

---

---

## HISTORIA

Sección a cargo de

**Luis Español González**

---

---

*Publicamos un artículo que celebra el centenario de la obra pionera de Napier cumplido el pasado año, cuando las autoras lo enviaron. Por haber otros preparados para esta sección y por la gestión de la versión definitiva, el homenaje parece llegar con demora. No obstante, es oportuno mantener la intención conmemorativa.*

### Historia de los logaritmos y de su difusión en España por Vicente Vázquez Queipo

por

**Inés Roldán de Montaud y Mercedes Sampayo Yáñez**

RESUMEN. Este artículo tiene por objeto recordar, en el cuarto centenario de la publicación de la obra *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* de John Napier, a los científicos que con el invento y la divulgación de los logaritmos no solamente contribuyeron a enriquecer las matemáticas aplicadas, sino también las matemáticas puras. En él se estudia especialmente la figura del científico y humanista gallego Vicente Vázquez Queipo, el gran difusor de los logaritmos en España a mediados del siglo XIX, mediante unas tablas que han sido la obra científica con mayor número de ediciones de cuantas se han publicado en nuestro país.

#### 1. HISTORIA DE LOS LOGARITMOS

*Entre las admirables invenciones del género humano, pocas acaso han influido más que la de los logaritmos en los rápidos progresos, que en estos últimos siglos han hecho las ciencias exactas, y en especial la astronomía y la navegación.*

VÁZQUEZ QUEIPO<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Esta cita se reproduce en todas las ediciones de las tablas de logaritmos de Vázquez Queipo desde 1873 [48, p. V].

La aparición de los logaritmos en la segunda década del siglo XVII se vio propiciada por la necesidad de simplificar los laboriosos cálculos aritméticos necesarios para elaborar las tablas astronómicas y las cartas de navegación, cuyo uso se hacía cada vez más imprescindible en los viajes oceánicos, en un momento de fuerte expansión europea iniciado a raíz del descubrimiento de América por Cristóbal Colón en 1492. Igualmente se valoraron como una herramienta utilísima en la contabilidad estatal y comercial, que alcanzaron también gran desarrollo en los comienzos de la Edad Moderna. Ciertamente, quienes en la época disponían de instrucción no consideraron su invención como una contribución al pensamiento, sino como un instrumento que aumentaba considerablemente la capacidad de cálculo del ser humano.

Históricamente, la paternidad del descubrimiento de los logaritmos se atribuye al escocés John Napier<sup>2</sup>, barón de Merchiston, y al suizo Jobst Bürgi, que llegaron a su elaboración de forma independiente y en la misma época. Napier fue el primero en dar a conocer sus descubrimientos logarítmicos en 1614, hace cuatrocientos años, al publicar en Merchiston (Escocia) su obra *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (*Descripción de la maravillosa tabla de los logaritmos*), en la que explicaba cómo resolver problemas de resolución de triángulos y presentaba una detallada tabla de logaritmos con siete cifras decimales. Aunque Bürgi había emprendido el estudio de los logaritmos con anterioridad a Napier, en torno al año 1588, su *Arithmetische und geometrische progress-tabulen* (*Tablas de progresiones aritméticas y geométricas*) no salió de la imprenta de la Universidad de Praga hasta el año 1620<sup>3</sup>. En cualquier caso, en las vidas de estos dos carismáticos personajes siempre estuvo presente la intención de abreviar todo lo posible los fatigosos cálculos que necesariamente realizaban en sus diversas actividades, y ese esfuerzo fructificó con sus respectivas creaciones de los logaritmos.

John Napier nació en Escocia, en el castillo de Merchiston, en 1550<sup>4</sup>. Allí se dedicó a administrar el rico patrimonio familiar, a ayudar a sus vecinos con sus vastos conocimientos de agrimensura, agricultura e ingeniería, lo que le valió el apelativo de «Marvelous Merchiston», y a poner en valor el bagaje cultural y científico adquirido durante su estancia juvenil en el continente europeo, mediante la preparación de diversas publicaciones<sup>5</sup>. Su obra *A plaine discovery of the whole revelation of St. John*, basada en la interpretación del *Apocalipsis* de San Juan, aparecida en 1593, tuvo gran repercusión en la Europa protestante del momento. En ella resumía los resultados de sus investigaciones teológicas, de las que se infería que el papa de Roma era el anticristo, al tiempo que anunciaba la llegada del fin del mundo<sup>6</sup>. Aunque se trataba de una obra de carácter religioso, Napier ponía de manifiesto su dominio de la cronología antigua y del sistema de numeración utilizado en la Grecia

<sup>2</sup>También conocido como Jhone Neper, John Napeir, Jhone Nepair [14, p. 32].

<sup>3</sup>En aquella época Praga era la capital de Bohemia.

<sup>4</sup>En la actualidad Merchiston forma parte de la ciudad de Edimburgo.

<sup>5</sup>John Napier pasó parte de su juventud en Francia, Italia y los Países Bajos, gracias a los consejos que acerca de su formación su tío Adam Bothwell, obispo de Orkney, dio a Sir Archibald, el padre de Napier [14, p. 33], [29, p. LVI].

<sup>6</sup>Su interés por la teología se inició en su etapa escolar en el Colegio de San Salvador [29, p. LIII]. Dedicó el libro al rey de Escocia Jacobo VI, que a la muerte de Isabel I se convirtió en rey de Inglaterra con el nombre de Jacobo I [14, pp. 36–39].

clásica [29, p. LIV]. Tres años después, en 1596, distribuyó un informe que tituló *Secrete inventionis*, en el que describía sus diseños para construir cuatro máquinas de guerra, quizás pensadas para ser utilizadas en la confrontación que entonces sostenían Inglaterra y España. Estos dibujos fueron destruidos por el propio Napier poco antes de su muerte, ocurrida en Merchiston el 4 de abril de 1617. También construyó un tornillo hidráulico que mejoraba el de Arquímedes<sup>7</sup> [14, pp. 36–39], [17, p. 38].

