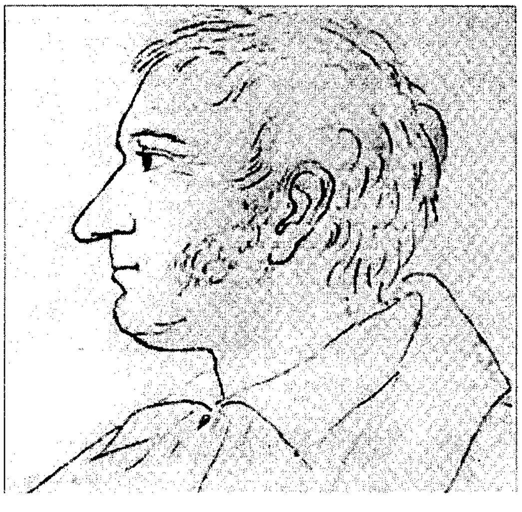
¿Qué aves marinas son?

Solución anterior: A conciencia.

Karl Friedrich Gauss, genio universal

Domingo Chinea Miranda

Karl Friedrich Gauss es considerado, junto con Arquímedes y Newton, uno de los tres más grandes matemáticos de todos los tiempos. Nació en Brunswick (Alemania) en 1877. Su padre, Gerhard Diederich, era un obrero que consideraba inútil que su hijo recibiera una educación adecuada. Sin embargo, su madre, Dorothea, honrada mujer de carácter, más inteligente y sensata, siempre animó a Gauss en sus estudios y gracias a su apoyo evitó la pretensión de su marido de mantener a su hijo tan ignorante como él mismo.



Karl Friedrich Gauss.

En toda la historia no se ha encontrado un matemático que se acerque a la precocidad de Gauss cuando era niño. Antes de cumplir los tres años, corrigió a su padre en la cuenta de la paga a los trabajadores que tenía a su cargo. Apenas con diez años, su maestro, para tener entretenidos a sus alumnos, propuso a la clase el problema de sumar los cien números que, partiendo del 81.297, resulten de añadir al anterior la cantidad fija de 198. Apenas había terminado el enunciado, Gauss puso su pizarra en la mesa del profesor con la solución correcta, mientras que los demás, después de una hora de cálculo, no dieron con la misma.

Con sólo doce años se cuestionaba los fundamentos de la geometría euclídea, a los dieciséis ya ponía los cimientos de una geometría distinta de aquélla y un año más tarde se propuso la difícil tarea de completar las investigaciones que estaban a medio hacer en el campo de la teoría de números.

Gauss gozó de la protección del duque de Brunswick, quien, al reconocer su talento, le envió a estudiar primero a un colegio y posteriormente a la Universidad de Gotinga, en 1795, donde adquirió una formación clásica y científica superior al resto de los estudiantes. A sus diecinueve años, dudaba todavía entre la filosofía y las matemáticas; se decidió finalmente por éstas tras uno de sus brillantes descubrimientos: la construcción del polígono regular de 17 lados con sólo regla y compás. Es de observar que desde la época de los griegos se sabía construir con regla y compás polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 8, 10 y 15 lados, y es fácil de construir a partir de ellos otros polígonos regulares con el doble número de lados. Además, Gauss probó que era imposible tal construcción para polígonos regulares de 7, 9, 11, 13, lados, intento que se venía realizando desde hacía más de 2.000 años.

Gauss cultivó diferentes ramas de la ciencia, y a todas ellas hizo importantes contribuciones. Su aportación matemática se extendió a casi todas las áreas (álgebra, análisis matemático, estadística, geometría), quizás las más relevantes hayan sido en álgebra y en geometría. Toda su obra se caracteriza por su rigor y perfección.

Después de leer su tesis en 1798, sobre la demostración del teorema fundamental del álgebra, en 1801 Gauss publica su obra fundamental: *Disquisitiones arithmeticae*, la cual se usó de modelo en los estudios posteriores de la teoría general de superficie en su trabajo *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, obra maestra en geometría clásica de superficies. También Gauss fue el primero en desarrollar una geometría no euclídea y en darle tal denominación. Estos trabajos geométricos de Gauss, continuados por B. Riemann, fueron fundamentales para el desarrollo de la teoría de la relatividad, de A. Einstein.

Gauss aportó grandes contribuciones al campo de la física y la física-matemática (electromagnetismo, astronomía, mecánica, acústica, óptica).

Una buena parte de su vida la dedicó a trabajos de geodesia, donde también aplicó las matemáticas.

Otra de sus obras fue la edificación y puesta en marcha del observatorio de Gotinga, del que fue director durante 40 años. También ocupó frecuentemente el puesto de decano de la Facultad de Gotinga.

No era un hombre muy comunicativo en la vida, aunque en el campo de las ciencias siempre estuvo rodeado de numerosos alumnos y discípulos.

Se casó en 1805 con Johanne y tuvo primero dos hijos, pero al nacer el tercero, murió Johanne, en 1809, y el niño sólo vivió algún tiempo. Se casó por segunda vez con Minna en 1810, con la que tuvo tres hijos. Desde 1818 su esposa sufría tuberculosis y neurosis histérica y murió en 1831.

Sus últimos días estuvieron llenos de honores, pero no fue tan feliz como merecía. Gauss tenía una salud delicada, padecía de asma y del corazón. A partir de 1850, su estado de salud empeoró y murió finalmente en 1855, aunque para las matemáticas vivirá siempre este genio universal. Su enorme fama aumentó aún más después de su muerte al descubrirse una gran cantidad de importantes resultados no publicados.

Domingo Chinea Miranda es miembro del Departamento de Matemática Fundamental de la Universidad de La Laguna.

El intuicionismo: Brouwer (I)

José L. Montesinos (*)

El Intuicionismo es un intento de reconstrucción de la Matemática en el que se va a poner el veto al infinito, específicamente al uso del infinito actual; el representante más radical de esa filosofía de las Matemáticas es Jan Brouwer. En los últimos decenios del s. XIX, las Matemáticas de la era moderna alcanzaban su apogeo y cumbre con la entronización de la teoría de conjuntos y el dominio y clasificación de los infinitos obtenida por el matemático alemán Georg Cantor.

El más notable logro de Cantor consistió en demostrar, con rigor matemático, que la de infinito no era una noción indiferenciada. No todos los conjuntos infinitos son de igual *tamaño*; por consiguiente, es posible establecer comparaciones entre ellos. Pero un conjunto actualmente infinito no puede alcanzarse con el término de un proceso de numeración que, por definición, no tiene fin; debe alcanzarse con un *acto instantáneo*, mediante el cual uno se instala de pronto fuera del mundo de la experiencia y de las operaciones humanas.

Cantor, con esa libertad de creación que reivindicaba para las matemáticas, crea un paraíso de posibilidades, del que posteriormente Hilbert no querrá prescindir, en el que los números transfinitos, a su vez una serie infinita de ellos, serán construidos a partir de esos *actos instantáneos*. Una áspera disputa, que durará 50 años, se entabla entre los constructivistas-intuicionistas: Kronecker, Poincaré, Borel, Brouwer, H. Weyl, de una parte; y los formalistas-logicistas: Dedekind, Cantor, Peano, Hilbert, Russell, de la otra. La pretensión de reducir las matemáticas a la lógica y la manera de *certificar* la existencia de los entes matemáticos, de esos entes infinitos actuales, van a ser los temas centrales en la disputa, que arrecia cuando los *excesos* formalistas conducen a las antinomias de la teoría de conjuntos y hacen tambalear todo el edificio matemático.

Para Brouwer la ciencia oficial consiste en la clasificación sistemática de secuencias causales de fenómenos; en particular, las matemáticas serían la rama del pensamiento científico que se ocuparía de estudiar la estructura de los fenómenos. La visión matemática de estos fenómenos estaría motivada por la voluntad del hombre de autoconservarse y la elección de las estructuras a considerar estaría determinada por las exigencias del individuo en relación a la sociedad.

En la concepción *dinámica* que Brouwer tiene de las matemáticas, éstas evolucionan a lo largo de la historia y son el producto de la mente humana con todos los defectos que ello conlleva en cuanto a su falibilidad. En esta evolución las leyes de la lógica aparecen como el resultado histórico de la lucha del hombre por organizar agregados de un número finito de objetos. Sucede que estas mismas leyes pueden ser aplicadas a conjuntos infinitos, con una excepción: la ley del tercio excluso (*tertium non datur*). Los intuicionistas consideran la creencia en la validez universal del principio del tercio excluso en matemáticas como un fenómeno del mismo tipo que la creencia en la racionalidad de no la de la rotación del firmamento en torno a la Tierra. Según Brouwer, la aplicación incorrecta del principio del tercio excluso está causada históricamente por los siguientes hechos: a) la lógica clásica es una abstracción conseguida a partir de las matemáticas de subconjuntos de un conjunto finito; b) se adscribe a esta lógica clásica una existencia *a priori* independiente de las matemáticas; c) merced a este apriorismo el principio del tercio excluso es aplicado injustificadamente a las matemáticas de conjuntos infinitos.

José L. Montesinos es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

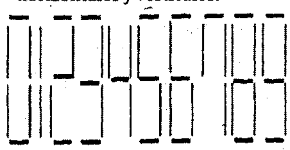
2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) ¿Qué número es el más soso?
2) Una costurera tiene una pieza de tela de 7 m. de larga y quiere cortarla en cinco trozos, dos de dos metros de largo y tres de un metro. Si tarda 15 segundos en cortar cada trozo. ¿cuántos segundos tardará en cortar los cinco trozos?

X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999.

Palotes: Como sabes, los números en las pantallas de las calculadoras y también en relojes digitales, videos, etc., se forman usando pequeños palotes horizontales y verticales:



El número 88 está formado por 14 palotes exactamente. ¿Existe algún otro número de dos cifras en el que se usen también 14 palotes?

¿Cuántos números de tres cifras, que contengan el 8, hay que se puedan escribir con los 14 palotes? ¿Cuál es el mayor?

¿Cuál es el número mayor que se puede escribir con los 14 palotes?

Soluciones a la semana anterior

Soluciones de la semana anterior:
1) Una forma de hacerlo. Se coloca en un platillo la pesa de 900 g. Y en el otro la de 500 a la que se le va añadiendo azúcar hasta equilibrar la balanza. El azúcar vaciado pesa 400 g. Se separa en los dos platillos hasta que se equilibre en 200 g. y luego deje uno como contrapeso.
2) No es a 45 km/h. La velocidad media fue de 40 km/h.
3) El ángulo a vale 135°, b y c valen 45° y d es 67° 30'.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico

N
PRONTO
T
A VIE

A. Montesdeoca

¿Se lo comunicaste a alguien?

Solución anterior: Vi Atenas y París.

El último teorema de Fermat: etapas

Luis Balbuena

El día 24 de junio de 1993 los periódicos anuncian que el británico Andrew Wiles acaba de demostrar el famoso 'Último teorema de Fermat'. En algunos periódicos como *El País*, se publicó en primera página y la noticia conmocionó los medios relacionados con la enseñanza y la investigación de las Matemáticas.

¿Por qué tal algarabía? El teorema tiene un enunciado simple: la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no tiene soluciones enteras (números enteros) para $n > 3$. Se supone que ni x, ni y ni z son iguales a cero.

Este enunciado lo emitió hacia 1637 el matemático Pierre Fermat (1601 - 1665), quien acostumbraba a hacer anotaciones en los márgenes de los libros que leía y concretamente lo hizo en el problema 8 del libro II de la Arithmetica de Diofanto (siglo III A.C.).

Después de enunciar el teorema dice: he descubierto una demostración maravillosa de este hecho, pero el margen es demasiado estrecho para reproducirla. Desgraciadamente Fermat no volvió más sobre este asunto y quedó planteado así uno de los retos matemáticos más importantes de los últimos siglos. Incluso la Academia de Ciencias de Berlín llegó a ofrecer, a principios del siglo XX, una cantidad de dinero para quien lograra la ansiada demostración.

Desde su enunciado hasta comienzos del siglo XIX, los matemáticos intentaron demostrarlo utilizando métodos algebraicos (hoy se dice que se usaron 'métodos elementales' en esa época) consistentes en manipulaciones y transformaciones realizadas sobre la ecuación dada.

En esta etapa emplearon tiempo en ello, entre otros destacados matemáticos, los siguientes:

- **Leonhard Euler** (1707-1783) que, en 1770 demuestra el caso n = 3 mediante un complicado razonamiento.
- **Marie-Sophie Germain** (1776-1831) nacida en París en el seno de una familia de la nobleza. En 1795, cuando se abre la 'Ecole Polytechnique' de París, Germain consigue las notas del primer curso impartido en ella por Lagrange (1736-1813), pero fingiendo ser un varón de nombre Antoine Leblanc. (Años más tarde Lagrange descubriría la verdadera identidad de monsieur Leblanc...) Ella consiguió algún resultado importante y general en la demostración del Teorema, pero sobre todo, dejó planteadas interesantes cuestiones que luego serían ampliadas.
- **Legendre** (1752- 1833) profundizó en algunos aspectos planteados por Germain; da una demostración completa para los casos n= 3 y n= 4 y más tarde para n= 5.
- **Peter Gustav Dirichlet** (1805- 1859), cuando tenía 20 años, presenta una complicada demostración, aunque incompleta, del caso n= 5. Pocos meses más tarde, simplifica considerablemente la demostración de Legendre. En 1832, lo demuestra para n= 14.
- **Lamé**, en 1839 demuestra el caso n= 7. La demostración es muy complicada y ya por 1840 se considera que los 'métodos elementales' están prácticamente agotados. Por esa vía parece que no se va a llegar a la demostración general. El propio Lamé presentó en 1840 una supuesta demostración a la Academia de Ciencias de París. Resultó incorrecta pero abrió una nueva vía de exploración del problema: la utilización de los números complejos.
- **Augustin- Louis Cauchy** (1789- 1857), el más famoso matemático de su época, también interviene en este 'culebrón'. No hizo importantes aportaciones. Por esta época ya se maneja el concepto 'moderno' de 'anillo' y casi puede afirmarse que el 'Teorema' influyó en su aparición y desarrollo.
- **Ernest Eduard Kummer** (1810- 1893) es quien zanja definitivamente el fallido intento de Lamé. Trabajó afanosamente en el tema. Definió un cuerpo de números complejos llamados 'cuerpo p-ciclotómico' formado por complejos que dividen a la circunferencia en partes iguales.
- **Mirimanoff y Wieferich** se inspiran en los últimos trabajos de Kummer y abren nuevas líneas de investigación. Se trata, en esencia, de hallar contraejemplos. Estamos ya en la primera decena del siglo XX, si bien esta vía se exploró hasta bien entrado este siglo, sin resultados notables.
- **Kurt Gödel** (1906- 1978), indirectamente actuó sobre el 'Teorema' con su famoso 'primer teorema de incompletitud' enunciado en 1931: hay ciertas estructuras matemáticas tales que para cualquier sistema de axiomas Ax, todos ellos verdaderos en esta estructura, hay una sentencia B de la teoría, que verifica que ni B ni no B son demostrables a partir de los axiomas Ax.
- Hacia los años 50 del siglo XX, las técnicas de la teoría de 'haces' desarrollada por **Grothendieck** y por **Serre** suponen estudiar las curvas, además de con los ideales de **Kummer** y el álgebra conmutativa de **Emmy Noether**, con herramientas de carácter topológico. Todo ello sitúa el 'Teorema' en otra órbita completamente distinta hasta lo ahora estudiado.
- El matemático japonés **Mivaska**, en 1988 anunció que la demostración del 'Teorema' estaba próxima. Según él, ciertas desigualdades que aparecen en Geometría diferencial podrían llevar al 'Teorema'. Su demostración resultó, una vez más, fallida.
- Las funciones elípticas y las curvas elípticas serán las que, por fin, ayuden a dar con la demostración. El lenguaje y las demostraciones se complican y especializan extraordinariamente. Hacia el año 1950 se enuncia una conjetura que será clave en esta historia. Es la conjetura de **Taniyana-Shimura-Weil**. El ya famoso Wiles, en 1993 lo que hizo fue demostrar un aspecto de esa conjetura pero que aplicada a cierto tipo de curvas elípticas conduce a la demostración definitiva del 'Teorema'.

Queda claro, pues, que el Último Teorema de Fermat ha sido una fecunda fuente de trabajos e investigaciones. Esos siglos de intensa búsqueda de la solución hicieron que ésta no pasara desapercibida aunque muy pocos mortales la entiendan con profundidad.

Bertrand Russell y la matemática

Carlos Martín Collantes (*)

Pocas veces sucede que la vida de un hombre ilustre se dilate durante un siglo y menos aún que acreciente a sus coetáneos y así mismo en tantas facetas como lo hizo Russell. Nació aristócrata de cuna, pues fue conde de Russell y vizconde de Amberley. De noble porte y aún más noble corazón, este anciano casi centenario, delgado y fumador de pipa (esa es la imagen que ha quedado más extendida) padeció una niñez desgraciada de orfandad, al cuidado de abuelos severos y educados por tutores. En esa soledad infantil buscó el refugio de las matemáticas, a las que dedicó buena parte de su vida y de sus fuerzas. Ellas le condujeron a la filosofía y ambas vocaciones le llevaron a Cambrigde donde recibió de las matemáticas, a las que dedicó buena parte de su vida y de sus fuerzas. Ellas le condujeron a la filosofía y ambas vocaciones le llevaron a Cambridge donde recibió la graduación de matemáticas y de ciencias morales. Dos años después estudió economía en Berlín donde se interesó por la filosofía alemana.

Tras conocer el sistema lógico-matemático de Peano comienza su labor de fundamentación de la matemática a partir de la lógica. Para desarrollarla comienza por mejorar el sistema de formalización y tratar con él las relaciones lógicas. Así, publica en 1903 'Los principios de la Matemática', pero aún quedaban problemas por resolver, entre ellos la noción de clase, que conducía a la paradoja de Russell (aquella en la que se cuestiona si la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas es o no un miembro de si misma).