En el campo de las matemáticas, Napier se centró en el desarrollo de diversas técnicas y dispositivos para simplificar los procesos de cálculo. A su regreso de Europa escribió su primer tratado de matemáticas. De haberse divulgado en aquel momento, habría contribuido al avance del álgebra de su tiempo, pues en él desarrollaba eficientes métodos de cálculo, describía notaciones algebraicas más sencillas e investigaba raíces imaginarias de ecuaciones; pero la obra, con el título *De Arte logistica*, no fue publicada hasta 1839 por su descendiente Mark Napier, cuando ya las ideas que exponía habían sido ampliamente superadas [14, p. 35], [29]. Con posterioridad, con el ánimo de facilitar el cálculo diseñó tres artilugios mecánicos, conocidos como *Napier's rods* o *Napier's bones*, *Promptuary*, y *Local arithmetic*, que describió con detalle en su obra *Rabdology*, publicada en 1617, el año de su fallecimiento. Aunque *Napier's rods* fue el que alcanzó mayor difusión de los tres, el *Promptuary* puede considerarse una de las primeras máquinas de cálculo de la historia de la ciencia, si bien en el momento de su aparición no tuvo excesiva aceptación. En cuanto al *Local arithmetic*, utilizaba el sistema binario para sumar, multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas, empleando un método similar al de las calculadoras actuales. En cualquier caso, la amplia difusión de la obra de Napier sirvió para estandarizar en la escritura de los números el uso del punto que permitía separar la parte entera de la decimal [14, pp. 36–39], [29, p. XIII].

Jobst Bürgi nació el 28 de febrero de 1552 en la ciudad suiza de Lichtensteig, en el seno de una familia de artesanos. Poco se sabe de sus primeros años, en los que debió de recibir una educación acorde con el entorno rural en el que transcurrió su infancia. Su padre, Lienz Bürgi, era cerrajero y seguramente le inició en el aprendizaje de la manipulación de diversos tipos de mecanismos. Se desconoce cómo pudo desarrollar las habilidades que en 1579, a los 27 años, le llevaron a trabajar como relojero y mecánico en el observatorio del Duque Guillermo IV de Hesse-Kassel. Se conjetura que quizá pudo adquirir las destrezas necesarias para desempeñar aquel oficio en la ciudad suiza de Schaffhausen, cuando trabajaba con la familia de relojeros Habrecht. Es probable que participara entonces, junto con Isaak y Josias Habrecht, en la construcción del reloj de la catedral de Notre-Dame de Strasbourg. También es posible que hubiese colaborado en Núrenberg con el constructor de globos celestes Christian Heiden. Lo cierto es que la fama de Bürgi como realizador de instrumentos de precisión para la geometría y astronomía indujo al emperador Rodolfo II a invitarle a la corte de Praga en 1592, y que unos años después, en 1604, le nombró

---

<sup>7</sup>Estos trabajos guardan similitudes con los proyectos de ingeniería de Arquímedes y Leonardo da Vinci. Se da la circunstancia de que en los años de su estancia en Europa, Pompeo Leoni recogía en el *Códice atlántico* los proyectos de ingeniería de Leonardo y cabe la posibilidad de que Napier tuviese alguna información sobre ellos [15, pp. 185–210], [4].



John Napier (izquierda) y Jobst Bürgi (derecha).

relojero real. En el momento de su muerte, acaecida en Kassel el 31 de enero de 1632, Bürgi gozaba también de cierto prestigio como banquero y agente inmobiliario [55, pp. 3–6].

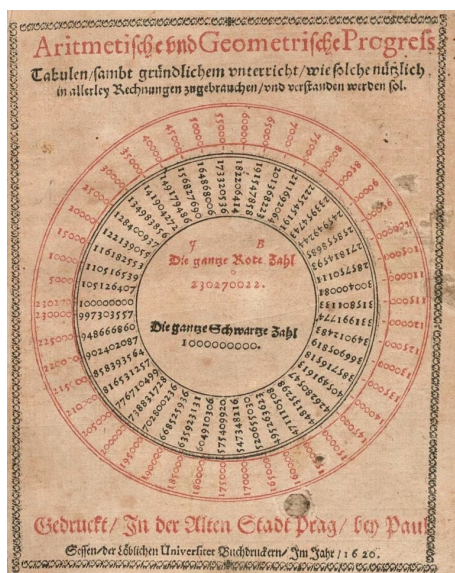
El concepto de logaritmo relacionado con la potenciación y también como correspondencia entre los términos de una progresión aritmética y otra geométrica se encontraba ya de manera implícita en los estudios de las sucesiones de potencias de un número dado realizados por Arquímedes y expuestos en su obra *El Arenario* en el siglo III a.C. También en la *Arithmetica integra* del alemán Michel Stifel, publicada el año 1544 en Núremberg, aparecía claramente elaborado el concepto de logaritmo, si bien todavía no se había acuñado el término para designarlo<sup>8</sup>. En cualquier caso, las investigaciones de Bürgi y Napier sobre los logaritmos se basaron en las propiedades de las progresiones aritméticas y geométricas y el método de la prostafairesis, muy difundido en los observatorios astronómicos europeos más importantes de finales del siglo XVI<sup>9</sup>.

Bajo el título *Mirifici logarithmorum canonis constructio* (*Construcción de la maravillosa tabla de los logaritmos*), Robert Napier publicó en 1619 la obra póstuma de su padre, en la que se explicaba el método que había seguido para la elaboración de sus tablas. Aunque esta obra apareció cuatro años más tarde que *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, Napier la había elaborado primero. Por ello, en su

<sup>8</sup>Stifel había nacido en Esslingen en 1487 y murió en Jena en 1567. Contribuyó a popularizar los símbolos «germánicos» + y – en su obra *Arithmetica integra*, que se considera una de las álgebras germánicas más importantes del siglo XVI por su tratamiento de los números negativos, las raíces y las potencias [13, pp. 169, 171, 395], [35, pp. 11–12].

<sup>9</sup>El término prostafairesis deriva de la palabra griega *prosthaphaeresis*, que significa suma y resta. Las reglas de la prostafairesis permitían convertir una multiplicación de funciones circulares en una adición o en una diferencia de las mismas. Se cree que el desencadenante que llevó a Napier al descubrimiento de los logaritmos pudo ser su conocimiento del método de la prostafairesis, adquirido quizá a través de John Craig, el médico escocés del rey Jacobo VI de Escocia y I de Inglaterra, quien en 1590 visitó el Observatorio de Tycho Brahe en Dinamarca [13, pp. 392, 395].

libro de 1619, aparentemente posterior, utilizaba la expresión «números artificiales» para denominar lo que finalmente acabó llamando «logaritmos», término compuesto de las palabras griegas *λόγος* (*logos*) y *αριθμος* (*arithmos*), que significan razón y número<sup>10</sup>.



*Mirifici*. . . de John Napier y *Arithmetische*. . . de Jobst Bürgi.