La búsqueda de una solución le obligó desarrollar la teoría de tipos, tanto simple como ramificada, que quedó expuesta en la obra más importante de su creación lógico-matemática: 'Principia Mathamatica' (1910-1913) tres volúmenes escritos en colaboración con el también filósofo y matemático Whitehead. En ella expuso su versión para una lógica proposicional y de predicados, de clases y de relaciones, de múltiples órdenes, con un tratamiento formal de la descripción. Este era el aparato necesario para presentar su posición logicista, de la que Frege fue digno predecesor, en la que sostenía que los conceptos matemáticos derivan de conceptos lógicos y que los teoremas matemáticos pueden deducirse de axiomas lógicos. En aquel momento se enfrentaba a las concepciones formalista e intuicionista.

En filosofía defendió el llamado atomismo lógico con el que planteaba el análisis del lenguaje hasta llegar a los elementos proposicionales mínimos. En la medida en que el lenguaje refleja la realidad, los hechos del mundo también pueden descomponerse hasta encontrar sus componentes mínimos: los hechos atómicos.

Tan conocida como su faceta matemática y filosófica fue su actividad pública como defensor del voto femenino, antibelicista y liberal. Rechazó las dos guerras mundiales y sus críticas al aliado americano le costaron la cárcel en una ocasión y la expulsión de la universidad de Nueva York en otra. Los soviets tampoco escaparon de su reprobación. Su postura escéptica en lo religioso, y liberal en lo moral, le enemistó con los círculos más tradicionalistas aunque tras la Segunda Guerra Mundial acabó consiguiendo la vuelta al Trinity College, el Nobel de Literatura en 1950 y la fundación en 1966, junto con Sartre, del Tribunal Internacional de Crímenes de Guerra ('Tribunal Russell') con el que denunció los excesos de Vietnam.

Se extinguió en Gales un febrero de hace treinta años.

(*) Carlos Martín Collantes es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

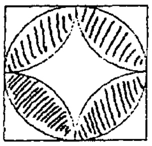
2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1.- Este problema se publicó por primera vez en 1920 y desde entonces, todas las generaciones lo han intentado resolver y alguna lo ha conseguido. Esperamos que usted también lo logre. Dice así:
Un mercader de ganados acude a la feria de un pueblo y con 500 ptas. compra 100 cabezas de ganado entre pollos y una peseta el ejemplar, conejos, a 10 ptas., y cabras a 50 ptas. ¿Cuantos compró de cada especie?

2.- Un cubo de un metro de lado es, obviamente un metro cúbico (m^3). Ahora piense en los milímetros cúbicos que hay en ese m^3. Debe hacer dos cosas: a) calcular cuántos son y b) si los coloca uno encima de otro, la columna que se forma ¿tiene un tamaño superior al de la Torre Eiffel?

3) X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999
La plaza de un pueblo tiene un paterre con la forma de la figura, estando la parte sombreada sembrada de césped. Calcular la superficie de césped.

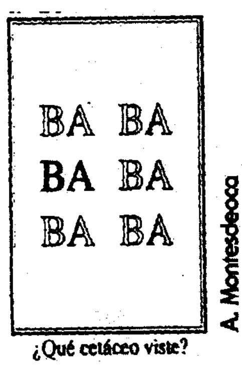


Soluciones a la semana anterior

1.- El cinco mil cincuenta, ¡con palotes!
2.- No sea impulsivo. No tarda 75 segundos. Tarda 15x4= 60 segundos.
3.- Elaboramos la siguiente tabla que permite ver los palotes necesarios para construir cada una de las cifras del 0 al 9:
Cifra: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.
Nº palotes: 6 2 5 5 4 5 6 4 7 6.
Así podemos deducir:
1.- No existe otro número de dos cifras en el que se utilicen 14 palotes, pues esta suma sólo se puede conseguir, usando los números de la segunda fila de la tabla, como 7 + 7, lo que corresponde al 88.
2.- Como con la cifra 8 gastamos 7 palotes, las otras dos cifras sólo pueden ser aquellas que reúnan entre ambas 7 palotes. Esto es posible con:
1 y 2: 128, 182, 218, 281, 812, 821.
1 y 3: 138, 183, 318, 381, 813, 831.
1 y 5: 158, 185, 518, 581, 815, 851.
El mayor de todos es 851.
3.- El número mayor que puede escribirse con los 14 palotes es 1.111.111, ya que con cualquier otra cifra que no sea el 1 gastaremos más de dos palotes y por tanto será necesario reducir el número total de cifras del número.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Qué cetáceo viste?

Solución anterior: No di parte a nadie

Aritmética sin números: las cuentas de nuestras venteras y pescaderas

J. M. González

No existe acuerdo en la interpretación del desarrollo material alcanzado por los antiguos pobladores del Archipiélago Canario ni en la exacta valoración de sus conocimientos en materia de Ciencias y de matemáticas. Los pocos criterios aportados por los primeros cronistas fueron distorsionados en posteriores estudios de viajes ilustres interesados en mostrar una visión idealizada del aborigen isleño, más próxima al mito de 'buen salvaje', presunto descendiente de imaginarias civilizaciones perdidas. Sólo en los trabajos recientes de investigadores vinculados a distintas disciplinas científicas queda enmarcada con justeza la enjundia y la trascendencia de los conocimientos de nuestros antepasados. Sin embargo, quedan abiertos no pocos interrogantes, que conducen a la formulación de conjeturas poco contrastadas y justifican cierta disposición argumental fantasiosa o idealizada.

Con todo, en el amplio repertorio de nuestra cultura tradicional podemos entrever ciertas prácticas primitivas que aún son ejecutadas por campesinos, pastores y pescadores isleños, y con su ayuda podemos avanzar algunas hipótesis sobre el alcance real de la herencia de nuestros aborígenes.

En concreto, las inscripciones realizadas en tarjas, taras o tájaras, primitivas máquinas de cálculo y los signos de nuestras venteras y pescadoras, auténticos grafismos de reminiscencia numéricas, nos permiten esclarecer en cierta forma su legado matemático.

Vendedoras de pescado en Agaete.

Es opinión de muchos autores que estas 'tarjas' o 'taras' fueron conocidas por los antiguos isleños. Más no existe evidencia arqueológica ni documental de su uso en épocas anteriores a la conquista y toda conjetura sobre la práctica de esta técnica debe valorarse con sumo cuidado. Por lo demás, el término 'tarja' tiene distintas acepciones entre los vocablos isleños, pues adopta diferentes significados entre los antiguos pobladores de Tenerife y de Fuerteventura.

En la actualidad, las marcas grabadas en trozos de madera se siguen utilizando en la cuantificación de la cosecha de papas y cereales (con ayuda de ramas de brezo o codeso, conocidas como tájaras en Fuerteventura) El término 'tarja' o 'tájara' no es exclusivo de Canarias, pues en las panaderías del campo charro, en la aldea de San Muiñoz, a 45 km de Salamanca, se usaron estas tarjas para contar hasta el año 1995 (ver fotografía).

Abundando en la falta de pruebas irrefutables sobre las tarjas de los antiguos canarios, cabe confrontar la hipótesis afirmativa con nuestras investigaciones sobre los signos utilizados por venteras y pescadoras en sus contabilidades rudimentarias.

En el Norte de la isla de Tenerife, pescadoras y venteras han venido utilizando un complicado y curioso sistema de signos para representar el dinero, para ejecutar diversos cálculos: recuentos, sumas, restas, productos... y para conseguir de este modo gobernar las economías de sus familias desconociendo nuestros sistemas decimal de numeración. Prefijada la notación de cada moneda, los cálculos se realizan de distintos modos, acorde con la habilidad matemática de calculador. No obstante, la forma más corriente de sumar y recontar consiste en ir 'anotando las cuentas' en columnas separadas por monedas (una para las perras, otra para las pesetas, etc.) procediendo a contar en cada columna la cantidad de signos que se reconocen, eliminando signos a medida que se alcance una unidad de orden superior, que se señaliza en la columna contigua.

Podemos clasificar los sistemas de signos según tres principios distintos; el modo de distribución temporal, con variaciones diferentes a medida que nos alejamos de 1900; el tipo de simbología que se produce en cada región o comarca, provocando una distribución espacial; y la diferente tipología encontrada a tenor del sector comercial de donde provengan los signos, diferenciados entre pescadoras y venteras.

Debemos asignar un origen pastoril a los signos reseñados, pues, recordando en ocasiones algunas letras de distintos dialectos bereberes y las inscripciones de numerosos grabados aborígenes, su estructura gráfica se asemeja con total nitidez a los que fueran usados por los pastores del Mediterráneo. Por consiguiente, nos atrevemos a aventurar que nuestras venteras y pescadoras copiaron un mecanismo universal de recuento, que no queda claramente ceñidos a la tradición aborigen.

(*) José Manuel González Rodríguez es profesor de la Universidad de La Laguna.

Cantor: a la conquista del infinito

José Ferreiros (*)

David Hilbert dijo que el análisis (esa llave para la comprensión de los fenómenos) es una gran sinfonía del infinito, y su discípulo Hermann Weyl llegó a escribir que la matemática es la ciencia del infinito. Hermosas aproximaciones a una definición, siempre esquiva, de esa magnífica disciplina que supone toda una aventura del pensamiento y la imaginación. El tema del infinito recorre la historia del pensamiento matemático: si la actitud de los griegos era la de un respeto casi religioso por lo inabarcable, a partir de 1600 los modernos se atrevieron cada vez más adentrarse en un terreno lleno de dificultades y paradojas, aparentemente fuera del alcance de nuestras mentes finitas.

En el habla común trivializamos mucho. Con gran ligereza llamamos a cualquier cosa infinita o inmensa (sin medida), más el matemático no suele sentir interés por esas cantidades muy grandes, pero siempre finitas. Aquí, como entre los filósofos, se habla del infinito en sentido literal, lo que un Galileo concebía como imposible de enumerar mediante los números naturales. Galileo fue consciente de las paradojas del infinito, y en uno de sus libros comenta como a cada número 1, 2, 3 -le corresponde un par 2, 4, 6 o incluso un cuadrado 1, 4, 9- sin embargo, los pares (no digamos los cuadrados) son sólo parte de los números. El axioma euclídeo 'el todo es mayor que la parte' pierde su validez en la paradójico dominio del infinito.

Para muchos, argumentos como éste revelaban los límites de la razón humana, pero otros se atrevieron a ir más allá del límite aparente. En 1872, Richard Dedekind convirtió la paradoja de Galileo en definición de lo infinito, diciendo que un conjunto es infinito si tiene un subconjunto con 'tantos elementos' (correspondencia biunívoca) como el conjunto mismo. Otro alemán, Georg Cantor, convirtió en la obra de su vida la exploración sistemática de las propiedades del infinito. Cantor había nacido en San Petersburgo en 1845, aunque su familia no tardó mucho en volver a Alemania; hacia 1900 había realizado ya todas sus grandes contribuciones, si bien la muerte le llegó en el último año de la Primera Guerra Mundial (hoy, Cantor llega incluso a aparecer en obras literaria como la novela de Jorge Volpi, En busca de Klingsor. Lástima que en sus páginas se cuelen errores y se perpetúen leyendas acerca del gran matemático, que los historiadores han demostrado incorrectas).

En 1874, teniendo 29 años, Cantor realizó una contribución inmortal. Si consideramos los números naturales y los números reales como totalidad dadas y completas, resulta que hay muchos más (infinitamente más) números reales que naturales. (Cantor lo demostró empleando las propiedades topológicas de la recta real, y también, más tarde, por medio de un original método denominado diagonalización). Contra todo lo que habrían esperado Aristóteles, Galileo o incluso Leibniz, resultaba que hay que distinguir diversos 'tamaños', potencias o cardinalidades entre los conjuntos infinitos. En 1891, Cantor llegó incluso a demostrar que siempre pueden alcanzarse potencias infinitas más grandes: ¡hay *infinitos* infinitos distintos!

Desde su primer gran descubrimiento, Cantor exploró múltiples aspectos de los conjuntos infinitos, y sus contribuciones probaron ser útiles en el campo de análisis y del álgebra. Su revolucionaria obra alteró de modo importante la faz de las matemáticas, arrebatando a los filósofos un terreno que se había considerado exclusivo de ellos. Cantor enfrentó también las implicaciones filosóficas de su trabajo, y como espíritu romántico que era, fue aun más allá. Los números transfinitos (que introdujo para analizar las potencias infinitas) le parecían una inmensa escalera que conducía a las puertas mismas de la divinidad, y creyó incluso que sus novedosas ideas harían posible una comprensión renovada de la naturaleza en su armonía y su carácter orgánico.

(*) José Ferreiros es Profesor del Departamento de Filosofía y Lógica de la Universidad de Sevilla y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Godfrey Harold Hardy (1877-1947): el prototipo del matemático puro

Antonio Marcé

En la matemática inglesa del primer tercio del siglo XX sobresale Godfrey Harold Hardy, que nació en Surrey el 7 de febrero de 1877 y murió en Cambridge el 1 de diciembre de 1947, a los 70 años de edad.

Desde pequeño mostró una extraordinaria inteligencia y le parecía natural, dadas sus demostradas habilidades, dedicarse de mayor a las matemáticas. Sin embargo, él mismo reconoce que, durante la niñez, no sintió nunca pasión alguna por las matemáticas y las opiniones que podía tener acerca de la carrera de un matemático distaban mucho de ser nobles. Pensaba en los matemáticos en términos de exámenes y becas.

Sus estudios universitarios los realizó en la Universidad de Cambridge y su trabajo como profesor lo desarrolló en esa misma Universidad y en la de Oxford. Alcanzó muchos honores como reconocimiento a su labor matemática, como por ejemplo la medalla Copley, que la Royal Society le concedió pocas semanas antes de su muerte.


LA PROVINCIA / DLP

Godfrey Harold Hardy.

Hardy consideraba a Dios su enemigo personal

Para muchos era exageradamente extravagante. James R. Newman, autor de *Sigma, El mundo de las matemáticas*, consideraba que algunas de las opiniones de Hardy "eran admirables, otras meramente excéntricas y, no puedo evitar pensarlo, fingidas". Coincidía con Bertrand Russell en cuestiones políticas y sobre la filosofía de las matemáticas. Su negativa a entrar en lugares de culto religioso se hizo célebre y consideraba a Dios como su enemigo personal.

Se opuso enérgicamente a la Segunda Guerra Mundial. Sus últimos años los pasó enfermo y sufriendo una gran depresión, en buena parte producida por la guerra.

Un matemático es como un pintor o un poeta

Además de sus libros y artículos, Hardy ha sido de los pocos matemáticos que han escrito sobre su experiencia profesional. En 1940 apareció su *A Mathematician's Apology*, que fue reeditado en 1967 con prólogo de su amigo C. P. Snow, autor de *Las dos culturas*, quien llegó a escribir que haber conocido a Hardy era el acontecimiento intelectual más importante que le había ocurrido en su vida. Se han editado dos versiones castellanas de ese libro: la primera con el título *Autojustificación de un matemático* (Ariel, 1981) y la segunda, muy recientemente, *Apología de un matemático* (Nivola, 1999).

En ese libro se contemplan las matemáticas como una obra de arte. Hardy escribe: "Un matemático, lo mismo que un pintor o un poeta, es un constructor de configuraciones. Si sus configuraciones gozan de mayor perdurabilidad que las construidas por los demás hombres, es a causa de que su material básico son las ideas".

La matemática es para hombres jóvenes

Cuando Hardy escribe su apología, lleva ya algunos años sin hacer aportaciones matemáticas y padece un gran sufrimiento al comprobar que su etapa de creatividad había finalizado. Para Hardy, "la matemática, más que cualquier otro arte o ciencia, es un juego destinado a hombres jóvenes". Y añade más adelante: "No conozco un solo ejemplo de creación matemática de importancia producido por un hombre que haya sobrepasado los cincuenta años".

Matemático puro

Hardy se consideraba a sí mismo como un matemático puro, sin interés en otras ramas del saber. De hecho, se le suele considerar el prototipo contemporáneo del matemático que no presta atención a las aplicaciones que en otras ciencias puedan tener sus investigaciones matemáticas. Sin embargo, es célebre una aportación de Hardy en el terreno de lo aplicado, concretamente sobre la transmisión de ciertos genes en una determinada población.

Sus principales temas de interés fueron la teoría de números y el análisis matemático, destacando la distribución de los números primos y la sumación de series divergentes.

Colaboración con Littlewood y Ramanujan

La obra de Hardy se desarrolló junto a otros. Su colaboración con J. E. Littlewood dominó las matemáticas inglesas.

Pero la colaboración más decisivas de Hardy fue la que sostuvo con Ramanujan. En 1913 recibe, desde la India, un manuscrito, prácticamente ininteligible, que contenía fantásticas fórmulas y cuyo autor era un funcionario llamado Srinivasa Ramanujan. Hardy se percata de que está ante la obra de una mente excepcional e invita a su autor a ir a Inglaterra, comenzando así una intensísima y fructífera colaboración entre ambos, aunque la mala salud de Ramanujan, que lo llevó a la muerte a los 32 años, hizo que esa colaboración no fuera muy larga.

Hay formas diferentes en las que un número entero positivo puede escribirse como suma. Por ejemplo, el número cinco puede escribirse de siete formas diferentes:

$5 = 2+3 = 1+4 = 1+1+3 = 1+2+2 = 1+1+1+2 = 1+1+1+1+1.$

Una de las más destacables aportaciones de Hardy y Ramanujan consiste en una fórmula (demasiado complicada para reproducirla aquí) para el número de formas p (n) en las que el número n puede escribirse como suma. Lo anterior nos permite escribir p (5) = 7.

Mito, rito, dialéctica y algoritmo

Carlos Mederos Martín (*)

En los orígenes de nuestra cultura las interpretaciones del mundo se hacían por medio del mito, cuya función consiste en instituir un acto inaugural que da razón a la existencia de la colectividad. Estas interpretaciones míticas, fuertemente jerarquizadas, tenían asociado un rito que se repite periódicamente, de manera que todo acontecimiento que tenga lugar hoy es entendido como repetición del acontecimiento inaugural. De esta manera lo inesperado (lo incomprendido) se incluye dentro de un ciclo eterno en el que todo es repetición.

Posteriormente estas interpretaciones míticas de la realidad son sustituidas por otras, con un orden débilmente jerarquizado, basadas en la idea de proporción, equilibrio y acuerdo; lo que algunos llaman el paso del mito al logos. En este contexto es donde surge la dialéctica como respuesta a la necesidad de convencer.

Pero, aunque muchos no le crean, el manto del logos no cubre todos los aspectos de la existencia de la colectividad. Quedan resquicios ocupados por lo incomprendido, para cuya explicación se vuelve a recurrir a la repetición de una serie de pasos, independientemente de que hayan sido asumidos por el logos o no; o sea, se recurre a un algoritmo cuya repetición hasta la saciedad hará que sustituyamos el conocimiento racional por la costumbre (la tradición), que nos produce, de paso, un cierto equilibrio psicológico ante lo desconocido, y, sobre todo, una sensación de seguridad basada en nuestra capacidad para *entender* el mundo que nos rodea. Esto último es lo que algunos llaman fe. No podemos negar que una de las características fundamentales de nuestra cultura es la fe en la ciencia. Fe que surge a partir de la reiterada aplicación de los algoritmos que, para cada caso, determine la autoridad (¡científica, claro!); de la misma manera que cada mito tiene asociado el rito establecido por la correspondiente autoridad espiritual.

Es decir, el algoritmo es a la dialéctica lo que el rito es al mito. ¿Será éste el motivo por el que algún conocido profesor afirma que la matemática (la ciencia en general) es la nueva religión y los profesores que la enseñan sus sacerdotes?

De esta manera, es decir, aplicando un algoritmo, el matemático Aquiles se convence (cree, tiene fe...) de que podrá alcanzar a la tortuga o, lo que es lo mismo, se convence de que podrá explicar todo lo que le rodea; pero, ¿realmente la alcanzará...?

(*) Carlos Mederos Martín es Profesor de Matemáticas del IES Viera y Clavijo y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Concurso 2000

Bases

Para participar en este concurso basta con:

1.- Enviar la respuesta a las cuestiones o actividades que se plantearán en la sección Concurso 2000.

2.- La respuesta debe venir acompañada de la cabecera del periódico con la fecha del día de publicación, así como con sus datos personales y de localización.

3.- Al final de las sesiones de que consta el concurso se realizará un sorteo, del que daremos más detalles en próximas publicaciones, en el acto de clausura de 2000, Año Mundial de las Matemáticas, y que se celebrará en el museo Elder de la Ciencia y la Tecnología de Las Palmas de Gran Canaria, el día 12 de diciembre de 2000.

4.- Para participar en dicho sorteo no es necesario haber respondido a todas las cuestiones o actividades. Cada respuesta correcta recibida entrará en el sorteo.

5.-Las respuestas deberán enviarse a:
Concurso Año 2000
Apartado 329
38205-La Laguna-Tenerife.

1. Actividad: Observe las fachadas de los edificios de la calle, barrio, etc., donde usted vive habitualmente. Debe buscar en ellas un polígono que NO tenga cuatro lados; una vez localizado lo dibuja en un papel sin preocuparse mucho de la calidad del dibujo, pues ya sabemos que no todo el mundo maneja esa arte. Una vez dibujado, añada en el mismo papel una nota identificativa del edificio (calle en la que se encuentra, número, pueblo o ciudad, etc.) recorte la cabecera del periódico con la fecha y, sin olvidarse de adjuntar sus datos, lo introduce todo en un sobre y nos lo envía.

2. Problema: Una compañía naviera decide conectar todas las islas de Canarias, incluida La Graciosa, mediante unas líneas de barco, de tal forma que disponga de un barco para cada trayecto de ida y vuelta, es decir, un barco para la línea Tenerife-La Graciosa-Tenerife, otra para San Sebastián-Arrecife-San Sebastián, etc. Debe averiguar cuántos barcos necesitaría esta compañía para conseguirlo. Una vez que los tenga, calcule cuántos serán necesarios si eliminamos La Graciosa, pero conectándola sólo con Arrecife. Envíenos su solución y si está explicada, mejor. No se olvide ni de sus datos de identificación y localización ni de la cabecera del periódico. ¡Suerte!

Soluciones a la semana anterior

1.- Sólo es posible una solución: 60 pollos, 39 conejos y una cabra.

2.- Son 1.000.000.000 mm^2 y la columna tendrá una altura de 1.000 km de alto ¡mucho más que la Torre Eiffel!

3.- La superficie con césped es de 57 m^2.

Jeroglífico

Inesperado

Solución anterior: Una ballena.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Concurso 2000

Bases
Para participar basta con:
1.-Las respuestas deberán enviarse a:
Concurso Año 2000
Apartado 329
38205-La Laguna-Tenerife.

1. **Actividad:** Hoy le pediremos que haga una pequeña indagación en su entorno. Con toda seguridad que habrá oído hablar en alguna ocasión de unidades antiguas que no pertenecen al sistema métrico decimal. Lo que le pedimos hoy es que trate de enterarse de una de ellas. Da igual la que usted elija. Pregunte a alguna persona mayor a alguien que sepa que las utiliza o conoce. No le pedimos una tesis doctoral sólo que nos diga el nombre y algún dato que permita identificarla (si es de capacidad, de superficie, la equivalencia en el sistema métrico si lo consigue, etc.) Ya sabe, nos lo envía y no olvide sus datos ni la cabecera del periódico.

Diviertete y aprende

1) Jaimito salió de la casa con un determinado número de cromos. Cuando regresó a su casa no tenía ninguno.
Su madre le preguntó:
–¿Qué hiciste con los cromos que llevabas?
–Pues los repartí. A cada amigo que encontraba le iba dando la mitad de los cromos que tenía en ese momento más uno.
–¿Con cuántos amigos te encontraste?
–Con seis.
¿Con cuántos cromos salió Jaimito?
2) A un hotel llegan 11 clientes pidiendo habitación individual. El conserje comprueba que solo hay 10 libres.
–Es imposible, les dijo.
Pero uno de los clientes, con el fin de ayudarlo se acercó a él y le dijo:
–Vamos a resolverlo: En la primera habitación alojamos al primero que llegó y le pide permiso para que deje entrar allí al último que llegó. Como ya hay dos colocados ponemos al 3º en la habitación 2, al 4º en la 3, al 5º en la 4, al 6º en la 5, al 7º en la 6, al 8º en la 7, al 9º en la 8 y al 10º en la 9. Como ves, te queda libre la habitación 10.
Dile ahora al cliente que dejaste en la primera habitación que se pase a esta y asunto resuelto.
¿Resuelto? ¿Cómo?

X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999

Tenemos un cubo de un material que, bajo los efectos del calor, se dilata mucho. La longitud de sus aristas aumenta en un 50%. ¿En qué porcentaje aumentará su superficie lateral? ¿Y su volumen?

Jeroglífico

Nº 108

E
10001
AVES
PANAR

A. Montesdeoca

Fue un gran orador

Solución anterior: Repentino.

Mi experiencia con las Matemáticas

Isabel Padilla

Entré en el mundo de las Matemáticas buscando un camino. No me lo pensé dos veces, allí donde encontré una oportunidad decidí probar, sin calibrar demasiado la dificultad del mundo al que estaba llegando.

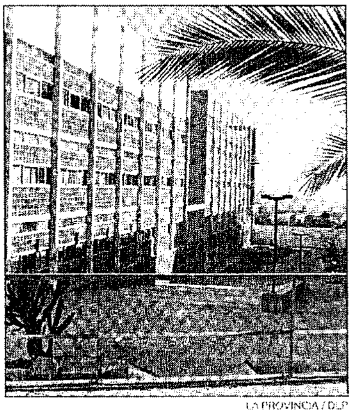
Había estudiado Ciencias del Mar, una carrera nueva, sin demasiada consideración social (Las carreras más tradicionales, más conocidas, son las que gozan de este carácter y esto condiciona en gran medida su proyección profesional. Cada vez estoy más convencida de que las salidas profesionales de muchas carreras son una cuestión social más que otra cosa), además era de la primera promoción, y cuando hube de enfrentarme a mi futuro profesional no sabía muy bien hacia donde tirar. Se me exigía una madurez que yo no había alcanzado todavía.

Y fue en ese momento que pensé en la posibilidad de reengancharme al tercer ciclo, más como una salida a corto plazo que como una opción meditada. Y fue en ese momento que pensé en tocar a la puerta del Departamento de Matemáticas. Y fue allí donde encontré la oportunidad. Y empecé mi tesis.

Una de las cosas que me atrajo hacia este Departamento fue una asignatura que estudiamos en quinto curso. En ella, a través de modelos matemáticos, se conectaban las Matemáticas con algunas Ciencias Experimentales, más cercanas para mí en aquel momento, como la Biología, Química, etc.

Fue un verdadero descubrimiento el ver que había una conexión directa entre las Matemáticas y las Ciencias Aplicadas y, al fin, pude entender algo del por qué de la presencia de las Matemáticas en una carrera como la mía. Me quedaba mucho por descubrir.

Una vez que estuvo todo atado verbalmente, solicité todas las becas de postgrado de las que tuve noticia y tuve la suerte de que me concedieran una de ellas (Desde luego, la Universidad no ha cesado de darme oportunidades). Y empecé a trabajar: Horas de estudio e investigación, intentando entender cosas que al principio me parecían muy raras, con la ayuda del pequeño grupo que me arropaba, cursos de doctorado, cursos de especialización, cursos de idiomas,... Empezaba a conocer la Universidad por dentro.



LA PROVINCIA / DLP

Facultad de Ciencias del Mar de la ULPGC.

Encontrarme de pronto con las entrañas de la Universidad fue duro. No es nada fácil el entramado universitario, lleno de envidias, hipocresías e intereses personales. Pero, empezaba a conocer el mundo real. Y al mismo tiempo empezaba a conocer el mundo de las Matemáticas. Dos objetivos sin duda complicados.

Después de tres años en esta situación, me contrataron como profesora, y seguí adentrándome en el Departamento, y en la Universidad, y en las Matemáticas y, lo que es más importante, empecé a entrar en el mundo de la Enseñanza.

La vida universitaria se basa en una serie de supuestos en cadena, que no siempre tiene fundamento. Se supone que una buena estudiante será una buena investigadora, que una buena investigadora será una buena enseñante e investigadora querrás ostentar algún cargo administrativo, y que querrás hacer, y que querrás tener, y que querrás subir, y etc., etc., etc. Y en esa cadena muchas veces nos entretenemos, olvidándonos de lo esencial.

Lo esencial para mí en aquel momento era enseñar, ayudar a formarse a futuros científicos marinos. Sin embargo, nadie me había enseñado a enseñar. Nunca antes había pensado en dedicarme a esto, fue casi el azar quien me fue marcando el camino y lo seguí sin más. Así es que tuve que poner en práctica el conocido método científico de prueba-ensayo-error-vuelve a probar.

No era consciente todavía de que, más que enseñar, lo que iba a hacer era aprender. Pero eso ha sido lo que he hecho: He aprendido mucho, no sólo a nivel profesional sino también en el plano personal. Y esto ha sido lo más importante de estos años. Estoy muy agradecida.

Además de esa especie de madurez personal qeu poco a poco iba alcanzando, al entrar en este mundo fui madurando algunas capacidades intelectuales, ó al menos se modificó en algo mi manera de razonar.

Explicar Matemáticas significa, para mí, estar continuamente descubriendo. Se establece un verdadero *feedback* con los alumnos, a pesar de lo poco acogedor que resulta muchas veces el espacio. Al explicar con el objetivo de que otras personas capten unos conceptos qeu no siempre son triviales, nos vemos obligados a entender las cosas "de verdad", con ese: ¡Ah, pero mira lo que era! Y eso es descubrir las Matemáticas. Con un poco de suerte, ellos hacen el descubrimiento al mismo tiempo. Y en ese momento las Matemáticas se vuelven simples, coherentes, sorprendentemente bellas. Nos podemos recrear entonces en la belleza de su lógica, de esa estética tan particular.

Además, he podido observar como los alumnos, las veces qeu logran entender de verdad un concepto, se sienten satisfechos y gratificados por el esfuerzo. Se dejan sorprender, incluso, por la belleza de la que hablaba antes. Y esto les hace creer mucho más en sí mismos, en su capacidad, en su trabajo. Y a mí también me resulta gratificante porque me permite recoger pequeños frutos a mi esfuerzo.

Una de las cosas más interesantes que, bajo mi punto de vista, aportan las Matemáticas en carreras de tipo experimental es precisamente la de ayudar a desarrollar capacidades. No es tan importante el hecho de aprender a derivar, integrar, sumar, restar o, en definitiva, de memorizar un recetario de fórmulas, como el de captar unos conceptos que contribuyen a desarrollar la capacidad de relacionar, de razonar, de pensar con lógica, de tener visión espacial, de descubrir, de organizar ordenadamente la cabeza,... Y esto en la formación de un futuro científico me parece fundamental.

Claro que no es fácil. Y en una sociedad en la que lo que prima es la rapidez y la inmediatez de las cosas, nos encontramos con poca predisposición por parte de los alumnos para trabajarse cosas cuyos frutos van a recoger a un plazo más largo. Pero esto no es más que el reflejo de una sociedad que lo que pretende es crear seres que produzcan en serie y sin pensar demasiado. Lo demás puede resultar poco rentable.

Por eso, intento animar a mis alumnos para que aprovechen la oportunidad. Las Matemáticas en sus vidas, más que un obstáculo, pueden ser una oportunidad. Una oportunidad para aprender. Y también para formarse como personas. Esa es mi experiencia. A mí me ha pasado.

(*) Isabel Padilla P.T.U. del Departamento Matemáticas de la U.L.P.G.C.

Cuadrados vegetales, democracias aritméticas I

Emmánuel Lizcano (*)

¿Quién no ha hallado alguna vez la raíz de un cuadrado (o raíz cuadrada)? Aunque, bien pensado, ¿la "raíz" de un cuadrado? ¿Pero no son los cuadrados seres abstractos que habitan el lugar ideal de las formas puras y eternas, tan alejado de ese otro lugar en el que se crían vulgares lechugas y melones, éstos sí son raíces? La respuesta está en la lengua: "la raíz del cuadrado". Sí, el cuadrado tiene raíz, su raíz es su lado. Como las lechugas y los melones, de ella extrae el cuadrado su alimento y su potencia. Efectivamente, el lado es la sustancia del cuadrado (su *substantia* lo llamaban los matemáticos latinos), el lado engendra el cuadrado al desplegar toda su potencia (su *dynamis,* decían los matemáticos griegos). El cuadrado es la potencia (potencia cuadrada) del lado, lo que el lado *puede* engendrar. El matemático portugués Pero Nunes hablaba de "lado *criando* cuadrado". La matemática es a veces enternecedora: un lado *criando* y *sustentando* maternalmente al cuadrado que engendró, transmitiéndole su vigor y *potencia.* El lado es la madre del cuadrado.

Para los antiguos todo estaba vivo, incluso los cuadrados. También para nosotros. En el fondo, nunca hemos sido modernos. Vemos el mundo como ellos al usar sus mismas metáforas sin darnos cuenta, precisamente por no darnos cuenta. Habitamos su mundo cuando sus metáforas nos habitan. No sólo hablamos de –y calculamos– *las raíces* del cuadrado sino que pensamos según la lógica que esa metáfora nos impone. Así, nos parece "natural" afirmar que la raíz de un número negativo no puede ser "real". ¿Cómo va a ser real una madre (lado o sustancia) que engendra y cría algo que no es nada, que es incluso "menos que nada"? A esa escena irreal Descartes la llama *número imaginario,* "porque sólo puede existir en la imaginación". Para Leibniz se trata de un "centauro ontológico, a medio camino entre el ser y el no ser". Sólo una madre monstruosa (¿histérica?) criaría al hijo que nunca pudo tener. Sin embargo, a los matemáticos italianos del siglo anterior tales números no les extrañaban, como no extrañaban a la sensibilidad manierista ni los trucos imaginarios de los trampantojos visuales ni la sintaxis monstruosa de Rabelais.

Los conceptos y las operaciones matemáticas, al ser metáforas (aunque hayamos olvidado que lo son), están sujetos a los mismos avatares de la sensibilidad que la pintura o la literatura: van cambiando su significado según las épocas, se rechazan o se crean según criterios estéticos y culturales. Cuando la llamada posmodernidad ha venido acabando con la ilusión de fundamentación y de verdad con que la modernidad había protegido sus discursos fuertes, sólo el discurso de las matemáticas parecía resistirse. El desplome de la fortaleza matemática le ha privado de su aura de verdad necesaria... pero ha mostrado ese vigor poético que siempre tuvo y que nunca debió perder.

(*) Emmánuel Lizcano es Profesor de Sociología de la U.N.E.D. y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) ¿Quiere llevarse un chasco?, pues acompáñenos...
Haga, paso a paso, lo que le vamos a indicar. Procure no equivocarse y, para mayor seguridad, dibuje la figura más de una vez y compruebe.
Dibuje una circunferencia; sobre ella dos puntos y trace la correspondiente cuerda. ¿En cuántas partes queda dividido el círculo? En 2. Ahora compruebe que con tres puntos y sus correspondientes cuerdas, el círculo queda dividido en 4 regiones = 2^2 regiones. Con 4 puntos y sus cuerdas aparecen 8 regiones = 2^3 regiones. Con 5 puntos, ¿hay $2^4=16$ regiones?
¿Siempre ocurrirá así?

2) El dominó es un popular juego al que todo el mundo cree que sabe jugar pues, aparentemente, no ofrece dificultad ir colocando las fichas. Pero también tiene trucos y estrategias. Lo que le vamos a proponer es un solitario: usted debe formar una línea cerrada con las 28 fichas. La línea ha de tener forma cuadrada y se colocarán respetando las reglas del juego.

Torneo de Matemáticas. Canarias 1994

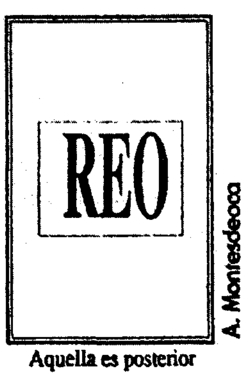
Para encontrarse bien, un perro necesita como mínimo de 120 m^2 de espacio por donde moverse libremente. Si el perro está atado con una cuerda de 10 m en una de las esquinas de un jardín vallado de forma hexagonal regular con 8 m de lado, ¿tiene el perro suficiente espacio como para sentirse bien?