En *Mirifici logarithmorum canonis constructio* Napier explicaba el proceso que había seguido para construir sus tablas y proporcionaba los fundamentos geométricos del cálculo de los logaritmos, que consistía en relacionar las distancias recorridas por dos puntos que se movían a lo largo de dos rectas: el primero recorría a una velocidad uniforme distancias iguales en tiempos iguales, y el segundo iba hacia un punto fijo a velocidad decreciente y proporcional a la distancia que tenía que recorrer. Los dos puntos partían al mismo tiempo de sus posiciones iniciales y a la misma velocidad. Si  $L$  representaba la distancia recorrida por el primero y  $N$  la que le faltaba al segundo para llegar al punto fijo, Napier daba su definición de logaritmo como  $L = \log N$ . Como asumía que el segundo punto estaba inicialmente  $10^7$  unidades distante del punto fijo, la definición de Napier implicaba que la ecuación  $10^7(1 - 10^{-7})^L = N$  relacionaba los puntos  $L$  y  $N$  [14, pp. 36–39].

La diversificación de los trabajos de Bürgi en astronomía, triangulación, geometría, relojería. . . , requería complicados y laboriosos cálculos con números de múltiples dígitos; el intento de simplificarlos pudo muy bien ser lo que le condujo hacia el concepto de logaritmo. En 1603 el propio Kepler, que coincidió con Bürgi en Praga, hizo públicas las técnicas de cálculo utilizadas por el matemático suizo y llegó a revisar

<sup>10</sup>Véase [14, pp. 36–39], [29, p. X], [49, p. 2].

su *Arithmetische und geometrische progress-tabulen* que estaba escrita desde 1588. Posteriormente, Kepler le reprocharía a Bürgi el retraso en su publicación, debido quizás a un exceso de trabajo [16, p. 180]. Para la construcción de sus tablas, Bürgi empleó los mismos principios fundamentales que Napier, aunque con diferentes valores y terminología y sin la motivación cinemática. Consideraba la siguiente relación entre dos números  $L$  y  $N$ :  $10L$  era el número rojo que correspondía al número negro  $N$  si se verificaba que  $10^8(1 + 10^{-4})^L = N$ . La denominación de número rojo y número negro se debía al color en que aparecían impresos en las tablas, que eran de 9 cifras decimales<sup>11</sup> [14, p. 40].

Ni Napier ni Bürgi llegaron a utilizar el concepto de base de un logaritmo. Calcularon sus tablas por medio de multiplicaciones repetidas del número 0.9999999 en el caso de Napier, y del número 1.0001 en el de Bürgi. Sus logaritmos no cumplían la propiedad de que el logaritmo de un producto (cociente) de dos números es igual a la suma (diferencia) de los logaritmos de esos números, pero los de Bürgi son los que más se aproximan a los logaritmos en base  $e$ , también llamados naturales o neperianos [16, p. 183].

En 1615, el año en que Miguel de Cervantes publicaba en España la segunda parte de *El Quijote*, tenía lugar en Merchiston, en la mansión de Napier, un intercambio de impresiones entre el anfitrión y Henry Briggs<sup>12</sup>. Ambos estudiaron la conveniencia de adaptar los logaritmos al sistema decimal y optaron por hacerlo de modo tal que la base elegida para elaborar las tablas fuese el número 10, de forma que el logaritmo de 1 fuese 0 y el de 10 fuese 1. Un par de años más tarde, en 1617, fallecía Napier y Briggs publicaba *Logarithmorum chilias prima (Logaritmos del primer millar)*. En esta obra aparece por primera vez una tabla de logaritmos decimales, la referida a los números del 1 al 1 000 con catorce cifras decimales. Estos logaritmos decimales se conocen también como logaritmos vulgares o de Briggs. En lugar de considerar las potencias de un número próximo a 1, como habían hecho Napier y Bürgi, Briggs partía del supuesto de que  $\log 10 = 1$ , después calculaba otros logaritmos tomando raíces sucesivamente [13, p. 399]. Los logaritmos vulgares eran más apropiados para facilitar el cálculo porque en ellos ya se verificaba la propiedad de la igualdad entre el logaritmo del producto de dos números y la suma de los logaritmos de esos números, lo que no cumplían los logaritmos de Bürgi y Napier.

Briggs acuñó el término de *característica* para designar la parte entera del logaritmo vulgar, es decir, la que aporta el valor de posición del número correspondiente. Para referirse a la parte decimal, que es la que proporciona el valor numérico, se utilizó la palabra *mantisa*. Según Vázquez Queipo, «este nombre que vino del latín o más bien del etrusco significa *adición*, y se ha adoptado para expresar la fracción que se añade a la característica»<sup>13</sup> [49, p. 9]. Existe cierta discrepancia sobre la aparición del mencionado término: en opinión de Carl Boyer, Briggs fue el primero que la empleó en 1624 [13, p. 399]; en cambio, Julio Rey Pastor y José Babini sostienen

<sup>11</sup>En el lenguaje actual  $10L$  es el logaritmo del número  $N$  y  $N$  es el antilogaritmo de  $10L$ .

<sup>12</sup>Briggs había nacido en Yorkshire en 1561. Fue el primer catedrático de geometría del Gresham College de Londres y, a partir de 1619, el primer Savilian Professor de dicha materia en la Universidad de Oxford, donde falleció en 1630.

<sup>13</sup>Referencia que incluye en todas las ediciones de las tablas de logaritmos a partir de la edición 18.

que fue John Wallis quien la utilizó por primera vez en 1693 [35, p. 14]. En todo caso, el número de cifras decimales de las mantisas no fue uniforme; Briggs manejó mantisas de catorce cifras decimales y Adriaan Vlacq redujo su número a 10 [54]. Posteriormente, se hizo habitual el empleo de las tablas con siete cifras decimales, cuyo uso fue una exigencia en el ingreso en algunos centros de formación, como las Escuelas Politécnica y Militar de Saint-Cyr [26, p. V]. La reducción de las mantisas aportaba mayor rapidez de cálculo y permitía disminuir el volumen de las tablas, lo que conllevaba su abaratamiento<sup>14</sup>.

Dado el interés que despertaron las tablas de Napier y las de Briggs, pronto surgieron nuevas ediciones con ampliaciones así como toda una serie de traducciones. En efecto, dos años después de la publicación de *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, en 1616, aparecía la versión inglesa, realizada por el matemático y cartógrafo inglés Edward Wright. La traducción de las tablas de Napier se completó con un apéndice atribuido al matemático inglés William Oughtred, que fue el inventor de las reglas de cálculo rectilínea y circular [13, p. 399], [35, p. 17]<sup>15</sup>. En 1619, un año después del inicio de la guerra de los 30 años, John Speidell, que en aquella época ejercía de profesor de matemáticas en Londres, publicaba *New logarithmes*, donde calculaba los logaritmos naturales o neperianos de las funciones trigonométricas. En 1624, en su obra *Arithmetica logarithmica*, Briggs había incluido la tabla de los logaritmos vulgares de los números del 1 al 20 000 y del 90 000 al 100 000. En 1628, el matemático holandés Adriaan Vlacq<sup>16</sup> redactó la tabla de los logaritmos de 1 a  $10^5$ , completando así la de Briggs, que carecía de los logaritmos entre  $2 \times 10^4$  y  $9 \times 10^4$  [54].