Soluciones de la semana anterior

1) La estrategia de resolución consiste en empezar por el final. Tenía 126 cromos.
2) Es evidente que no está resuelto porque ¿y qué hacemos con el 2º que llegó que no se nombra para nada?
3) La superficie lateral aumentará en un 125 % y el volumen en un 237,5 %.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



Aquella es posterior

Solución anterior: Emilio Castelar.

Mi experiencia con las Matemáticas

José Martel

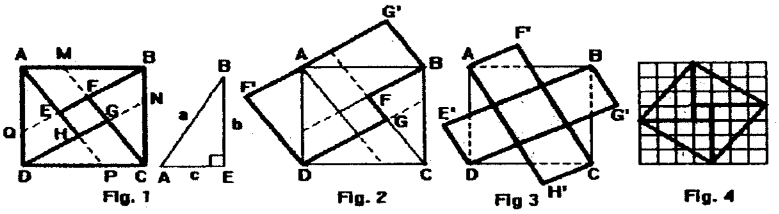


Fig. 1 Fig. 2 Fig 3 Fig. 4

Del teorema de Pitágoras (siglo VI aC) se conocen más demostraciones que días tiene un año. Elías Loomis (1811-1889) reunió y clasificó en su libro, *The Pythagorean Proposition*, 370 demostraciones de este famoso teorema. A Pitágoras se le atribuye una muy sencilla, partiendo de dos cuadrados iguales que tienen de lado la suma de los catetos de un triángulo rectángulo; pero por ser de sobra conocida no la vamos a tratar aquí. Sin embargo, hemos escogido la que vamos a comentar seguidamente, por los ejercicios que puedan derivarse de su construcción geométrica.

En el cuadrado ABCD de la fig. 1 se ha considerado un punto cualquiera P sobre el lado CD. Los segmentos AP y CM son paralelos y los BQ y DN perpendiculares a los anteriores. De todo este entramado se desprende con facilidad que los triángulos (Ver gráfico) ABE, BCF, CDG y DAH son iguales. Asimismo lo son los triángulos MBF, NCG, PDH y QAD. De donde se deduce que EF=EB-FB=EB-AE=b-c. Pero al ser la superficie del cuadrado ABCD suma de la de cuatro triángulos rectángulos iguales a ABE y de la del cuadrado interior, podremos escribir:

$a^2=4xbc/2 + (b-c)^2=2bc+b^2+c^2-2bc=b^2+c^2$, que no es otra cosa que el teorema de Pitágoras aplicado al triángulo ABE; pero también se puede hacer una demostración totalmente geométrica (sin cálculo alguno), tal como se indica en la fig. 2, mediante dos traslaciones: la del triángulo BCF según el vector BA y la del triángulo CDG según el vector CB (sin duda alguna se llega a lo mismo con otros movimientos). Bhaskara, matemático hindú del siglo XII, construyó una figura análoga dando como única explicación una simple frase que significaba algo así como: "imirad!"

Pitágoras.

Por otro lado, es necesario reseñar aquí que una variante de la fig. 2 se encontraba ya en *Nueve Capítulos sobre el Arte Matemático (Jiuzhang shanshu)*, considerado como el texto más importante sobre matemáticas en la antigua China, escrito probablemente durante los siglos III-II aC.

Veamos ahora qué valores tomará la razón existente entre el área del cuadrado ABCD y la del cuadrado anterior; esto es, $a^2/(b-c)^2$, para determinadas posiciones del punto P.

1º) DP/DC = 1/2, o sea, P es punto medio del lado DC. Entonces, b-c=c, y la razón de las áreas será: $a^2/(b-c)^2=5c^2/c^2=5$, resultado, ya conocido, del ejercicio propuesto en la página dominical del pasado 14 de mayo. También se llega a este resultado, de un modo puramente geométrico, transformando, mediante simetrías centrales, el cuadrado ABCD en una figura equivalente (cruz griega formada por cinco cuadrados iguales, o lo que es lo mismo, el desarrollo de la superficie de un cubo sin tapadera), tal como se indica en la fg. 3.

2º) DP/DC=3/4, relación que se cumple para la terna pitagórica (3, 4, 5), y para todas las que son múltiplos de esta primera. Entonces, $a^2/(b-c)^2= 25k^2/(4-3)^2 k^2= 25/1=25$.

Curiosamente, esta primera terna (3, 4, 5), aparece en el *Chóu-pei suan-king* o *Zhoubi suanjing*, importante documento matemático de la antigua China, de autor desconocido, y que algunos historiadores sitúan en el 1200 aC y otros en el 200 aC (durante la dinastía Han). Contiene, además de unas especulaciones sobre las dimensiones del universo fundadas en las observaciones y en el cálculo, cómputos sobre el calendario, fórmulas destinadas a la resolución de triángulos rectángulos y un dibujo, parecido al cuadrado de la fig. 4, que es conocido como *la figura de la hipotenusa*, y que constituye una prueba visual, inmediata y sin palabras, del teorema de Pitágoras. Como frases llamativas del *Chóu-pei* podemos citar: "El arte de los números se deriva del círculo y del cuadrado", "Las formas son redondas o apuntadas", "Quien conoce la tierra es inteligente, pero el que conoce los cielos es un sabio", etc.

3º) DP/DC=1/raíz cuadrada de 3, relación que se cumple cuando se emplean cuatro triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos agudos midan 30º y 60º respectivamente. La razón de las áreas de los dos cuadrados será: $a^2/(b-c)^2=$ 2(2+raíz cuadrada de 3) aproximadamente 7,4641.

4º) DP/DC=raíz cuadrada de 5 - 1/2, valor obtenido cuando DP es el segmento áureo de DC=a. Un simple cálculo da para la razón de las áreas: 5+2 raíz cuadrada de 5 aproximadamente 9,4721.

5º) Finalmente, daremos una fórmula general, que comprende no sólo los cuatro casos ya detallados, sino también todos aquellos que se le pudieran ocurrir al curioso lector de este escrito.

Sea DP/DC=m=c/b, siendo m cualquier número real positivo menor igual que 1; para m=1, el cuadrado interior se reduciría a un punto y los cuatro triángulos pasarían a tener los catetos iguales, mientras que para m=0, nos quedaríamos sin triángulos. Un simple cálculo da para la razón de las áreas de los dos cuadrados la siguiente expresión:

$a^2/(b-c)^2= 1+m^2/(1-m^2) =1+2m/(1-m)^2$, que valdría *infinito* para m=1.

(*) José Martel es profesor emérito de la ULPGC.

Cuadrados vegetales, democracias aritméticas (II)

Emmanuel Lizcano (*)

Todas las matemáticas están habitadas por metáforas que nos vienen de otras épocas, de otras mentalidades. Cada una de esas mentalidades ha dejado su impronta en las matemáticas posteriores, prestándoles vigor, pero también imponiéndoles sus presupuestos culturales. Lo veíamos a propósito de la maternal 'raíz del cuadrado', pero los ejemplos podrían multiplicarse.

Cuando 'restamos' números naturales, *extraemos* números como quien extrae bolitas de un saco. A esa operación los griegos la llamaban *aphaíresis*, del verbo *aphaíreo*, que significa 'sacar' o 'extraer'. Pero si lo que restamos son números enteros (positivos y negativos), lo que hacemos es *enfrentar* dos ejércitos de bolitas / guerreros que se van destruyendo entre sí (*xian xiao*, decían los matemáticos chinos) hasta resultar victorioso el ejército que más bolitas / guerreros tenía (el resultado de la operación, decimos hoy, es positivo o negativo según cuál de los números / ejércitos fuera mayor). En el primer caso hemos operado como los antiguos griegos; en el segundo, como lo hacían los chinos de la época de los Han. Aunque mejor sería decir que son ellos quienes así operan en nosotros.

Tras las huellas de algún pensador maldito, como Spengler o Wittgenstein, la sociología y la antropología están hoy desenterrando las raíces culturales y lingüísticas que han ido dando su forma a las matemáticas. Textos como *Conocimiento e imaginario social* de David Bloor o mi *Imaginario colectivo y creación matemática* avanzan en esa línea. Y ya empiezan a constituirse los primeros foros internacionales sobre el tema.

Pero el trasvase de metáforas no sólo tiene lugar en el sentido que muestran los ejemplos anteriores. Si los antiguos griegos biologizaron la geometría y los chinos proyectaron sobre la aritmética las categorías taoístas de lo *yin* y lo *yang*, también ocurre el trasvase inverso: numerosos ámbitos de la vida, la cultura y la sociedad se perciben hoy al modo matemático. El prestigio que ha adquirido la matemática en nuestros días ha hecho de ella una fuente habitual de metáforas. Cuando unas elecciones se ganan 'por mayoría aplastante', ¿no proyectamos el poder del número sobre la sociedad, hasta el punto de que no nos choca que quienes cuentan en menor número queden aplastados? (Juan de Mairena impugnaba la democracia censitaria al impugnar la metáfora matemática que la sustenta: "Por más vueltas que le doy", decía, "no hallo manera de sumar individuos"). Cuando sociólogos, políticos, sindicalistas o periodistas (¿qué más da?) hablan de 'sectores sociales', ¿no están reduciendo la rica e ingobernable heterogeneidad de las gentes a puntos indistintos de un círculo homogéneo, susceptible de trocearse en sectores circulares como las raciones de una tarta que entre ellos se reparten?

Los conceptos matemáticos, que parecían habitar en otro mundo, pueden ser la clave para entender el modo en que pensamos este mundo... y el modo en que otros nos piensan.

(*) Emmanuel Lizcano es Profesor de Sociología de la UNED y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Concurso 2000

4. Actividad: Estamos absolutamente convencidos de que usted utiliza matemáticas en su vida diaria. Sí, no se extrañe ni arrugue el ceño. Lo que suele ocurrir es que su uso lo tenemos tan automatizado que no nos damos cuenta ni reparamos en ello. Y para que se convenza de que es así, la prueba que le proponemos hoy consiste en que esté pendiente de su vida y de sus decisiones a lo largo de este día (puede ser mañana si no está hoy para pensar...). Debe anotar dos situaciones cotidianas en las que ha tenido que *echar mano* de alguna idea matemática. Procure que la nota lo explique con claridad. Cuando lo tenga redactado (no hace falta que sea una novela), lo mete en un sobre y nos lo envía. Ya sabe que participará en el sorteo si no se olvida de la cabecera del periódico.

5. Actividad: Con la prueba que le proponemos para participar esta semana va a poder medir su creatividad poética. ¡Pero no se asuste y siga leyendo!, porque le daremos una salida por si cree que usted no tiene *vena* poética, cosa rara, ya que todos tenemos algo de poeta, incluso los matemáticos, o tal vez éstos tengan más que otros, puesto que están más cerca de la belleza, que tanta poesía inspira. Bueno, pues a lo nuestro. Usted debe construir una poesía de no menos de cuatro versos dedicados a algo que tenga que ver con las matemáticas; por ejemplo, a la matemática misma, al número uno o a la hipotenusa. Temas en los que inspirarse no le van a faltar. Pero por si lo que le falta es la *chispa*, pídala prestada y copie lo que algún poeta consagrado, como Alberti por ejemplo, hayan escrito sobre algo matemático. También vale algún problema que conozca expresado en verso, etc.

No se preocupe si lo que escribe le parece sencillo. A lo mejor gracias a su poesía disfruta después de uno de los estupendos premios que sorteamos.

■ Enviar la respuesta a **Concurso Año 2000 apartado 329, 38205-La Laguna-Tenerife.**

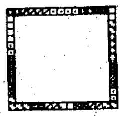
■ La respuesta debe venir acompañada de la cabecera del periódico con la fecha del día de publicación, así como con sus datos personales y de localización.

EMPRESAS COLABORADORAS
HALCÓN VIAJES; LEMUS;
NAVIERA ARMAS

Soluciones de la semana anterior

1)Si marcamos 5 puntos y trazamos las cuerdas se obtienen 16 reigones. Pero no se puede generalizar, pues ya con 6 puntos aparecen 31 regiones y no 32.

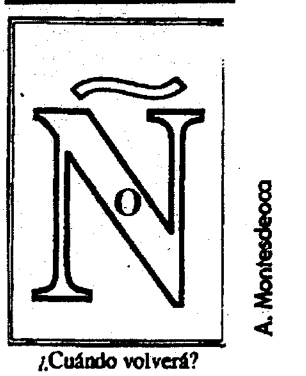
2)(Ver cuadro).



3)El perro sólo podrá moverse en 104,71 metros cuadrados, luego no se encontrará bien.

Les recordamos nuestra dirección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.

Jeroglífico



¿Cuándo volverá?

Solución anterior: Anterior, ésta.

El proceso de creación matemática

José Echegaray

Este texto de José Echegaray (tomado de sus 'Recuerdos, tomo I') se refiere al proceso de solución de un problema matemático, o más en general, al de creación matemática. Tiene especialmente valor, ya que son escasos los testimonios de matemáticos sobre este tipo de actividades intelectuales.

José Echegaray (1832-1916) fue profesor de matemáticas en la Escuela de Ingenieros de Caminos y catedrático de Física Matemática en la Universidad Complutense de Madrid, habiendo contribuido de forma importante a la actualización de las matemáticas en España durante el último tercio del siglo XIX. Personaje polifacético, fue diputado y ministro en varias ocasiones, además de célebre dramaturgo distinguido con el Premio Nobel de Literatura en 1904.

Yo tenía ya veintiocho o treinta años... He aquí lo sucedido.

Acababa de estudiar dos hermosísimas obras de matemáticas de un insigne geómetra francés –Chasles–, a saber: la *Geometría superior* y el *Tratado de cónicas*, y andaba yo a vueltas con las relaciones anarmónicas y con la involución. Se me presentó, con aquel motivo, un problema de cónicas y no pude resolverlo por más esfuerzos que hice. Estuve muchos días asaltando la fortaleza inexpugnable del problema, y ¡siempre inexpugnable!

Era una obsesión constante. Daba mis clases distraído, hablaba distraído con la gente, me dormía inquieto y me despertaba de mal humor. Cuando yo no puedo resolver un problema, estoy constantemente nervioso e irritado. Los que me ven y me tratan con alguna intimidad, creen que tengo algún disgusto muy profundo; y, en efecto, lo tengo porque un malestar profundísimo invade todo mi ser. Hay algo de enojo; casi me atreveré a decir de ira; me parece que las leyes de la naturaleza se mofan de mí. Hay también un sentimiento de humillación: se me figura que, decididamente, soy un imbécil o un mentecato.

El no poder resolver un problema me ocasiona un malestar mucho más hondo que el fracaso de un drama. Cuando un drama sale mal, allá en el foro interno casi siempre me pongo de parte del público y aún de la crítica; y concluyo por decirme a mí mismo, con la más sincera convicción,

LP / DLP

José Echegaray.

y quien sabe si a veces con injusticia notoria: ¡va! ¡dicen bien! ¡El drama es una soberana tontería! No vuelvo a ocuparme más de la obra que fracasó. El disgusto no dura más de veinticuatro horas. Pero cuando no puedo resolver un problema: ¡qué vergüenza! ¡Qué desesperación! ¡qué desaliento! Y, al fin, ¡qué tristeza! Pues el problema de que se trata se resistió como un condenado; después de muchos días de esfuerzos, estériles, tuve que abandonarlo; y me declaré impotente y necio por completo; y pasé a otro asunto.

Y pasaron cinco o seis meses, por lo menos. Llegó el verano, y con mi mujer y con mi hija tomé el tren de Alicante para pasar, según costumbre, uno o dos meses en aquel puerto. Llegó la noche y no había modo de que yo conciliara el sueño. Yo lo he explicado minuciosamente, tan minuciosamente como la importancia del caso lo requiere: me es imposible dormir sentado; pudiendo extender el cuerpo, puedo dormir sobre las piedras casi como si las piedras fuesen un colchón de pluma; pero me es imposible dormir sobre la más cómoda butaca. Sin embargo, como no había dormido durante dos noches, por haber estado algo enferma la niña, el cansancio, a veces, me rendía. Me rendía por unos cuantos segundos; pero en cuanto se me doblaba la cabeza, despertaba de pronto. Ni estaba completamente desvelado ni estaba completamente despierto; ni perdía la conciencia por completo ni estaba la conciencia en su plenitud: era una especie de crepúsculo soñoliento; en nada se fijaba mi atención; casi oscurecida, vagaba la conciencia de una a otra parte, sin posarse en ninguna; desde luego, puedo asegurar que no pensaba en ningún problema de matemáticas.

De pronto, en aquellas neblinas del sueño, se dibujó con toda claridad *una figura geométrica;* y aquella se refería positivamente al problema de que antes he hablado, que tanto me había dado que hacer seis meses antes sin haber podido encontrar solución y de la cual no había vuelto a ocuparme en todo este tiempo. Pues en aquella figura vi claramente la solución del problema. Despejose mi inteligencia, desperté por completo y mi conciencia entró en su plenitud. No había duda; había resuelto el problema sin pensar en él. Mejor dicho: la imaginación me lo había resuelto de pronto, sin esfuerzo alguna de mi voluntad olvidadiza.

Ya no dormí más para no perder u olvidar aquella idea; y en cuanto amaneció y se vio claro dentro del vagón, saqué un papel y un lápiz, reproduje la figura que en sueños había visto, y me convencí –con alborozo– de que el problema estaba resuelto.

■ **Fe de erratas**

El título del artículo de José Martel era el Teorema de Pitágoras y el cuadrado.

Epistemología matemática

Samuel Doble (*)

Aunque el suizo Jean Piaget (1896-1980) es conocido por sus trabajos sobre psicología del niño, él se consideró sobre todo un epistemólogo, es decir, un estudioso en el problema del conocimiento científico. Toda su obra está articulada especialmente en torno a esas dos preocupaciones filosóficas fundamentales, que han dado a su trabajo experimental la riqueza y la profundidad que han hecho de él uno de los psicólogos más importantes de todos los tiempos y uno de los grandes pensadores de este siglo XX que se acaba. En los últimos años de su vida ha elaborado una síntesis de sus posiciones epistemológicas, donde integra los conocimientos acerca del desarrollo del niño, sobre el papel de lo biológico en la conducta humana y sobre la epistemología de las distintas ciencias.