A lo largo del siglo XVIII, merecen especial mención las tablas de William Gardiner, de las que aparecieron, según recoge Benito Bails, tres ediciones: la primera en Londres, en 1742; la segunda en Avignon, en 1770 (que fue la primera edición francesa); y la tercera en París, en 1783, perfeccionada por Jean François Callet<sup>17</sup> [11, pp. V–VI]. Si bien algunos autores se refieren a las tablas de Callet como a una obra con entidad propia y diferenciada, lo cierto es que el propio Callet admitió que se trataba de las de Gardiner, mejoradas, aumentadas y aplicadas a usos diversos, es decir, concebidas para que resultasen de mayor facilidad y utilidad. También fueron muy populares las tablas del astrónomo francés de la Ilustración Joseph Jérôme Lalande<sup>18</sup>. Publicadas en 1760, fueron reimpresas en repetidas ocasiones e incluso traducidas al castellano [26]. Lalande fue un ferviente defensor de la aplicación de los logaritmos en todos los usos de la vida civil. Otras tablas de gran prestigio fueron las del profesor de matemáticas de la Escuela de Artillería de Viena Jorge Vega (1754–1802), cuya primera edición apareció en la capital austríaca en 1783 [36]. Vega también realizó una compilación de las obras del mencionado Vlacq, que tituló

<sup>14</sup>Como ejemplo de tablas con mantisas de un número considerable de decimales, Yákov Perelman cita, entre otras, las de 20 decimales de François Callet (1795) [32].

<sup>15</sup>Wright había nacido en 1561 y falleció en 1615. Oughtred nació en Eton en 1574 y murió en Albury en 1660.

<sup>16</sup>Nacido en Gouda en 1600, murió en La Haya en 1667.

<sup>17</sup>Nació en Versailles en 1744 y murió en París en 1798.

<sup>18</sup>También es conocido como La Lande. Nació en Bourg-en-Bresse en 1732 y falleció en París en 1807.

*Thesaurus logarithmorum* [8, p. 787]. Hasta tal punto gozaron de consideración las tablas de Vega, que Vázquez Queipo dejó constancia en su testamento de que legaba un ejemplar «en folio y con diez decimales» a la Real Academia de Ciencias, que no poseía ninguno [6, p. 3262].

En el siglo XIX diversos personajes señeros de la ciencia y de la política redactaron tablas de logaritmos, tal fue el caso de François Arago o del barón Gaspard de Prony<sup>19</sup> [42, p. VII]. En 1792 Prony había estado al frente de un proyecto para redactar unas tablas de logaritmos del número 1 hasta el 100 000, con una precisión de 19 cifras decimales, y del 100 000 hasta el 200 000, con 24 cifras decimales; pero cuando en 1796 la mayoría de los cálculos se habían completado, el gobierno francés había perdido ya el interés inicial por aquel proyecto. El trabajo no llegó a ser publicado, y el manuscrito fruto de aquel esfuerzo colectivo se conserva actualmente en el Observatorio de París [12, p. 243], [41, p. 438]. Las tablas de logaritmos proliferaron de tal forma a lo largo del siglo XIX que, en 1875, en las Actas de la Academia de Ámsterdam se hacía referencia a la existencia de más de 553 distintas [23, p. 30].

## 2. LAS FUNCIONES LOGARÍTMICA Y EXPONENCIAL. EL NÚMERO $e$

Aparte de las aplicaciones pragmáticas para las que inicialmente fueron concebidos, los logaritmos contribuyeron esencialmente al desarrollo de las matemáticas puras. En el último tercio del siglo XVII, haciendo uso de las series infinitas, el clérigo boloñés Pietro Mengoli<sup>20</sup> demostró que la suma de la serie armónica alternada era igual al logaritmo neperiano de 2 [13, pp. 467, 485–487]. La segunda parte de la obra *Logarithmotechnia* del danés Nicolaus Mercator<sup>21</sup>, publicada en 1668, contenía varias fórmulas de aproximación para el cálculo de logaritmos. Una de ellas, conocida en la actualidad como *serie de Mercator*, permitía el cálculo de  $\ln(x + 1)$ . A los valores obtenidos por medio de esta serie, Mercator los había llamado «logaritmos naturales» (una designación que había utilizado con anterioridad Pietro Mengoli) y también «logaritmos hiperbólicos», por estar relacionados con la cuadratura de la hipérbola. Sin embargo, la relación entre la función logarítmica y la función exponencial no quedó definida hasta mediados del siglo XVIII, cuando Leonhard Euler<sup>22</sup> la dejó establecida en su obra *Introductio in analysin infinitorum*, publicada en 1748<sup>23</sup>. Otro tanto ocurrió con la vinculación de la función exponencial con los números imaginarios y las funciones circulares por medio de la ecuación  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ;

<sup>19</sup>Arago había nacido en 1786 en Estagel y murió en París en 1853. Prony nació en Chamelet en 1755 y murió en Asnières-sur-Seine en 1839.

<sup>20</sup>Nació en 1625 y falleció en 1686.

<sup>21</sup>Nacido en Holstein en 1620 y fallecido en París en 1687. Vivió varios años en Londres y fue uno de los primeros miembros de la Royal Society. En 1683 se trasladó a Francia, donde proyectó las fuentes de Versailles [13, p. 485].

<sup>22</sup>Considerado el matemático más prolífico de todos los tiempos, nació en Basilea en 1707 y murió en San Petersburgo en 1783.

<sup>23</sup>En el año 2000 la Real Sociedad Matemática Española y la Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales», en colaboración con el Real Instituto Observatorio de la Armada en San Fernando, publicaron una edición facsimilar, crítica y traducida de la *Introductio in analysin infinitorum* de Euler [20].



en el caso  $x = \pi$  se verifica  $e^{i\pi} = -1$  y como consecuencia  $\ln(-1) = i\pi$ , igualdad que ponía de manifiesto la existencia de los logaritmos de los números negativos, cuestionada por otros matemáticos de la época como Jean Bernoulli y Jean Le Rond D'Alembert [13, pp. 556–557], [8, p. 787]<sup>24</sup>.

La base de los logaritmos naturales, el número  $e$ , fue el eje central de todas las matemáticas infinitesimales y desempeñó un papel importantísimo en el campo del cálculo infinitesimal, del análisis complejo, de la estadística, de la probabilidad, de la teoría de números, de la matemática financiera... Parece ser que Euler eligió la  $e$  por tratarse de la primera letra de la palabra «exponencial». La utilizó por primera vez en unos manuscritos en los que se refería a ciertos experimentos realizados sobre el disparo de cañones. Los había presentado en San Petersburgo en 1727 o 1728, pero su versión impresa no apareció hasta 1736 en su obra *Mechanica*. También está relacionado con los logaritmos el número  $\gamma$ , cuyo valor aproximado es 0.5772156649..., conocido como constante de Euler. Se trata del límite de la diferencia de la suma parcial  $n$ -ésima de la serie armónica y el logaritmo neperiano de  $n$  [13, pp. 553–559].

El descubrimiento casual de una tabla de números primos al final de un libro de logaritmos llevó al adolescente Carl Gauss a establecer, en 1792, una conexión entre los logaritmos y la cantidad de números primos comprendidos entre el número 1 y un número dado  $N$ , a la que denominó  $\pi(N)$ , cuyo valor se aproxima al cociente  $N/\ln N$ . Esta expresión fue el punto de partida utilizado por Georg Friedrich Bernhard Riemann<sup>25</sup>, profesor de la Universidad de Gotinga y discípulo de Gauss, para establecer en 1859 su histórica conjetura, que todavía hoy sigue sin estar probada [40, pp. 78–97]. Gauss construyó después unas tablas de logaritmos con cinco cifras decimales, aparecidas en 1812 en la *Correspondance de Zach*. Permitían la lectura de los logaritmos de la suma y diferencia de dos números, a los que se les dio el nombre de logaritmos de la adición y de la sustracción o «logaritmos de Gauss». Para la construcción de estas tablas, Gauss siguió la idea que el matemático italiano Leonelli había expuesto en *Supplément logarithmique*, publicado en Burdeos a principios del siglo XIX [25, p. VI].

Además del papel importantísimo que desempeñan los logaritmos en el campo de las matemáticas, debe destacarse que también forman parte esencial del lenguaje universal que las matemáticas transmiten a las demás disciplinas. En física, química, biología, medicina, música, sociología, entre otras, existen múltiples aplicaciones de escalas logarítmicas, como evidencian los siguientes ejemplos relacionados con las funciones logarítmicas y exponenciales: la escala de Richter, que mide la intensidad de los terremotos y es la escala logarítmica más utilizada en la actualidad [12, p. 224]; el pH, que mide la acidez de una disolución; la prueba del carbono 14, usada para datar muestras orgánicas; los decibelios, que miden la intensidad del sonido; la ley de Weber-Fechner, que relaciona el estímulo que recibimos con la sensación que percibimos. Los logaritmos se emplean en el estudio del crecimiento demográfico de cualquier tipo de población; en los cálculos financieros; en el diseño de las catenarias

<sup>24</sup>Euler empleó la letra  $i$  para representar la unidad imaginaria en un manuscrito de 1777 que permaneció inédito, razón por la que se ha considerado que fue Carl Gauss (Brunswick, 1777 – Gotinga, 1855) el primero que la utilizó en su *Disquisitiones arithmeticae* de 1801 [13, p. 556].

<sup>25</sup>Nació en Breselenz en 1826 y falleció en Selasca (Italia) en 1866.

empleadas en las líneas de transporte de la corriente eléctrica; en la música, para la división lineal y comparación de los intervalos en la escala bien temperada. . .

### 3. LOS LOGARITMOS EN ESPAÑA

Aunque en la primera mitad del siglo XVII los logaritmos estaban todavía ausentes de las obras de matemáticas puras y aplicadas, sí se podría citar la existencia de dos o tres obras en las que aparecieron algunas referencias testimoniales. Las primeras alusiones conocidas se encuentran en la traducción de los *Elementos* de Euclides realizada por el ingeniero Luis Carduchi en 1637, y en el manuscrito del jesuita Hugo Sempil<sup>26</sup> titulado *La aritmética común y decimal y álgebra del P. Hugo Sempil escocés de la Compañía de Ihesús*. En su prólogo, Sempil se refería a los logaritmos como a uno de

los atavíos joyas y galas, que han inventado las naciones extranjeras [. . .] por donde obramos sumando y restando lo que los antiguos hicieron multiplicando y partiendo.

Sempil había comenzado a redactar su obra en 1646, pero cuando le sobrevino la muerte, en Madrid en el año 1654, no había podido concluir el capítulo de la explicación teórica de los logaritmos y su texto permaneció inédito. En su *Arquitectura militar*, publicada en Mallorca en 1664, Vicente Mut<sup>27</sup> ya utilizaba ampliamente los logaritmos para calcular ciertas distancias, áreas y volúmenes relativos a la construcción de fortificaciones. También hay que citar a Diego Rodríguez<sup>28</sup>, que escribió en México, en el segundo tercio del siglo XVII, un manuscrito titulado *De los logaritmos y la aritmética*, que no llegó a publicarse [30, pp. 85–86].

A partir de 1670 los logaritmos empezaron a formar parte de los tratados de matemáticas. El jesuita valenciano José Zaragoza<sup>29</sup> incluyó la primera tabla de logaritmos aparecida en nuestro país entre las páginas de su *Trigonometría española*, escrita en 1663 en Valencia y publicada en Mallorca en 1672 [9, p. 41]. En 1670, el monje cisterciense madrileño Juan Caramuel<sup>30</sup> había dedicado uno de los cinco apartados de su *Mathesis nova, veterum inventis confirmata*<sup>31</sup>, titulado *Sintagma*

<sup>26</sup>Sempil nació en Escocia en 1596, fue profesor de matemáticas en el Colegio Imperial de Madrid.

<sup>27</sup>De origen mallorquín, nació en 1614, fue un destacado observador astronómico e ingeniero militar del siglo XVII y falleció en 1687 [9, pp. 41–42].

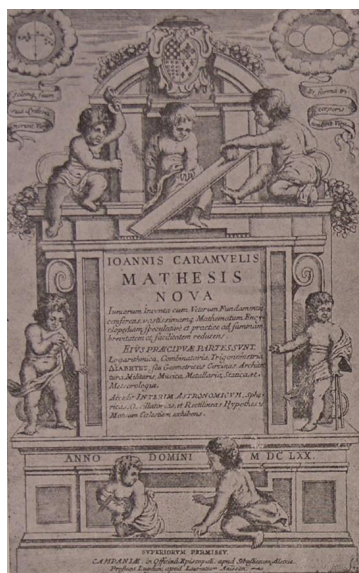
<sup>28</sup>Nacido en 1596 y fallecido en 1668, fue el primer profesor de astrología y matemáticas de la Universidad de México.