Respecto a las Matemáticas, a las que considera el fundamento de las ciencias experimentales, Piaget sostiene que, como son producto del sujeto, deben ser explicadas por medio de la psicología cognitiva. Los tres problemas clásicos que la epistemología de las matemáticas ha intentado explicar son los siguientes:

1) *Por qué, partiendo de unos pocos axiomas, son tan fecundas:* Los especialistas en Matemáticas suelen aducir la posibilidades de introducir indefinidamente operaciones sobre operaciones; Piaget, comparando al matemático con el niño, establece un paralelismo con las primeras síntesis o coordinaciones inconscientes que permiten la construcción del número y, sobre esa base, de medidas y de proporciones.

2) *Por qué, dado que son artificiales, no pierden un ápice de rigor:* La respuesta a esta cuestión debe buscarse en el interior mismo de la construcción de estructura, y precisamente porque están fuertemente estructuradas, permiten transformaciones bien reguladas, de modo que conducen *necesariamente* a las conclusiones, aunándose magistralmente fecundidad y rigor.

3) *Por qué, a pesar de su naturaleza deductiva, coinciden con la realidad física:* Puesto que la vida es creadora de formas, la convergencia entre las formas materiales del mundo físico y las formas construidas por el sujeto parece algo no muy problemático de postular. Nuevamente, en el funcionamiento del organismo debe buscarse la unión entre las operaciones del sujeto y las estructuras de los objetos. Para Piaget, todo parece ser matematizable, no en el sentido de mensurable, medible, sino en tanto en cuanto pueden construirse modelos; lo característico de estas estructuras lógico-matemáticas es que no contradicen las estructuras precedentes, las físicas, sino que las asumen y las integran.

(*) Samuel Doble es licenciado en Filosofía y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Apuntes de Sociología de las matemáticas (I)

Isabel Fdez. y José Miguel Pacheco (*)

Muchos hemos oído y leído en artículos, entrevistas, reportajes etc, sobre las Matemáticas y sus relaciones con la sociedad durante este año mundial a ellas dedicado. De todo ello quedan datos, biografías, divagaciones y pasatiempos. Además de esa información dirigida al gran público han aparecido otros escritos en los que observamos cuál es la situación actual de las matemáticas y de quienes las practican, comprobando que las matemáticas no son excepcionales en cuanto a la politización y burocratización de su actividad. Por ejemplo *Una reflexión sobre los estudios de matemáticas y sus perspectivas* de J. Bruna, *Las Matemáticas ante el cambio de milenio* de P. Griffiths, o *Las Matemáticas y los objetivos del año 2000* de J. Vázquez.

La relación entre las matemáticas y los poderes políticos, sociales, económicos o religiosos es muy antigua: contar, ordenar, situar los astros, medir tiempo y espacio... son conocimientos matemáticos usados por las clases dirigentes desde siempre. Ha habido astrónomos, calculadores (además de médicos) en las cortes reales. Las élites funcionariales se han formado durante siglos en el estudio de los rudimentos matemáticos. Con la burguesía comercial nacida en la Baja Edad Media aparecieron calculistas que llevaban cuentas y calendarios. La Revolución Francesa impulsó por toda Europa la extensión de la enseñanza elemental y a partir de principios del siglo XIX se prepararon cartillas de aritmética y geometría para uso de los niños. La utilización de las matemáticas, y el origen de buena parte de ellas ha estado relacionada con las guerras: desde los espejos cóncavos de Arquímedes hasta los mensajes cifrados. La estadística era (y por lo visto aún lo es) una parte de la política: unos buenos censos dan mucho poder a quien puede disponer de ellos.

Así la consideración social de las matemáticas ha sido siempre muy alta, y resulta chocante que necesitemos celebrar un año mundial para difundir el conocimiento matemático y captar estudiosos, como si fueran una especie en extinción. ¿Qué ha ocurrido en los últimos 50 años? ¿Por qué no se valoran las matemáticas precisamente ahora, cuando sus aplicaciones prácticas nos facilitan tanto la vida cotidiana?

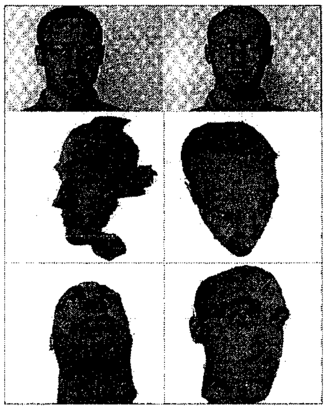
La explicación no es fácil, y la respuesta quizá esté en una combinación de ideas contrapuestas. Podemos pensar que el interés individual por las matemáticas se basa en sus posibles aplicaciones, en la belleza formal de sus razonamientos, o en ambas cosas: hasta hace poco los maestros hablaban de las 'cuatro reglas' como paradigma de aplicabilidad inmediata, o se 'enseñaba a razonar' como parte de una formación general. Puede que los planificadores educativos confundieran unos y otros conceptos, implantando demasiada abstracción en los niveles inferiores y destruyendo la conexión con las ideas físicas, al tiempo que la formalización excesiva se adueñaba de la enseñanza superior. Quizá también la popularización de tantas máquinas diversas haya sido el punto de partida de una división entre teoría y práctica, reduciendo ésta a una serie de manipulaciones automáticas, y de nuevo los planificadores educativos, convertidos en agentes de ventas, hayan decidido sustituir todas las matemáticas por la "adquisición de la condición de usuario".

(*) Profesores del departamento de Matemáticas de la ULPGC.

¿Por qué tenemos dos ojos?

Luis Álvarez

Probablemente sería más sencillo tener un único ojo encima de la nariz, como el Cíclope de la Odisea de Ulises, que tener dos, como es el caso de la mayoría de los animales, incluida la raza humana. La razón por la que la evolución natural ha suministrado a los animales dos ojos es, como casi siempre ocurre en evolución, una cuestión de supervivencia. Cuando la leona se acerca a un antílope sigilosamente, necesita estimar con precisión la distancia a la que se encuentra el antílope para elegir el momento adecuado para lanzar el ataque. Realizar esta estimación de distancia correctamente es, para la leona, una cuestión de vida o muerte. Probablemente, si Ulises escapó de las enormes piedras que le lanzaba el Cíclope, fue, porque éste, al tener un único ojo, era incapaz de estimar con precisión la distancia a la que se encontraba Ulises, y por ello, lanzaba con imprecisión las piedras; dicho esto, he de confesar que no tengo ninguna constancia de que Homero pensará en esta limitación visual del Cíclope cuando escribió la Odisea. A estas alturas, más de uno se estará preguntando qué tiene que ver todo esto con las Matemáticas. La razón es muy sencilla, *la visión binocular (es decir,* visión con dos ojos o utilizando dos cámaras fotográficas) es básicamente pura geometría.



La luz, proveniente del sol (o de una lámpara), incide sobre los objetos que a su vez reflejan esa luz en línea recta en todas direcciones. Esta luz reflejada por el objeto es captada por las cámaras fotográficas (o nuestros ojos), proyectándose en el negativo de la cámara. Dicha proyección corresponde a la intersección de la recta que une el punto del objeto y el foco con el plano donde se encuentra el negativo. Como puede apreciarse en la figura, en función de cómo esté colocada la cámara respecto al objeto, el punto se proyectará en una posición diferente en el negativo. El problema fundamental en visión binocular consiste en conseguir calcular de manera precisa la distancia entre el objeto y las cámaras a partir de la traza que deja el objeto al proyectarse en ambas cámaras. Este cálculo de distancias lo realiza la visión humana con gran facilidad y precisión; *sin* embargo, para realizarlo con un sistema artificial de visión compuesto de dos cámaras fotográficas es necesario resolver algunos problemas científico-técnicos de gran calado que requieren la utilización de herramientas matemáticas de campos tan diversos como el álgebra matricial, la geometría proyectiva, las ecuaciones diferenciales, etc. En general para abordar el problema hay que pasar por varias etapas: en la primera etapa necesitamos conocer las características técnicas de las cámaras, como son la distancia focal, el tamaño del negativo, etc, así como la posición relativa de ambas cámaras entre sí, es decir, la distancia entre las cámaras y si está rotada una respecto a la otra; esta etapa se denomina proceso de calibración de las cámaras. La segunda etapa consiste en poner en correspondencia los puntos de los negativos de ambas cámaras, es decir, buscar para cada punto en el negativo de una cámara dónde se ha proyectado ese punto en la otra cámara. La tercera y última etapa consiste en para cada par de puntos correspondientes en ambas cámaras, calcular la intersección de las rectas que unen los puntos correspondientes y sus focos. De esta manera determinamos la posición exacta del punto en la escena tridimensional, y en particular podemos saber la distancia que nos separa del objeto. Para ilustrar todo el proceso globalmente voy a presentar una experiencia que he realizado en colaboración con Javier Sánchez, investigador de la ULPGC. En esta experiencia (véase figura adjunta), se muestran en primer lugar, en la parte alta, dos fotografías de Javier Sánchez tomadas desde dos cámaras en posiciones distintas, y en la parte inferior de la figura se presentan cuatro vistas de la reconstrucción tridimensional de la cara de Javier a partir de las dos imágenes binoculares.

Luis Álvarez es miembro del Instituto Universitario de Ciencias y Tecnologías Cibernéticas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

CONCURSO 2000

BASES

1.– La respuesta debe venir acompañada de la cabecera del periódico con la fecha del día de publicación, así como con sus datos personales y de localización.

2.– Las respuestas deberán enviarse a:
Concurso Año 2000
Apartado 329 - 38205 La Laguna - Tenerife

1. Observe las fachadas de los edificios de la calle, barrio, pueblo, etc, donde usted vive habitualmente. Debe buscar en ellas un polígono que no tenga cuatro lados; una vez localizado lo dibuja en un papel sin preocuparse mucho de la calidad del dibujo pues ya sabemos que no todo el mundo maneja ese arte. Una vez dibujado, añada en el mismo papel una nota identificativa del edificio (calle en la que se encuentra, número, pueblo o ciudad, etc).

2. Una compañía naviera decide conectar todas las islas de Canarias, incluida La Graciosa, mediante unas líneas de barco de tal forma que disponga de un barco para cada trayecto de ida y vuelta, es decir, un barco para la línea Tenerife-La Graciosa-Tenerife, otro para San Sebastián-Arrecife-San Sebastián, etc. Debe averiguar cuántos barcos necesitaría esta compañía para conseguirlo. Una vez que los tenga, calcule cuántos serán necesarios si eliminamos La Graciosa, pero conectándola sólo con Arrecife.

3. Haga una pequeña indagación en su entorno habitual. Con toda seguridad que habrá oído hablar en alguna ocasión de unidades antiguas que no pertenecen al sistema métrico decimal que es el que estudiamos en la escuela, pero que son unidades que se siguen usando y, en algunos lugares, de forma cotidiana. Pues bien, lo que le pedimos hoy es que trate de enterarse de una de ellas. Da igual la que usted elija. Pregunte a alguna persona mayor o a alguien que sepa que las utiliza o conoce. No le pedimos una tesis doctoral sobre la unidad que decida, sólo que nos diga el nombre y algún dato que permita identificarla (si es de capacidad, de superficie, la equivalencia en el sistema métrico si lo consigue, etc).

4. Estamos absolutamente convencidos de que usted utiliza matemáticas en su vida diaria. Sí, no se extrañe, ni arrugue el ceño. Lo que suele ocurrir es que su uso lo tenemos tan automatizado que no nos damos cuenta, ni reparamos en ello. Y para que se convenza de que es así, la prueba que le proponemos hoy consiste en que esté pendiente de su vida y de sus decisiones a lo largo de este día (puede ser mañana si no está hoy para pensar...) Debe anotar dos situaciones cotidianas en las que ha tenido que 'echar mano' de alguna idea matemática. Procure que la nota lo explique con claridad.

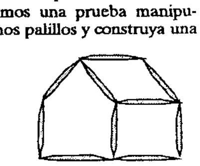
5. Con la prueba que le proponemos para participar esta semana va a poder medir su creatividad poética. ¡Pero no se asuste y siga leyendo!, porque le daremos una salida por si cree que usted no tiene 'vena' poética, cosa rara, ya que todos tenemos algo de poeta, incluso los matemáticos, o tal vez éstos tengan más que otros puesto que están más cerca de la belleza, que tanta poesía inspira. Bueno, pues a lo nuestro. Usted debe construir una poesía de no menos de cuatro versos dedicados a algo que tenga que ver con las matemáticas, por ejemplo, a la matemática misma, al número uno o a la hipotenusa. Temas en los que inspirarse no le van a faltar. Pero por si lo que le falta es la 'chispa', pídala prestada y copie lo que algún poeta consagrado, como Alberti por ejemplo, hayan escrito sobre algo matemático. También vale algún problema que conozca expresado en verso, etc.

6. Los relojes de manecillas parece que vuelven a ponerse de moda. Es un alivio para los profesores de matemáticas, porque así podrán utilizar de nuevo la hora para ayudar a enseñar las fracciones: doce menos cuarto, doce y media, faltan tres cuartos de hora para tal cosa, etc. Pero también pueden ser utilizadas para aprender algo de ángulos. Y de eso va nuestra prueba de hoy. Deberá calcular cuánto mide el ángulo que forman las manecillas del reloj en cada una de las cuatro horas que le vamos a indicar. Nos conformaremos con que acierte tres de las cuatro que le proponemos, pero eso sí, trabájelas todas. Son éstas:

Una en punto; doce en punto; tres en punto; doce y cuarto.

7. Las matemáticas deparan a veces sorpresas inesperadas y hoy va a tener ocasión de comprobarlo con la prueba que le proponemos. Si quiere tener una ayudita puede utilizar una calculadora, pero si no la tiene a mano, hágalo 'a pelo', que también tiene su encanto. Imagínese que tiene una hoja de papel cuadrada. El cuadrado tiene un metro de lado. Ahora vamos a iniciar un sencillo proceso: parta el papel por la mitad; obtiene así dos trozos que de nuevo parte por la mitad; los cuatro papeles que tiene ahora los vuelve a partir por la mitad y continúe partiendo papeles siempre por la mitad. ¿Hasta cuándo va a estar partiendo papeles? Atención porque le relato la prueba: con esos papeles usted va formando un montón que, lógicamente cada vez será más grueso. Le doy el dato de que diez papelitos puestos uno encima de otro, tienen el grosor de un milímetro. Pues bien, debe partir papeles hasta que el grosor de los papeles que haya cortado sobrepase por primera vez la altura del Teide, esto es, los 3.718 metros. La pregunta que le formulamos es: ¿Cuántas veces tendrá que partir la hoja de papel con la que empezó? No se asuste y compruebe que no son tantas, pero ¡no se ponga a hacerlo empíricamente!...

8. Le proponemos una prueba manipulativa. Búsquese unos palillos y construya una casa como la de la figura y luego indíquenos cómo desplazando únicamente dos palillos se puede orientar en sentido opuesto.



2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Una chica fue empleada para hacer un trabajo durante 16 días. El dueño de la empresa le propuso que eligiera entre los dos modos de pago siguientes:

a) Le daría 1.000 ptas. el primer día; 1.300 el segundo; 1.600 el tercero y así iría sumando 300 pesetas a la cantidad anterior hasta llegar al día 16º.

b) El primer día le daría una peseta; el segundo 2; el tercero 4 y así iría duplicando el número de pesetas recibido el día anterior hasta llegar al día 16º.
Sin hacer cálculos, ¿cuál cree Vd. que es más ventajoso para la empleada? Compruébelo.

2) ¿Se pueden colocar 18 fichas de dominó en tres filas de seis fichas cada una de forma que los números colocados en las filas, en las columnas y en las diagonales sumen lo mismo? (Cuadrado mágico).

III Olimpiada Matemática; Alicante, 1994

Los pentónimos son figuras formadas por cinco cuadrados unidos por un lado. En este tablero hemos distribuido 25 vocales y te pedimos que localices cinco pentónimos distintos y que en todos ellos existan las vocales "a, e, i, o, u".

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

Jeroglífico

¿Cuáles prefieres?

Solución anterior: Dentro de un año.

Toneles, barriles y medidas de capacidad en la vendimia y el comercio del vino

José Manuel González

En Canarias se entiende por barril todo recipiente que pueda contener menos de 100 litros, siendo los más comunes los de 32-33 litros de capacidad, los de a siete y de a cinco, que agrupados en parejas conforman el juego, carga o camino de mosto, y el barril en cuenta, que afora 40 litros.

Cada recipiente admite usos específicos y diferenciados, que se asocian a las distintas fases en el cultivo de la vid y en la elaboración y comercialización del vino. Mas, en todo caso, la conjunción de todos estos barriles posibilita la configuración de completos sistemas de medidas, con patrones perfectamente identificados, con múltiplos y divisores distribuidos en escalas duodecimales y dicotómicas invariables y con factores de conversión entre subsistemas perfectamente operativos.

En el comercio y trasiego de vino, los barriles, la pipa de 480 litros y la arroba de veinte, conforman un modelo de medidas perfectamente estructurado muy similar a las catalanas, levantinas e incluso argentinas. Los barriles de a cinco miden 22 pulgadas de longitud, mientras que los de a siete alcanzan las 27 pulgadas, siendo entonces la capacidad total del camino o juego de barriles de mosto de unos 110 litros, de los cuales el bodeguero se queda con el 10 % (por la merma) y el comerciante sólo paga al cosechero 100 litros por cada carga, esto es, dos barriles y medio de los de cuenta. Así, queda estructurado el siguiente modelo de medidas de capacidad: (Ver gráfico)

Este modelo metrológico es exclusivo de Canarias, pues, si bien las unidades del cuadro anterior recogen denominaciones que se reconocen en otros sistemas de medidas tradicionales y, en particular, en el sistema castellano, sus conversiones en unidades métricas no coinciden con las de ningún otro.

El juego de barriles también se usa en otro modelo de conversión entre medidas que relaciona el mosto con la cantidad de racimos; pero, su sistema de subunidades no concuerda con el ya descrito. En Arafo se conoce el cántaro, que afora una capacidad comprendida entre los 16 y 17 litros. Este patrón se elabora en madera, de forma troncocónica (aunque se construye también en forma de barrilete) y se usa en el trasiego del vino. La conversión entre el cántaro y los barriles se establece en dos cántaros por barril grande y, de este modo, el sistema del vino en esta localidad sureña queda como sigue:

Sistema de medidas para el vino de Arafo

Pipa = 480 litros
Carga = entre 96 y 100 litros
Barril grande = 32 litros
Cántaro = 16 litros

Este nuevo sistema coincide con el que se conoce en El Hierro, pues las denominaciones y factores de conversión entre la carga y el barril son similares, aunque sus capacidades difieren ligeramente. Mas siempre se mantienen invariantes las relaciones de múltiplos y divisores, y ambos modelos admiten un ordenamiento matemático similar, que, curiosamente, contiene el factor cinco, factor que sólo se conoce entre las medidas de capacidad guipuzcoanas.

La coexistencia de los dos sistemas de medida para los recipientes donde se trasiega el mosto y el vino en sus procesos de elaboración y comercialización provoca no pocos equívocos entre oficiantes de toneleros y bodegueros. En concreto, en la comarca de Tacoronte-Acentejo se conocen ambos modelos metrológicos, que, en opinión de D. Valentín del Castillo (tonelero de El Sauzal), quedan unificados, por cuanto la pipa de 480 litros se corresponde exactamente con 12 barriles de los de cuenta y 16 barriles de 32 litros. Vemos que esta conversión no muestra proporciones precisas, pues, más bien, habría de aportar una equivalencia de una pipa por 15 barriles de 32 litros.

En todo caso, tales desavenencias metrológicas se pueden entender a tenor de las necesidades prácticas de toneleros y bodegueros a la hora de armonizar sus antiguos patrones premétricos, distribuidos siempre en ordenamiento dicotómico, con las nuevas especificaciones propias del vigente SMD.

LA PROVINCIA / DLP

Interior de una bodega.

Medidas canarias asociadas con el comercio del vino

Unidad	Conversión en litros	Conversión en unidades de acarreo
Pipa	480 litros	
Carga, camino o juego	10-120 litros	2,5 barriles de cuenta
		Carga de Cestos

Apuntes de Sociología de las Matemáticas (II)

Isabel Fdez. y José Pacheco (*)

La semana pasada intentábamos hallar una respuesta al cambio de valor de las matemáticas a lo largo de las últimas décadas y nuestro análisis hacía temer la aparición de unas pautas de conducta social propias de un analfabetismo matemático. Esto nos hace pensar cómo y dónde se conservarán y transmitirán los conocimientos matemáticos en el futuro: ¿seguirán ofreciéndose abiertamente o pasarán a ser saberes reservados a sociedades semisecretas?

Debemos reflexionar, pues, sobre la figura del matemático. Todo el que practique las matemáticas es, en algún sentido, un matemático. En nuestro país, ser matemático suele incluir ser docente. Y vivimos años en que los docentes cargan con las culpas de la sociedad. Si además intentan explicar matemáticas, la combinación es explosiva y el resultado –educativo y matemático– es fácil de prever. Debemos lograr que ser matemático sea una profesión con consideración propia. Más aún en estos tiempos en que la colaboración entre disciplinas parece imponerse como método de trabajo: pero eso exige que jerarcas y planificadores atiendan más a las necesidades reales de una sociedad en evolución que a la satisfacción de ambiciones políticas a corto plazo.

Aun así, algo parece moverse. Tal vez con el reclamo de este año matemático todavía hay quien se atreve a escribir libros cuyo tema central son las matemáticas. Comentaremos por encima tres novelas recientes y observaremos las diferentes visiones que proponen.

La primera, *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*, de Apostolos Doxiadis, parece que intenta sobre todo comunicarnos la dificultad de las Matemáticas. Siguiendo la moda actual de glorificar la juventud y las hazañas más o menos deportivas, nos deja desolados al transmitirnos machaconamente que la gloria matemática es consustancial a la juventud. Sin embargo, en el excelente *The Fontana History of the Mathematical Sciences* de Grattan-Guinnes, podemos comprobar, comparando las tablas que contiene, que tal cosa no es cierta en absoluto. Flaco favor hace la novela de Doxiadis a quienes deseen aprender Matemáticas. Más bien parece querer apartar a los lectores de una posible aproximación a nuestra ciencia.

La segunda, *El teorema del loro*, de Denis Guedj, se subtitula "novela para aprender matemáticas". Loable empeño sólo parcialmente conseguido. La selección del material es buena, pero el hilo argumental no fluye adecuadamente; al final queda una sensación de cansancio, de haber intentado abarcar mucho y no haber aprendido tanto.

Doxadis y Guedj son matemáticos, y se nota. Cada cual tiene sus manías y las transcribe en su novela. Sin embargo, el libro *En busca de Klingsor*, del mexicano Jorge Volpi, no está escrito por un matemático, pero es el que más se aproxima a un planteamiento matemático profundo: se trata de una indagación sobre el concepto de verdad, además muy bien escrita. Es intrigante cómo este autor consigue mucho más calado que los anteriores y en qué forma presenta las características esenciales del hacer matemático.

Cualquiera habrá oído hablar de ecografías, resonancias, escáneres y otros avances médicos. Y atribuirán estos aparatos a algún genio de la Medicina sin saber que funcionan basándose en teoremas matemáticos. La falta de curiosidad por los entresijos teóricos de estas maravillas técnicas nos preocupa. Cada vez tendemos más a ser usuarios, como preconizan nuestras autoridades educativas. Estamos convencidos de la necesidad de una consideración específica hacia las matemáticas, no sólo como una pesadilla de los años escolares, sino como una ciencia amistosa que resume la evolución de la humanidad en los últimos tres mil años. Tal vez por eso es necesario este año mundial de las matemáticas.

(*) Profesores del Departamento de Matemáticas de la ULPGC y colaboradores de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Jerónimo Cardano (o Cardan), un singular matemático de vida agitada

D. Chinea Miranda (*)

Este singular personaje del Renacimiento tuvo una vida bastante agitada y repleta de contradicciones. Nació en Pavía (Italia) en 1501. Su padre, Facio, fue jurista en Milán, pero poseía una gran habilidad para las matemáticas hasta el punto que el propio Leonardo da Vinci le consultaba cuestiones de geometría. Cardano estudió primero en Pavía y después en Padua, obteniendo el título de doctor en medicina en 1525.

Con sus estudios, compartía una afición empedernida hacia el juego de cartas. Su afición era tal que en ocasiones el juego era su *modus vivendi* y se dice que incluso tuvo que empeñar las joyas de su mujer y algunos de sus muebles.

Tuvo una vida profesional algo turbulenta. Como médico, intentó ejercer en Milán, pero su afición al juego, unido a que era hijo ilegítimo, motivó que fuera rechazado en diversas ocasiones por el Colegio de Médicos de Milán, aunque finalmente, por las presiones de sus admiradores, fue aceptado en 1537. Consiguió tal éxito y fama que fue llamado a Escocia en 1552 para atender al arzobispo de St. Andrews, quien estaba moribundo y sin esperanzas de vida. Se decía que padecía tuberculosis. Su visita fue providencial, pues lo curó de su enfermedad, que afortunadamente no era tuberculosis, sino asma.

Como muchos de los personajes históricos de su época, aplicó su enorme talento a diferentes campos del saber. Así, también destacó como astrólogo, filósofo, matemático y físico. Su primer trabajo en matemática data de 1539 y es un tratado de aritmética. Cardano era un personaje muy inquieto y preocupado por los nuevos *descubrimientos de la época*. En estos años estaba muy familiarizado con el álgebra y la trigonometría, y comienza a sentirse atraído por el estudio de las ecuaciones cúbicas.

LA PROVINCIA / DLP

Jerónimo Cardano.

Su obra más importante fue el *Ars Magna*, que apareció en 1545, considerada como el primer tratado de álgebra. La solución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado produjo un avance tan sorprendente que fue la mayor contribución al álgebra desde la época de los babilonios, quienes casi cuatro mil años antes habían aprendido a completar el cuadrado para resolver ecuaciones cuadráticas. Sin embargo, hay que señalar que el primer en estudiar y dar un método para obtener una solución de una cúbica fue S. Del Ferro (1465-1526), quien no lo publicó, revelando su descubrimiento antes de morir a su alumno A. M. Fior. Otro matemático de talento, Nicolás Tartaglia (1500-1557), al parecer tuvo noticias de este descubrimiento y o bien independientemente, o sobre la base de alguna información consiguió aprender a resolver ecuaciones cúbicas. Al conocer Cardano los avances de Tartaglia, dedicó muchos esfuerzos para arrancarle los secretos de su método, prometiéndole presentarle a un mecenas que *resolviera sus problemas económicos*. Después de muchos ruegos, Cardano consiguió su propósito y a partir de ahí se dedicó, tranquilamente, a publicarlo como su propio trabajo en su gran obra. En cuanto a las ecuaciones de cuarto grado, Cardano expone el método de resolución que, con gran complacencia, atribuye a su discípulo Ferrari. No obstante, tuvo suficiente genio matemático para dar una valiosísima aportación personal, estableciendo la teoría general de las ecuaciones cúbicas y cuárticas, discutiendo cuántas raíces podía tener una ecuación y dándose cuenta de la necesidad de los números negativos y los complejos para obtener soluciones completas.

Su vida no tuvo desperdicio. En 1546 su mujer murió a la edad de 31 años, dejando tres hijos. El mayor envenenó a su propia esposa, siendo por ello condenado y ejecutado. Otro de sus hijos fue un criminal y estuvo en prisión muchas veces.

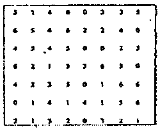
Fue astrólogo y creía en los sueños y la magia. A su paso por Londres, de regreso de Escocia, le hizo el horóscopo al rey Eduardo VI, y le predijo que gozaría de una vida muy larga y tendría un próspero porvenir, lo cual le puso en una situación incómoda cuando el rey murió poco después. También tuvo la osadía de hacer el horóscopo de Jesucristo y de escribir un libro en homenaje a Nerón. Por ello fue encarcelado en 1570, acusado de hereje y, cuando lo liberaron un año después, se trasladó a Roma y obtuvo *una pensión de la Santa Sede*. Murió el 20 de septiembre de 1576 tal y como lo había predicho y se dice que se abstuvo de tomar alimentos con el fin de hacer correcta dicha predicción.

(*) Domingo Chinea Miranda es miembro del departamento de Matemática Fundamental de la Universidad de La Laguna.

Diviértete y aprende

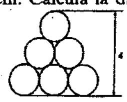
1) Una termita llega a los dos tomos de un *Quijote*. Cada tomo tiene 600 páginas (incluidas las del principio y las del final). Y abre su canal desde la primera página del tomo primero hasta la última del segundo tomo. ¿Cuántas páginas agujereó la culta termita?

2) Se ha colocado sobre una mesa un juego completo de fichas de dominó, formando un patrón rectangular con algunas de ellas en sentido vertical y otras en horozontal, pero todas en contacto, cuanto menos con otra ficha. Alguien ha copiado las posiciones de cada número, pero sin delinear las siluetas de las fichas. La tarea consiste en determinar los números que van juntos formando fichas separadas.



III Olimpiada provincial; Alicante, 1994.

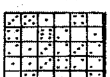
Las seis circunferencias de la figura tienen igual radio, r=2 cm. Calcula la distancia d.



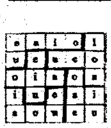
Soluciones de la semana anterior

1) Es más ventajosa la opción b) pues cobraría 65.635 ptas. mientras que con la opción a) sólo cobraría 52.000 ptas.

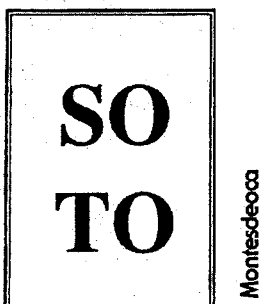
2) Cuadrado mágico formado con 18 fichas de dominó.



3)



Jeroglífico



¿Qué te trajeron del pueblo?

Solución anterior: Unas u otras.

Matemáticas y música I

¿Tocaba Galileo en la camerata de los Bardi?

José Luis Prieto (*)

La matemática ha marchado entrelazada con la música desde sus mismos albores. El pitagorismo y el platonismo sellaron tal alianza en la antigüedad, legando una interpretación intelectualista y rigurosa de la música, considerada en su misma esencia, y relegando sus aspectos auditivos y sensibles a la censura por sus connotaciones placenteras y hedonistas. Un fuerte cordón umbilical, de naturaleza casi mística, unía a la música y la matemática con la armonía del cosmos y el orden natural. Los planes de estudio de las universidades medievales consagran esta semejanza mutua ubicando el estudio de la una al lado de la otra y aún en el siglo XVII podemos hallar sus huellas en matemáticos como Kepler y musicólogos como Marin Marsenne.

Conocemos a Galileo Galilei como gran impulsor de la revolución científica moderna e iniciador de su método consistente en aplicar rigurosamente el lenguaje matemático al estudio de los fenómenos naturales. Pero un uso similar de ese mismo lenguaje estuvo también en la base de otra gran revolución, la que condujo a la música moderna, hasta el punto de que ambas recorrieron de la mano el mismo periplo histórico. Arrancaron a la par y cerraron su ciclo a la vez; los años finales del siglo XIX ver la crisis de sus respectivos paradigmas y Einstein y Schönberg, casi coetáneos y unidos entre sí por tantos lazos en común, abren al unísono su sustitución. Vicenzo Galilei, padre de Galileo y animador del salón musical literario del conde Bardi, durante el Renacimiento tardío florentino de la segunda mitad del siglo XVI, fue el encargado de trazar, en su *Diálogo de la música antigua y moderna* (1581) el nuevo programa que pondría fin a la música renacentista y abriría la vía sobre la que circularían los dos siglos musicales siguientes: la desaparición de la oscura e irracional polifonía y su sustitución por formas musicales que, instaladas sobre un nuevo concepto matemático de armonía, aportaran racionalidad, claridad y sencillez. No es casual que grandes matemáticos como Descartes, Leibniz o Euler, hicieran también aportaciones significativas en el campo de la teoría musical.

El veneciano Gioseffo Zarlino, coetáneo de Galilei, obra la reducción de la plural modalidad de la polifonía a dos únicos modos, el mayor y el menor, y racionaliza el mundo sonoro gracias a la división matemática de su espacio comprendido en una octava, con el que individualiza la división armónica fundamental. Para uno y otro, veneciano y florentino, las leyes de la armonía musical, obtenidas matemáticamente, son tales porque se pueden extraer de ese gran libro de la naturaleza que habla matemáticamente. Gracias al conocimiento científico de esas leyes musicales, es posible provocar en el oyente el efecto idóneo para mover sus afectos, fin último que se persigue.

(*) José Luis Prieto es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

Acto de clausura

El próximo día 12 de diciembre de 2000 se celebrará, en Las Palmas de Gran Canaria, el Acto de Clausura del Año Mundial de las Matemáticas; el lugar será el Museo Elder de la Ciencia y la Tecnología, a las 6.30 de la tarde.

Desarrollo del acto:

1.- Palabras de bienvenida por parte del secretario del Comité Canario para el año 2000

2.- Balance del año 2000 matemático en Canarias y agradecimientos, por el presidente del Comité Canario para el año 2000.

3.- Entrega de premios de los concursos celebrados.

4.- Conferencia del profesor Ivor Grattan-Guinness (University of Middlesex, UK) sobre *El porqué de las historias de las Matemáticas*.

5.- Palabras de clausura, por el Excmo. Sr. presidente del Gobierno de Canarias; a continuación se servirá un cóctel.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Lo que se indica en cada apartado es falso. Averigüe por qué.

a) Se serrucha un trozo de madera para que tome forma de paralelogramo. Si los cuatro lados son iguales, entonces es un cuadrado.

b) Si a una figura en forma de cuadrado se le duplica el lado, entonces el área del nuevo cuadrado también se duplica.

c) Alguien me dijo que había estado varias horas tratando de descomponer el 100 en la suma de 25 sumados, todos ellos impares y que al final lo había conseguido.

2) Dos hermanos que van al mismo colegio no tardan lo mismo en hacer el recorrido. El más diligente tarda 20 minutos, mientras el otro tarda 30. ¿En cuántos minutos alcanza el diligente al otro si éste ha salido de casa cinco minutos antes?

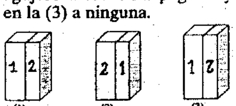
V Olimpiada Matemática; Aragón, 1993

Resolver esta suma teniendo en cuenta lo siguiente: cada letra se debe sustituir por una cifra diferente; cuando la letra se repite, se repite también la cifra correspondiente. Está prohibido usar el cero y el uno. El resultado ha de ser una suma correcta.

SI+SI+SI+SI+SI= ASI

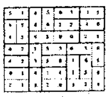
Soluciones de la semana anterior

1) Depende. En la posición (1) la termita no agujerea ninguna página o, en todo caso, hace un agujero a las del tomo 1, pero ninguna del tomo 2. En la posición (2) les hace un agujero a todas las páginas y en la (3) a ninguna.



(1) (2) (3)

2)



3) La distancia d mide 10,92 cm.

Jeroglífico

U

A

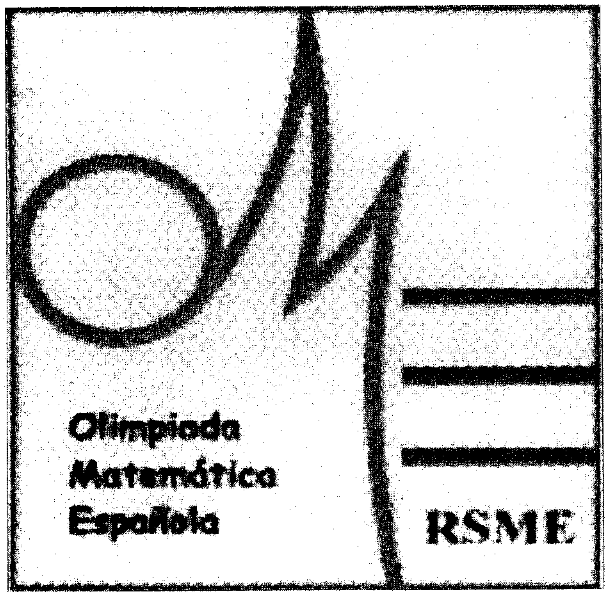
¿Cómo impermeabilizas la barca?

A. Montesdeoca

Solución anterior: Tomasa bajó queso.