<sup>29</sup>Nació en Alcalá de Xivert en 1627 y murió en Madrid en 1679. Fue discípulo de Vicente Mut y el primer español que ocupó la cátedra de matemáticas del Colegio Imperial. Fue también profesor de Carlos II, el último rey de la dinastía de los Austrias. Se le considera uno de los iniciadores del movimiento *novator* [34].

<sup>30</sup>Nació en Madrid en 1606 y murió en Vigeven en 1682, cuando presidía la sede episcopal de aquella ciudad. Desde su infancia destacó por su precocidad en el estudio de las matemáticas; a los diez años publicó unas tablas astronómicas. Fue doctor en teología por la Universidad de Lovaina y miembro de la orden del Cister, en la que desempeñó cargos eclesiásticos en distintas ciudades europeas.

<sup>31</sup>Gran parte de la obra de Caramuel fue impresa varias veces en vida del autor, con una serie de adiciones y cambios en el título. Inicialmente, el *Curfus mathematicus*, cuya primera edición apareció en Campania en 1667 y en 1668 en Saint-Angelo, tenía tres tomos. Caramuel amplió la

*quintum. Logarithmica, de numeis et lineis rationalibus seu artificialibus*, al estudio de los logaritmos. Comenzaba señalando que la logaritmia «es ciencia nueva que une la Aritmética con la Geometría; fue inventada por Neper en el año 1615, adelantada por Briggio y, finalmente, creemos, perfeccionada por nosotros» [23, p. 23]. Con estas últimas palabras, Caramuel hacía alusión al sistema de logaritmos que había ideado con la intención de eliminar la frecuencia de las características negativas que dificultaba los cálculos astronómicos, de aunar las ventajas que representaban los sistemas de logaritmos de Napier y los de Briggs y evitar, al mismo tiempo, «las imperfecciones» de ambos sistemas. Pese a todo ello, los logaritmos caramuelianos no parecen haber encontrado eco alguno en el ámbito científico; de hecho, en su artículo biográfico sobre Caramuel, Fernández Diéguez<sup>32</sup> afirmaba que no había leído ninguna referencia a sus tablas en las obras y catálogos que había consultado [23].



Juan Caramuel y la portada del tomo II de su *Mathesis nova*.

En la segunda mitad del siglo XVIII destaca la figura de Benito Bails, director y profesor de matemáticas en la Real Academia de San Fernando<sup>33</sup>. Su libro *Elementos de Matemática*, publicado entre 1779 y 1787, es un compendio de once tomos,

obra a cuatro tomos: en 1670 publicó los dos primeros, titulándolos *Mathesis vetus* y *Mathesis nova*, dedicándolos al álgebra y la geometría y sus respectivas aplicaciones. Posteriormente publicó los tomos restantes: el tercero, *Mathesis architectonica*, dedicado a la arquitectura, del que apareció en 1678 en Vigeven una versión castellana ampliada, con el título *Arquitectura civil recta y oblicua*, y el cuarto, *Mathesis afronomica*, que dedicó a la astronomía.

<sup>32</sup>El matemático coruñés David Fernández Diéguez (1875–1936) fue uno de los impulsores de la creación de la Real Sociedad Matemática Española [19, p. 82].

<sup>33</sup>Había nacido en San Adrián de Besós en 1730 y murió en Madrid en 1797. Por motivos familiares vivió durante su juventud en Perpiñán y su formación universitaria corrió a cargo de los jesuitas en Francia. Siendo profesor de la Real Academia de San Fernando publicó *Principios de Matemáticas*

de los cuales el número diez está dedicado a las tablas de logaritmos [11]. La obra de Bails se convirtió en todo un referente. Según alguno de sus biógrafos, Vázquez Queipo, «sin maestro ni otro auxilio que la obra de Bails, había estudiado la aritmética» [10, pp. 183–217], [1, p. 197]. También José Mendoza y Ríos<sup>34</sup>, el astrónomo y marino sevillano afincado en Inglaterra desde principios del siglo XIX, en su *Colección de tablas para varios usos de la navegación*, publicada en 1800 y reeditada en varias ocasiones, incluía unas tablas de logaritmos empleadas en astronomía náutica durante el siglo XIX [28].

En el primer tomo de su *Tratado elemental de matemáticas*, publicado entre 1812 y 1813, Mariano Vallejo<sup>35</sup> dedicó casi veinte páginas al estudio de los logaritmos, a sus aplicaciones y a la explicación de las tablas de su predecesor en la cátedra de matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, Tadeo López y Aguilar. Observaba que dichas tablas «sólo se diferencian de las de Callet en 500 logaritmos, que nada influye en unas tablas; y además se tienen en castellano por la mitad de precio que las citadas». Durante su exilio en París en 1828, Vallejo había tenido ocasión de ver las ya mencionadas tablas manuscritas de Prony de 19 cifras decimales [41, pp. 438–439].

El barcelonés Ezequiel Calvet (1780–1851), profesor de la Escuela Náutica de la Junta de Comercio de Barcelona, publicó en 1847 la segunda edición de unas tablas de logaritmos vulgares destinadas a la práctica de la navegación. Vázquez Queipo las menciona en la 4.<sup>a</sup> edición de las suyas del año 1857, junto a las de Borda y Callet [43, p. IX]. Las consideraba un buen ejemplo de las grandes tablas que usaban el método de *doble entrada*, «tan cómodo para su manejo como útil para la vista». También en 1847, el profesor de matemáticas en los Colegios Militares de Palma de Mallorca y Segovia y en la Escuela de Cadetes de Gandía, Jacinto Feliú de la Peña, publicó unas tablas de logaritmos [22].

#### 4. LAS TABLAS DE LOGARITMOS DE VÁZQUEZ QUEIPO

Las tablas de logaritmos de Vázquez Queipo merecen un estudio especial. El nombre de su autor ha sido recordado por las sucesivas promociones de estudiantes de bachillerato hasta el último cuarto del siglo XX. El 12 de enero de 2013, el presidente de la Real Academia Galega, Xesús Alonso Montero, escribía con cierta nostalgia, en su sección habitual *Beatus qui legit* [7]<sup>36</sup>, las siguientes palabras:

---

en 1776, que amplió posteriormente con los *Elementos de Matemáticas*, destinados a sus alumnos de arquitectura. Había consultado las obras de Lacroix, Bézout, Carnot, Cerdá, Clairaut, Condillac, Cramer, Euler y Lagrange. Al final de sus días fue víctima de la enfermedad y del Tribunal de la Inquisición [31, pp. 51–71].

<sup>34</sup>Nació en Sevilla en 1761 y falleció en Brighton en 1816.

<sup>35</sup>Había nacido en Albuéñas (Granada) en 1779 y murió en Madrid en 1846 [27, p. 56]. En 1835 presidió la sección físico-matemática del recién creado Ateneo Científico y Literario, cuya secretaría ocupaba Vázquez Queipo [39, p. 108].

<sup>36</sup>En esa fecha *Beatus qui legit* se publicaba en el suplemento *Culturas* de *La Voz de Galicia* (A Coruña).

O nome de Vázquez Queipo éme familiar desde 1943, ano no que eu cursaba terceiro de bacharelato nun colexio de Ribadavia. Desde ese curso sempre levei na carteira escolar dous libros: un diccionario de latín e as Tablas de logaritmos.

Cincuenta años antes, Amós Salvador Rodrigáñez<sup>37</sup> se había referido a Vázquez Queipo, su antecesor en el sillón número 19 de la Real Academia de Ciencias, y a sus tablas de logaritmos, en su discurso de ingreso:

Su nombre, unido al de unas populares tablas logarítmicas, lo aprendí hace ya desgraciadamente muchos años, cuando mi inteligencia infantil empezaba a jugar con los números [38, p. 42].

Vicente Vázquez Queipo nació el 17 de febrero de 1804 en Lusío, y falleció el 11 de marzo de 1893 en Madrid<sup>38</sup>. Estudió en el colegio de Nuestra Señora de la Antigua de Monforte de Lemos, donde desde el principio mostró gran disposición para compaginar los estudios de ciencias con los de letras. Posteriormente, en la Universidad de Valladolid, obtuvo los grados de bachiller en filosofía y de bachiller y licenciado en leyes<sup>39</sup>. Con 18 años, en 1822, fue nombrado sustituto de la cátedra de matemáticas sublimes y al año siguiente de la de matemáticas elementales. A los 22 opositó con éxito a la cátedra de física experimental y química de dicha Universidad, que regentó hasta 1829. Por la Real Orden de 6 de julio de ese año se le concedió una beca de 12 000 reales para completar sus estudios en la *École Centrale des Arts et Manufactures*, que se inauguraba en noviembre de ese mismo año en París, donde permaneció hasta principios de 1832 [21]. En julio de 1833 fue nombrado comisionado y agente del gobierno en el extranjero para informar sobre el progreso de las ciencias y de las artes [37, 39].

Parece que lo que desencadenó la redacción de las tablas fue el encargo que, estando en París, le hizo un amigo de que revisara las tablas de Lalande, posiblemente para una nueva edición. Vázquez Queipo se percató de que en esas tablas se suponía conocida la teoría de los logaritmos, que, sin embargo, en aquella época sólo era utilizada por el escaso número de estudiantes que ingresaban en las carreras científicas.



Vázquez Queipo (óleo de Dionisio Fierros, sin fechar).

<sup>37</sup>Sobrino nieto de Práxedes Mateo Sagasta y bisabuelo de Miguel Boyer, ministro de Economía con Felipe González, Amós Salvador Rodrigáñez sucedió a Echegaray en la presidencia de la Real Academia de Ciencias en 1916 y desempeñó distintas carteras ministeriales durante la Regencia de María Cristina y el reinado de Alfonso XIII [24, pp. 144–147].

<sup>38</sup>Lusío, lugar próximo a Samos en la provincia de Lugo, está situado en la variante del Camino de Santiago que discurre por Samos y une Triacastela y Sarria.

<sup>39</sup>En el expediente del Archivo de la Universidad de Valladolid no figura que fuese doctor, si bien en la portada de su *Essai sur les systèmes métriques et monétaires* y en otros documentos se hace constar su grado de doctor en Derecho [2, 3, 5, 44].

Estaba convencido de que si se familiarizaba a los jóvenes desde un principio con el uso de los logaritmos, su manejo les sería «tan ventajoso como expedito en el resto de sus vidas». En su intento de vulgarizar el estudio de los logaritmos, precedió sus tablas de una introducción en la que los alumnos pudieran adquirir, prescindiendo de todo cálculo algebraico, una idea clara y precisa de la naturaleza de los logaritmos y de sus múltiples y útiles aplicaciones.

Elaboradas pues en París, las tablas de logaritmos permanecieron dormidas en sus cartapacios casi veinticuatro años, hasta que en 1853 el matemático gallego decidió sacarlas a la luz, libre ya de sus compromisos políticos, pues en ese año dejaba la Dirección de Ultramar que había desempeñado por encargo de Bravo Murillo desde 1851. En el prólogo de la primera edición de sus tablas explicaba que no las había publicado con anterioridad por temor a incurrir en la censura de que «condenaran este modesto trabajo, como pueril e indigno de lo que debía esperarse de un miembro de la Real Academia de Ciencias», y por miedo a que se consideraran una extravagancia completamente ajena a las importantes responsabilidades que había desempeñado a lo largo de su carrera administrativa, que le había llevado a ocupar la Fiscalía de la Real Hacienda de la isla de Cuba desde 1839 hasta 1846 y luego la Subsecretaría del Ministerio de Gobernación. Andando el tiempo, el consejo de algunos amigos y el ejemplo de algunos científicos extranjeros, que también publicaron tablas de logaritmos, le ayudaron a superar sus reparos iniciales. Se decidió a publicarlas en un momento muy oportuno para su uso en los institutos provinciales, que se habían ido implantando desde finales de los años treinta<sup>40</sup> [42, p. V].

Vázquez Queipo estaba obsesionado por purgar sus tablas de las erratas que «inevitablemente se deslizan en las primeras ediciones de toda obra numérica». Por esa razón, se había mostrado partidario de cumplir el sabio precepto del poeta latino de guardar «en mis escriños durante diez años, los borradores de mi obra, repasándolos con frecuencia, corrigiendo los errores, cuando los encontraba, anotando y aclarando lo que me parecía oscuro» [51, p. XV]. Para conseguirlo encomendó, además, su corrección a «personas competentes y versadísimas en esa clase de trabajos». En la revisión de la primera edición contó con la ayuda de José Echegaray, entonces un estudiante de segundo curso de ingeniería de caminos [18, p. 124]. Esta colaboración proporcionó al joven Echegaray «la honra de entrar en relaciones de respetuosa amistad con el Sr. D. Vicente Vázquez Queipo»<sup>41</sup>. En el prólogo de la edición decimoséptima de sus tablas [48], el matemático gallego describía cómo había logrado formar un original correcto cotejando sus tablas, en los casos dudosos, con las mejores tablas extranjeras de seis, siete y hasta de diez decimales, como las alemanas de Vega:

Cuando creí estar seguro de su corrección, hice otra verificación más decisiva, y fue la de determinar los logaritmos sumándolos con sus diferencias, lo que me permitió descubrir algunas, aunque muy contadas, erratas en estas últimas.