La olimpiada matemática

J. M. L. M. (*)



Como hemos visto por todos los medios de comunicación, las Olimpiadas en Sydney han terminado con un éxito rotundo, ya que se ha conseguido, en muchos casos, mejorar las marcas anteriores en milésimas de segundo. Estas mejoras podrían servir como ejemplo del concepto matemático de aproximación o del límite, que ya en la antigüedad había sido objeto de estudio por los grandes matemáticos y filósofos griegos, donde un exponente curioso del caso radica en la famosa paradoja de Zenón de Elea en la que argumentaba que el famoso guerrero y atleta de la Ilíada, llamado Aquiles, no podría adelantar nunca a una tortuga siempre que le diera a ésta algunos metros de ventaja.

Como se sabe, el final de los Juegos Olímpicos Atléticos de la época griega fue sentenciado por el emperador Teodosio en el 394 d.C., pero un aristócrata francés llamado Pierre de Fredi (más conocido por el barón de Coubertin), resucitó en el año 1896 los juegos Olímpicos (llamados modernos). No se sabe si este afamado personaje, que se mantuvo en el cargo de presidente de COI mucho más tiempo que el propio Samaranch, se fijó en 'otras olimpiadas' que nacían, dos años antes, en la ciudad de Eotvos (Hungría), y que consistieron en un curso a nivel estatal de jóvenes que disfrutaban con la resolución de problemas, eran las Olimpiadas Matemáticas, que no recibirían este nombre hasta el año 1958 en las olimpiadas que se celebraron en Rumanía. Las Olimpiadas Matemáticas tienen por objeto promocionar esta disciplina, que como todos sabemos es imprescindible en todos los campos del saber y así lo ha reconocido una institución como la UNESCO que ha declarado el 2000 como año mundial de la Matemática. Pero además, es un instrumento válido para mejorar nuestro sistema educativo, ya que un gran número de alumnos participa en estos eventos y profundizan en la matemática, tan necesitada de estos concursos.

Para aquellos alumnos que no conocen estas Olimpiadas, podemos indicar que están compuestas de tres fases. La primera, se llama Fase de Distrito y se celebra en cada distrito universitario. Consta de dos pruebas escritas en las que hay que resolver un total de seis problemas pudiendo participar alumnos de COU, de Bachillerato LOGSE y de Formación Profesional, con el único requisito de que tengan menos de 19 años. Suelen celebrarse en los últimos días de enero de cada año.

La segunda fase, llamada Fase Nacional suele celebrarse en marzo o abril (el próximo año se celebrará en Murcia) y participan los tres primeros clasificados de la primera fase. En total suelen asistir una media de 120 alumnos de todas las provincias, las pruebas están compuestas por seis problemas a resolver, también en dos sesiones. En esta fase se conceden seis medallas de oro, doce de plata y dieciocho de bronce.

La tercera se llama Fase Internacional y participan los seis medallas de oro de cada país, participantes de la segunda fase. Se celebra en julio de cada año en un país determinado (este año se celebró en Taejon ciudad de Corea del Sur). La ubicación para el próximo año está por determinar.

Existe también una Olimpiada Matemática Iberoamericana, donde participan los medallas de oro de la fase nacional. Este año se celebró en Caracas en el mes de septiembre como es habitual.

Aunque para los estudiantes que aman la Matemática los premios son algo secundario, podemos decir que todos los alumnos premiados tienen una asignación económica, pero lo más importante es la satisfacción personal que produce la participación y el hecho de competir y hacer amistades con compañeros de gustos e intereses afines.

En nuestra Comunidad Autónoma se pueden elegir 6 representantes, tres por cada distrito universitario (ULPGC y ULL). En el distrito de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria se participa desde hace dos años y en la Fase Nacional de la Olimpiada de este año hemos conseguido una medalla de bronce, obtenida por el alumno Ignacio García Marco del Instituto Tomás Morales.

La Olimpiada Matemática en la provincia de Las Palmas se están consolidando gracias a la ayuda que aportan la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria y la Consejería de Educación del Gobierno de Canarias, ayuda que esperamos conduzca a la celebración en nuestra ciudad de la segunda fase de la Olimpiada.

Es importante que los profesores de matemáticas de todos los centros de Secundaria animen a los mejores alumnos de esta disciplina a que participen en las Olimpiadas del próximo año, que en su primera fase se celebrará en la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria durante la segunda quincena de enero de 2001.

(*) José María López Meléndez es representante de la comisión de la Olimpiada en el Distrito de la Provincia de Las Palmas.

Matemáticas y Música (II)

El pequeño libro de notas de Ana Magdalena Bach

José Luis Prieto (*)

¿Que mejor tratado de los afectos que esta pequeña joya de la música barroca? Si algo fascinó durante dos siglos a músicos y matemáticos fue el misterio de cómo una estructura matemática podía mover tan perfectamente los afectos humanos. Una incógnita que espoleó a los mejores intelectos de la época a reflexionar sobre ello, hasta el punto de construir un cuerpo teórico propio que se conoce con el nombre de *Affektenlehre* o Teoría de los afectos. Si sus primeros formuladores fueron Zarlino y Galilei, es en la obra del jesuita Athanasius Kircher *Misurgia universalis ars magna consoni et dissoni* (1650) donde se codifica.

La claridad plena de racionalidad, la sencillez de su funcionamiento y la seguridad de sus reglas deben permitir al músico prever y regular, mediante cálculos exactos, la eficacia de su lenguaje sobre los oyentes. El estudio de la armonía se transforma, entonces, en una indagación de cómo la estructura matemática racional y ordenada del universo se revela en la estructura acústica, física y sensible, de la música; fenómeno de la naturaleza que, al igual que los demás, se ofrece al estudio del filósofo o del científico.

"Ejercicio oculto de la aritmética que no sabe hacer el cálculo por sí misma". Con esta célebre definición, expresaba Leibniz su convicción tanto en la sólida estructura matemática de la música como su propiedad de revelarse por medio de su percepción sensible. "En la música se manifiesta de manera privilegiada la naturaleza, y por lo tanto, la armonía que rige el universo. La fascinación que ejerce sobre nosotros", prosigue el filósofo, "está motivada por la proporción de los números y el cálculo de las vibraciones de los cuerpos sonoros causado por el efecto de determinados intervalos. Si experimentamos placer al escuchar sonidos es precisamente porque en tal acto de escucha realizamos ya cálculos aritméticos inconscientes. Verdaderamente, así como nada es más placentero a los sentidos del hombre que la armonía musical, tampoco nada es más placentero que la maravillosa armonía de la naturaleza, de la que la música es únicamente un incipiente saboreo y una pequeña evidencia".

Tal vez ningún otro teórico de la música haya expresado tan ejemplarmente la exigencia de reconciliación entre sensibilidad e intelecto, entre razón y ciencia. De semejante caldo de cultivo aflora ese clima musical de la Alemania luterana que personaliza insuperablemente la gran obra de J. S. Bach. Su poderosa arquitectónica es el equivalente musical de la de Leibniz en filosofía.

(*) José Luis Prieto es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

Diviértete y aprende

1) Un tarro lleno de miel pesa 500 gramos. Se vacía, se limpia bien y se llena de gasolina. Como la gasolina es dos veces más ligera que la miel, ahora el terro con la gasolina dentro pesa 350 gramos. ¿Cuanto pesa el tarro?

2) Un hombre contempla un retrato colgado en la pared y afirma: 'Ni hermanas ni hermanos tengo, pero el padre de ese hombre es el hijo de mi padre' ¿Cómo es eso posible?

3) En un número de tres cifras, la cifra de las centenas está muy ufana de su posición 'en cabeza' y la cifra de las decenas le dice: 'Menos humos, que soy el triple que tú' Entonces interviene la cifra de las unidades y dice: 'Callad las dos, que soy mayor que vuestra suma'. Y un observador externo las apacigua: 'No os peleéis, puesto que el número que formáis es divisible por cada una de vosotras'. ¿Qué número es?

Soluciones de la semana anterior

1)
a) No basta con tener los cuatro lados iguales pues el rombo también los tienen. Para que sea cuadrado hay que conseguir que los ángulos también sean iguales.
b) No. El área se cuatriplica.
c) Imposible. No se puede conseguir una suma par con un número impar de sumandos.

2) Los dos hermanos coinciden a los 10 minutos de la salida del diligente.

3) I=5, S=7 y A=3.

Jeroglífico

SO

A. Montesdeoca

¿Quiere alguien el dulce?

Solución anterior: Uso brea.

Sobre la aceptación de los números negativos

V. Arenzana Hernández

La historia de las matemáticas proporciona muchos ejemplos de las enormes dificultades de comprensión y aceptación que ofrecieron algunos conceptos que actualmente se nos presentan en los libros de texto como nociones sencillas integradas en la matemática elemental. Hoy se suele considerar que la mayor parte de los temas de la matemática elemental pueden ser fácilmente asimiladas por todos. Tal es el caso del concepto de número negativo.

En los primeros cursos universitarios se suelen exponer los números según sucesivas ampliaciones que van en el orden siguiente: naturales, enteros, racionales y reales. Esta ordenación esconde, entre otras, las suposiciones implícitas de que el concepto de número natural es el más sencillo y de que el de número entero es más asequible y fácil de asimilar que el de racional o fraccionario.

Sin embargo, la historia pone de manifiesto que fue mucho más dificultosa la aceptación como números de las cantidades negativas que la admisión de los números racionales. Así lo atestiguan las dificultades que tuvieron matemáticos relevantes de los siglos XVI y XVII con estos conceptos, entre otros, Girolamo Cardano (1501-1576) con la resolución de la ecuación de tercer grado, René Descartes (1596-1650) con la aparición de soluciones negativas en la resolución de ecuaciones a las que llamó raíces falsas y Galileo Galilei (1564-1642) que no contaba con las cantidades negativas en el mundo de los números en el año 1640.

Uno de los escollos fundamentales con los que se encontraron los números negativos para ser aceptados como números era que la matemática estaba fundamentada en la geometría euclídea, en la cual se representaban las distintas magnitudes mediante segmentos a los que se les asignaba una longitud positiva. Admitir segmentos con longitud negativa suponía aportar a la geometría la

Sello de correos francés con la imagen de Descartes.

noción de orientación mediante el uso de coordenadas o dar al cálculo con números negativos forma algorítmica mediante la regla de los signos.

Los números fraccionarios fueron usados en los comienzos de la matemática babilónica y la griega, y se aceptaban como resultado de un problema. Arquímedes (287-212 aC), por ejemplo, calculó el área de un arco de parábola como cuatro tercios del área del triángulo limitado por la cuerda y el vértice.

Sin embargo, los números negativos fueron de mas tardía aceptación. Cardano, en su obra *Ars Magna* (1545), halló la fórmula de resolución de la ecuación de tercer grado, pero particularizada, con pequeñas variaciones, a los diferentes tipos en que clasificó estas ecuaciones para que los coeficientes fueran siempre positivos ya que, para Cardano, carecía de sentido que uno de los miembros de la ecuación tomara valor negativo. Distinguió hasta trece tipos de ecuaciones para cada una de las cuales propuso una fórmula de resolución. A título de ejemplo citamos los siguientes tipos: $x^3 + ax = c$ (el cubo y la cosa igual al número), $x^3 = ax + c$ (el cubo igual a la cosa y el número), $x^3 + c = ax$ (el cubo y el número igual a la cosa), $x^3 = bx^2 + c$ (el cubo igual al cuadrado y el número).

La casuística realizada por Cardano para proceder a la resolución de la ecuación de tercer grado era debida a que la ecuación $x^3 + ax = c$ la había resuelto por consideraciones geométricas sobre la descomposición del cubo dentro de la ortodoxia de la geometría euclídea. Para obtener las fórmulas de resolución del resto de los tipos de ecuaciones las convertía mediante transformaciones en $x^3 + ax = c$. Si hubiera aceptado los números negativos habría podido englobar todas las fórmulas en una sola y simplificado notablemente su obra.

René Descartes en su *Geometría* (1637) llamaba a las raíces negativas raíces falsas y en el epígrafe *Cómo pueden aumentarse o disminuirse las raíces de una ecuación sin conocerlas* dio un paso definitivo en el manejo de las raíces falsas y, por consiguiente, de las cantidades negativas al darles un tratamiento común con las positivas y poderlas aumentar o disminuir con un cambio de variable, diciendo:

"Pero si los valores de las raíces de un ecuación son desconocidos y deseamos aumentar o disminuir cada una de las raíces en una cantidad conocida, solamente es necesario que en lugar del término desconocido se ponga otro que sca mayor o menor que esta misma cantidad, sustituyéndolo en toda la ecuación. Así, si deseamos aumentar en 3 la raíz de esta ecuación.

$x^4 + 4x^3\ 19x^2\ 106x - 120 = 0$,

debemos introducir y en lugar de x y suponer que y es mayor que x en 3, de modo que y 3 = x; si lo que deseamos es disminuir en tres la raíz de esta misma ecuación será preciso que y + 3 = x de modo que en lugar de:

$x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 106x - 120 = 0$

tendremos

$y^4 + 16y^3 + 71y^2 - 4y - 420 = 0$".

Galileo Galilei, en su libro *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, (1638) pone de manifiesto que los números negativos no existen cuando dice por boca de Salviati:

"Si continúo preguntando cuántos son los números cuadrados, se puede responder con certeza que son tantos cuantas raíces tengan, teniendo presente que todo cuadrado tiene su raíz y toda raíz su cuadrado; por otro lado, no hay cuadrado que tenga más de una raíz ni raíz con más de un cuadrado".

Kant y la certeza de las matemáticas

Jose Ferreiros (*)

La imagen tradicional de la matemática era la de un cuerpo de verdades que gozan de certeza absoluta, y que son necesariamente válidas. Las matemáticas parecía un milagro, porque aquí el pensamiento puro parece alcanzar conocimiento de la esencia de las cosas. Estamos seguros de que no es posible -salvo que juguemos con las palabras- un mundo en el cual 7 y 5 no sean 12, y creíamos estarlo de la imposibilidad de un mundo en el que haya varias (o ninguna) paralelas a una recta dada por un punto exterior. Esa imagen se ha quebrado en parte, pues hoy sabemos que cuando menosalgunos axiomas matemáticos no son necesarios ni ciertos, sino que pueden ser aceptados o rechazados a voluntad (o a conveniencia de la teoría física). Pero aquella imagen es todavía la que guió las reflexiones de Kant en torno a las matemáticas.

El poblema del conocimiento matemático es una cuestión central de la célebre Crítica de la razón pura (1787). Para Kant, los teoremas de la geometría o la aritmética eran ejemplos preclaros de 'juicios sintéticos a priori' verdades que comunican información sustantiva sin depender de la experiencia de los sentidos. Analizando por qué son válidos esos juicios, Kant quiso establecer una doctrina que permitiera poner límites a las pretensiones de la metafísica. Defendió que el espacio y el tiempo puros, de los que hablara Newton, son formas de la intuición: todo objeto que pecibamos aparecerá en el espacio y en el tiempo, pero no porque las cosas sean en sí mismas espaciales o temporales, sino porque nuestra intuición humana (que no es la única posible) tiene esa constitución. Y afirmó que el conocimiento matemático es necesariamente intuitivo, que se basa en la elaboración y desarrollo de conceptos siempre sobre la base de la intuición pura.

La imagen resultante era atractiva y simétrica: la teoría de la intuición pura del tiempo era la aritmética, la teoría de la intuición pura del espacio la geometría. Matemáticos de primer rango como el irlandés Hamilton (padres de los cuaterniones), se vieron atraídos por esa doctrina y la desarrollaron. Pero nótese que en la concepción kantiana el conocimiento matemático sólo se presenta como verdadero, cierto y necesario, no con respecto a la realidad de las cosas mismas, sino para los fenómenos tal como aparecen en nuestra experiencia. Un matemático como Cantor se exasperaba ante esta perspectiva esceptica, que en su opinión conducía al 'descrédito de la razón humana'.

Ya algún tiempo antes, el inmenso Gauss había llegado a la convicción de que Kant andaba errado. Tras mucho reflexionar, Gauss alcanzón la conclusión de que la geometría euclídea no era necesaria ni cierta: lógicamente son posibles la geometría no euclídeas, y sólo la evidencia empírica puede decidir cual de esas geometrías es la real. Esto suponía para Gaus, que si bien la aritmética era válida a priori, la geometría no lo es: el espacio 'tiene también una realidad fuera de nuestro espíritu'.

El desarrollo de la ciencia le ha dado la razón a Gauss, y la matemática se ha orientado hacia niveles de abstracción y anti-intuitividad que hubieran asustado al viejo Kant. Pero la doctrina kantiana sigue teniendo un indudable atractivo y no falta quien intenta revitalizarla.

(*)Jose Ferreiros es profesor del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia en la Universidad de Sevilla y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

LA PROVINCIA
Diario de Las Palmas

Domingo, 21 de enero de 2001

2000, AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMÁTICAS / Coordinan José Miguel Pacheco y María del Pino Quintana

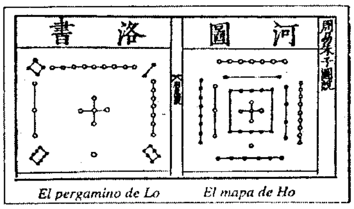
Cuadrados mágicos

Víctor M. Hernández Suárez

Un cuadrado mágico (CM) es una ordenación de n^2 números naturales, dispuestos en n filas y n columnas, de forma que la suma de los números de cada fila, columna o cada diagonal, sea siempre la misma. Este valor fijo se denomina 'constante mágica' del cuadrado. El número de casillas de una línea (fila, columna o diagonal) es el 'orden' o 'módulo' del cuadrado. El valor de la constante mágica viene dado por:

$C = n(n^2 + 1)/2$.

Los cuadrados mágicos han fascinado a la humanidad durante muchos siglos y son numerosos los matemáticos que los han investigado. Era muy natural que los antiguos observaran virtudes mágicas en las especiales características de estas figuras. Los matemáticos chinos que vinieron hace 23 siglos ya los conocían. Al parecer, ellos fueron los primeros en descubrirlos. En la introducción a la edición Chou del Yih King, se encuentran algunos diagramas aritméticos y entre ellos el Lo-Shu, el pergamino del río Lo, donde se refleja un cuadrado mágico de orden 3.



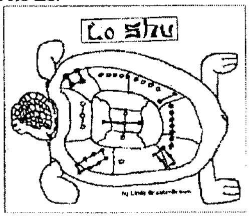
El pergamino de Lo *El mapa de Ho*

En este cuadrado, todos los números impares se expresan mediante puntos blancos, esto es, los símbolos yang, el emblema del cielo; mientras que los números pares vienen representados por puntos negros, los símbolos yin, que reflejan el emblema de la tierra. El descubrimiento del pergamino se le atribuye a Fuh-Hi (2858-2738 aC), el mítico fundador de la civilización china. En la figura anterior, al lado del pergamino se puede observar el mapa de Ho. Este mapa contiene cinco grupos de figuras impares y pares, los números del cielo y la tierra respectivamente.

El modelo de este cuadrado mágico es:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

La constante mágica vale 15. Este cuadrado mágico se sigue utilizando en China como protección contra los malos espíritus. Según la leyenda, este cuadrado apareció dibujado sobre la espalda de una tortuga en el río Lo.



En la India se solían llevar los CM como amuletos. Los sabios árabes afirmaban que los CM servían para prevenir ciertas enfermedades. Un CM de plata, colgado al cuello, evitaba el contagio de la peste, según ciertas tribus. Los antiguos magos del imperio Persa, practicantes de la medicina, pretendían curar las enfermedades aplicando a la parte enferma del cuerpo un CM.

El método del caballo de ajedrez

Un método para la construcción de cuadrados mágicos de orden impar n mayor que 3, consiste en aplicar las siguientes reglas de construcción:

1.- Se inicia el proceso dibujando una cuadrícula con 49 celdas o casillas; cuando queramos construir un cuadrado de orden 7. El número 1 se coloca en cualquier casilla, en nuestro caso lo situaremos en la parte inferior del cuadrado, segunda casilla por la izquierda.

2.- Los siguientes números los vamos colocando siguiendo los movimientos de un caballo de ajedrez. Seleccionamos de todos los posibles movimientos del caballo, el movimiento consistente en trasladarse dos casillas arriba y una casilla a la derecha. Cuando uno de estos movimientos saca el número del cuadrado por la parte superior, se coloca en el cuadrado en la misma columna que le correspondería en la parte inferior. Si el número sale del cuadrado por la zona derecha, se coloca a la izquierda en la misma fila. Si un movimiento hace que el número del cuadrado se salga por la esquina, se sitúa en el cuadrado como si estuviera en un cuadrado imaginario que se superpone al que deseamos construir.

3.- Cuando la celda donde se debe colocar el número esté ocupada, éste se pone debajo del último número que se haya escrito.

Se finaliza el proceso y se comprueba que el cuadrado obtenido es mágico. La constante mágica C es 175.

48	9	26	36	4	21	31
7	17	34	44	12	22	39
8	25	42	3	20	30	47
16	33	43	11	28	38	6
24	41	2	19	29	46	14
32	49	10	27	37	5	15
40	1	18	35	45	13	23

Cuadrado mágico de Alberto Durero

En 1514, el pintor alemán Alberto Durero (Nurenberg, 1471-1528), pintó un grabado denominado *Melancolía* que incluía un cuadrado mágico de orden 4, cuya constante mágica era 34. En la fila inferior del cuadrado situó los números 15 y 14 en casillas contiguas, para revelar, probablemente, la fecha de su grabado. Este cuadrado mágico tiene muchas propiedades interesantes que no son compartidas por los cuadrados mágicos en general. Entre estas podemos citas las siguientes:

1.- Los cuatro números de las esquinas (16,13, 4, 1) suman 34.

2.- La suma de los cuatro números del centro (10, 11, 6, 7) es 34.

3.- Los cuatro cuadrados de las esquinas (9, 6, 4, 15), (7,12, 14, 1), (16, 3, 5, 10), (2, 13, 11, 8) suman 34.

4.- El 3 y el 2 en la fila superior y sus simétricos en la fila inferior, 15 y 14, suman 34.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

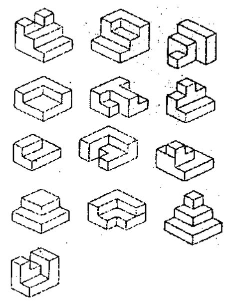
A continuación se muestran el cuadrado mágico de orden 4x4 y el grabado de Durero.

En la parte superior derecha del grabado podemos observar el cuadrado mágico de orden 4. *Melancolía*, realizado por Durero en el año de la muerte de su madre, representa un 'autorretrato espiritual' del artista, cuya genialidad le lanza a las simas de la melancolía.

Este cuadrado mágico puede considerarse como el primero aparecido en Occidente y en él se aprecia la conexión entre el Arte y las Matemáticas.

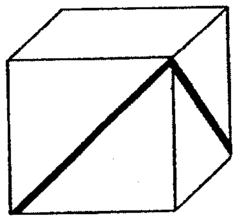
Diviértete y aprende

1) Las figuras siguientes se emparejan dos a dos para formar un cubo. Hay una que sobra, ¿cuál?



2) Te encuentras en la playa y tienes dos cubos de 5 y 3 litros (no graduados). ¿Podrías indicar las operaciones necesarias para recoger cuatro litros de agua del mar?

3) ¿Cuánto mide el ángulo que forman los segmentos indicados en el cubo adjunto?



Soluciones de la semana anterior

1) El tarro pesa 200 gramos.

2) Al no tener ni hermanos ni hermanas, el hijo de mi padre soy yo. Es decir, el padre de ese hombre soy yo, o lo que es lo mismo, observa el retrato de su hijo.

3) El 135.

Jeroglífico

SO

A. Montesdeoca

¿Quiere alguien el dulce?

Solución anterior: Ese, yo.

El periodo algebraico de la lógica matemática

Carlos Martín Collantes (*)

"Si un tema cualquiera se presenta de modo que consista en símbolos y reglas precisas para operar con ellos, atendiendo sólo a una exigencia de consistencia interna, entonces este tema constituye una parte de las matemáticas".

George Boole (1815-1864) nació en Lincoln, hijo de un modesto comerciante a quien los negocios no debían ir muy bien dado el carácter humilde y la baja condición social que se atribuye a sus orígenes familiares en todas las referencias biográficas. Tuvo que arreglárselas como autodidacta para mejorar su condición social, estudiando para ello latín y griego. Se convirtió en maestro de escuela y a los dieciséis años enseñaba matemáticas en un colegio privado, circunstancia que le obligó a estudiar a fondo, siempre por su cuenta, las obras de Laplace y Lagrange, al mismo tiempo que aprendía idiomas. Trabó amistad con De Morgan y siguió con interés la polémica entre éste y sir W. Hamilton sobre el lugar que le corresponde a la lógica, para el primero asociada a la matemática y para el segundo a la metafísica. Tomó partido por De Morgan publicando sus propias conclusiones en un librito titulado *El análisis matemático de la lógica*, que aparece en 1847, el mismo año que la *Lógica Formal* de De Morgan. Por esta razón se ha dado en fijar en esta fecha el nacimiento oficial de la lógica matemática. *Análisis*, además de convertirle en el fundador de la nueva disciplina le permitió también, por la reputación que alcanzó en el mundo matemático, mejorar su situación personal. Fue nombrado poco después profesor de matemáticas en el recién creado Queens College de Cork, en Irlanda, donde por vez primera encontró cierta seguridad financiera. Permaneció ligado a esta Universidad el resto de su vida. Murió en 1864 viendo reconocidos sus méritos en vida, incluyendo una graduación honoraria por la Universidad de Dublín.

El desarrollo del álgebra abstracta y la elaboración de nuevos sistemas algebraicos, por parte de un hombre que estimaba en las matemáticas sobre todo su capacidad para la generalización abstracta, constituyen la base sobre la cual descansa la gran idea que aportó Boole: que el álgebra puede ser desarrollada como un cálculo susceptible de interpretaciones diversas. Esta creencia surge de su concepción de la matemática misma, que entiende no ya como ciencia del número y la magnitud, sino como verdadero cálculo: "La validez de los procesos de análisis no depende de la interpretación de los símbolos que se emplean, sino exclusivamente de las leyes de combinación de los mismos".

Al establecer la lógica como ciencia de las leyes del razonamiento estaba defendiendo aún su carácter psicologista, característico en el siglo XVIII. Pese a todo Boole rompió con la lógica 'clásica' anterior para fundar la lógica matemática. En ella definió el uso de la clase universal y de la clase vacía, de importante significado lógico y llegó a simbolizar en su sistema las proposiciones de la silogística aristotélica.

En una de sus interpretaciones descartó la concepción de los símbolos como representantes de clases y limitó sus valores a 0 y 1, obteniendo un álgebra numérica para el conjunto (0,1). Aprovechando esta reflexión Boole sugiere que podría interpretarse $x=1$ como 'la proposición X es verdadera' y $x=0$ como 'la proposición X es falsa' (no habiendo otros valores posibles para x, y, z...) Con ello estaba utilizando ya 1 y 0 como 'valores de verdad'.

En 1880 Peirce ofreció una simplificación de las funciones booleanas, y con ese mismo objetivo apareció un trabajo de Sheffer en 1913. La versión que podría llamarse final del álgebra booleana está recogida en los trabajos de Huntington de 1904 sobre *Conjuntos de postulados independientes para el Álgebra de la Lógica*, en la que se ha transmitido a la matemática del siglo XX el interés por las estructuras que satisfacen los postulados del álgebra de Boole.

(*)Carlos Martín Collantes es miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

LA PROVINCIA
Diario de Las Palmas

enero de 2001

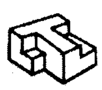
Diviértete y aprende

1)Cnstruya una cadena de palillos como la de la figura

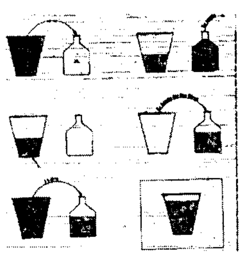
Indíquenos cómo desplazando cuatro palillos pueden aparecer tres cuadrados
2)Un ladrillo normal pesa cuatro kilos.¿Cuánto pesará un ladrillo cuyas dimensiones sean toda cuatro veces menores y del mismo material
3)Sería usted capaz de expresar el numero 10 utilizando cinco nueves y las operaciones que desee.

Soluciones de la semana anterior

1) La figura no emparejada es



2) Son necesarios seis trasiegos en total



3) El ángulo es de 60º.

Les recordamos nuestra dirrección: 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna - Tenerife

Jeroglífico

A. Montesdeoca

¿Te encontraste en la foto?

Solución anterior: Celeste

El tío Petros y la conjetura de Goldbach

Víctor M. Hernández Suárez

Ciertamente no hay demasiadas novelas con tema o trama de índole matemático. Una de las publicadas este año es "El tío Petros y la conjetura de Goldbach" de apostolos Doxiadis. Puede ser una buena lectura de verano en este año mundial de las matemáticas. La novela publicada ahora por Ediciones B fue escrita originariamente en griego en 1992 y llevada al inglés por el propio autor en 1998. Doxiadis, de origen Austrialiano pero educado en Atenas, fue admitido en la Universidad de Columbia a los 15 años, donde estudió matemáticas. Sin embargo, son la escritura, el cine y el teatro más que las matemáticas su primera dedicación.

La novela tiene dos personajes principales, el narrador que comienza diciendo: "Toda familia tiene su oveja negra, en la nuestra era el tío Petros", y Petros Papachristos, viejo e insigne matemático. El hecho de que aparezca la conjetura de Goldbach en el título, es debido al papel fundamental que tiene en la trama. Petros había estudiado con Hardy y Littelwood Teoría de Números y decidió resolver la célebre conjetura: "Todo número par mayor que dos es suma de dos números primos"; a primera vista un problema en apariencia sencillo, pero que aún hoy está sin explicar o demostrar.

A lo largo de la historia narrada aparecen célebres matemáticos aunque la mayoría no dejan en muy buen lugar al gremio. Así en la página 157 el narrador dice: "De los seis que había mencionado, sólo dos, apenas un tercio, habían tenido una vida personal que podría considerarse más o menos feliz, y curiosamente, en términos comparativos eran los menos relevantes: Caratheodoris y Littlewood. Hardy y Ramanujan habían intentado suicidarse (el primero por dos veces) y Turing lo había conseguido. Como ya he dicho Gödel se encontraba en un estado lamentable. Si añadía al tío Petros a la lista, la estadística era aún más desoladora".

El libro ofrece lugares comunes sobre la personalidad del matemáticoinvestigador: persona abstraída, descuidada, y -como queda claro en lo que se ha citadocon tendencia a tener problemas psíquicos. El tema de la relación entre el genio y la locura es frecuentemente tratado, no sólo por la psiquiatría sino también en la literatura.

Sin embargo, el libro mantiene el interés de su lectura. Parte principal de la trama es comprobar como el sobrino preferido del tío Petros va descubriendo su historia y la influencia de su tío en su propia vida. Además, desfilan por sus páginas los más famosos Matemáticos de finales de siglo XIX y comienzos del XX. Aparecen muchas anécdotas más o menos conocidas. Incluso se ofrece (a pié de página) la demostración de una propiedad relativa a los números primos: "Es sumamente fácil demostrar que para cualquier entero dado "*k*" es posible encontrar una sucesión de "*k*" enteros que no contiene un solo número primo" (pág. 83). El texto no requiere apenas ningún conocimiento previo; aunque lo disfrutarán más aquellos que sean aficionados a las matemáticas.

Más allá de algunos errores (supuestamente tipográficos) como en la grafía de Euler o en la función "z" de Riemann, una conclusión a que puede llevar la lectura del libro, basándonos en el teorema de Gödel, otra de las claves de la historia contada, es la negación de la frase de David Hilbert en el Congreso Internacional de Matemáticas de 1900 (donde presentó los 23 célebres problemas no resueltos hasta aquel entonces): "Wir müssen wissen, wir werden wiseen! In der Mathematik gibt es kein ignorabimus!). Por tanto, más bien deberíamos decir: ¡Debemos saber pero ignoramos e ignoraremos!. ¡En Matemáticas sí hay "ignorabimus"!; lo que por otro lado ocurre en todas las ciencias humanas.

Angel Plaza Miembro del Departamento de Matemáticas de la ULPGC

David Hilbert, ¿el último matemático universal?

Jesús Hernández

Se ha dicho que David Hilbert (1862-1943) fue el último matemático *universal*, el último que dominó (casi) toda su ciencia e hizo contribuciones fundamentales a muchas de sus ramas. Así sucedió con otros grandes matemáticos: Fermat, Euler, Lagrange, Gauss, hasta Pincaré. Hoy la matemática se ha hecho demasiado amplia, nadie puede abarcarla toda y la especialización es cada vez mayor y más inevitable.

Vida tranquila, sin grandes acontecimientos. Hijo y nieto de jueces, parece que la veta matemática le vino por vía materna, algo inusual entonces (y aún hoy). Nació en Koenigsberg (hoy Kaliningrado), la ciudad de Kant. Allí estudia, se doctora y, tra un corto viaje a París, enseña, hasta que en 1895 obtiene una cátedra en la cumbre de la matemática alemana (y mundial), la universidad de Gotinga, por la que habían pasado Gauss, Dirichlet y Riemann, donde permaneció hasta su jubilación -glorioso patriarcaen la que él acabó de hacer capital de su ciencia.

Muchos matemáticos prefieren trabajar en varios campos a la vez; Hilbert, en cambio, se concentraba en uno, que después abandonaba. Empezó con la teoría de invariantes, una parte del álgebra que transformó con demostraciones de las que el más ilustre cultivador dijo que "esto no es matemática, es metafísica", y pasó a la teoría algebraica de números, escribiendo en 1897 un libro que cambió la disciplina y trazó su futuro para muchos años. Después se ocupó de los fundamentos de la geometría y de muchos problemas de Análisis Matemático, entre ellos el de dar la primera demostración rigurosa del principio de Dirichlet, cerrando un proceso que un historiador ha descrito, con el título de Shakespeare, como "la comedia de las equivocaciones". También resolvió el problema de Waring, que se refiere a las maneras de escribir un entero positivo como suma de n potencias m-ésimas (cuadrados, cubos...), donde n depende sólo de m y no del número considerado. Otros trabajos fundaron el Análisis Funcional. Pero es que también, y esto es menos sabido, está asociado su nombre a las dos grandes teorías de la física de nuestro siglo, la relatividad y la Mecánica Cuántica, que nació en Gotinga con Heisenberg, Born, von Neumann...

Hilbert es conocido sobre todo, si lo es, por tres cosas. La primera, el libro *Fundamentos de la geometría* (1899), del que hay versión castellana, donde se hace, después de veinte siglos, una puesta al día de los *Elementos* de Euclides, corrigiendo sus defectos y desentrañando su organización interna; este libro se considera la obra maestra de la axiomática *moderna*, y de ahí ha surgido el álgebra abstracta de nuestro siglo. La segunda es la lista de 23 grandes problemas de la matemática del siglo; en este año 2000 se ha hecho algo en la misma dirección. La tercera un concepto, el de espacio de Hilbert, que extiende a infinitas dimensiones los espacios euclídeos de dimensión finita, y que no sólo es importante en matemáticas, sino que resulta ser el instrumento matemático que necesitaba la Mecánica Cuántica. De hecho, la versión definitiva de estos espacios la dio von Neumann en un libro titulado *Fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica* (1932).

Desde 1920 se dedicó casi únicamente a la lógica y los fundamentos de la matemática, algo que no suele interesar a los matemáticos. Su nombre se asocia al *formalismo*, una de las grandes corrientes de la filosofía matemática que pretendía asentarla sobre bases sólidas y probar la imposibilidad de contradicciones, intento arruinado por los resultados de incompletitud de Gödel de 1931. Su libro con Ackermann, *Elementos de lógica teórica*, que tradujo al castellano V. Sánchez de Zavala,* ha sido uno de los más usados durante decenios. Sus años finales debieron ser amargos: a los teoremas de Gödel se sumaron una salud declinante, el desmantelamiento por los nazis de la universidad de Gotinga, con el exilio de H. Weyl, von Neumann y otros y, después, la guerra.

(*) Profesor de Matemáticas en la U. Autónoma de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.