<sup>40</sup>En el Plan de Instrucción Pública del duque de Rivas de 1836, en cuya redacción colaboró Vázquez Queipo, se utilizó por primera vez el término «instituto» para designar a estas instituciones, de las que fueron precursoras las universidades de provincia de 1814 y del Trienio Liberal.

<sup>41</sup>Echegaray sucedió a Vázquez Queipo en la presidencia de la sección de Física de la Real Academia de Ciencias.

En las ediciones posteriores, Vázquez Queipo no ocultaba su satisfacción, ya que en opinión de los especialistas ingleses Duncan y Kenzie había conseguido la corrección absoluta en los números de sus tablas. Pese a sus iniciales recelos, en el prólogo de la primera edición [42] no dejaba de valorar las ventajas de sus tablas sobre las elaboradas por Lalande, incluso para los alumnos de las carreras científicas: «Contienen seis decimales y ofrecen de consiguiente toda la exactitud necesaria en las aplicaciones a las artes y a la industria».

Frente a una serie de posibilidades, Vázquez Queipo se decantó por las tablas de doble entrada. Como indicaba en el prólogo de la primera edición, además de su reducido volumen, permitirían familiarizar a los alumnos con las grandes tablas de Callet y de Borda, que seguían ese mismo método. También decidió incorporar unas tablas de las líneas trigonométricas, por su frecuente aplicación en las ciencias, otra de los logaritmos hiperbólicos de los mil primeros números, una tercera que permitía calcular las alturas por medio del barómetro. Finalmente, agregaba otras tres tablas con infinidad de datos de uso frecuente en las ciencias y el mundo del comercio.

En 1855 se publicó la segunda edición, que contó con varias tiradas. La obra se difundió con rapidez y el Consejo de Instrucción Pública no tardó en declararla obra de texto en los centros de enseñanza. En la cuarta edición, aparecida en 1857 [43], incorporó dos nuevas tablas: una de ellas, para calcular los intereses en las cuentas corrientes; la otra, para estimar el importe de un giro, una vez conocido el cambio de moneda entre dos plazas mercantiles. En las ediciones sucesivas, Vázquez Queipo fue agregando distintas tablas auxiliares; algunas de ellas son en la actualidad un importante testimonio histórico en el ámbito de la metrología. Por ejemplo, las referentes a la «Equivalencia de las medidas de Castilla con las métricas», a las «Medidas y pesas extranjeras más usuales» o a los «Números usuales en Trigonometría y Astronomía»<sup>42</sup>.

Todas las ediciones de las tablas de logaritmos de Vázquez Queipo tienen en común la existencia de un prólogo del autor, que oscila entre diez y trece páginas, con numeración romana, que permite apreciar cómo fueron evolucionando las sucesivas ediciones con el fin de facilitar el estudio de los logaritmos a los alumnos. En el prólogo de la edición de 1867 [45], indicaba también que era la primera vez que se facilitaba en España un resumen claro, aunque sucinto, «de las fórmulas de las *anualidades contingentes*, o sea, las que dependen de la probabilidad de la vida humana». Además incluía las tablas de mortalidad utilizadas por las compañías francesas.

En la portada de la edición decimoquinta, que data del año 1870 [46], Vázquez Queipo hacía constar que la obra había sido premiada en la Exposición Universal de París de 1867. Esta edición proporcionaba la diferencia entre dos logaritmos consecutivos y

para cada una de esas diferencias las *partes proporcionales*, colocadas al final de las tablas de los números é impresas en papel de color á fin de que los alumnos las encuentren inmediatamente [46, p. VIII].

---

<sup>42</sup>Esta síntesis tabular constituye un pálido reflejo de la faceta de Vázquez Queipo como metrólogo y monetarista.

Terminaba el prólogo aconsejando a los profesores que explicasen el manejo de las tablas, que procurasen que sus alumnos las usasen a lo largo de todo el curso y que no se contentasen sólo con aprender la teoría de los logaritmos, para evitar que les pasase lo que a él, que había tenido «que estudiar prácticamente el manejo de las tablas después de ser profesor de matemáticas» [48, p. XII]<sup>43</sup>, en clara alusión a la etapa en que había ejercido como sustituto de las cátedras de matemáticas sublimes y matemáticas elementales, cuando era estudiante en la Universidad de Valladolid.

Las dieciséis primeras ediciones de las tablas abarcaban el cálculo de los logaritmos de los números enteros desde el uno hasta el once mil. En la edición decimoséptima, aparecida en 1873, amplió el cálculo hasta el número veinte mil: «Ya dejo indicado que la actual edición contiene doble número de logaritmos que las anteriores, pues que se extiende hasta el número 20 000» [48, p. VII]. En 1872 publicó en París, editada por Dunod, la primera versión francesa de sus tablas [47]. En 1876 volvió a verter al francés la versión ampliada de 1873, que corrió a cargo de la editorial Gauthiers Villars [50].

Vázquez Queipo nunca regateó los medios para ir mejorando las tablas en las sucesivas ediciones. Entre otras cosas, se preocupó de que estuvieran recogidas en volúmenes pequeños, de fácil manejo, y de que estuvieran dispuestas de forma que los alumnos no perdiesen tiempo ni incurriesen en errores al hacer su búsqueda de los logaritmos. Además, procuró dotar, tanto a las tablas de los logaritmos como a las trigonométricas que las acompañaban, de una disposición capaz de evitar la fatiga visual. Para ello se decantó por «la antigua forma *elzeviriana* de los números, tan cómoda y segura para la lectura, como monótona, confusa y cansada es la moderna para la vista». A pesar de su elevado coste, no dudó en emplear las últimas tecnologías tipográficas e importó de Inglaterra toda la maquinaria moderna necesaria para garantizar una buena impresión de sus tablas:

los progresos que en estos últimos años ha hecho la galvanoplástica, han permitido aplicarla con éxito á la estereotipia en planchas de cobre [...] Yo creo ser el primero que hace uso de ella en los logaritmos [48, p. VII].

A partir de la edición decimoctava, publicada en 1875, las tablas apenas experimentaron variación alguna. En esta edición sustituyó la tabla de metrología de las ediciones anteriores por una de los «Sistemas métricos y monetarios más usados en el comercio de Europa y su equivalencia con el nuevo sistema métrico decimal» y la tabla de los «Números usuales en Trigonometría y Astronomía» por una de los «Números usados frecuentemente en Astronomía, Geodesia y Mecánica»<sup>44</sup>. Al final de la obra añadió un apéndice con tres tablas más: una para calcular los logaritmos con 20 decimales exactos; las otras dos para determinar el «logaritmo de  $1 + r$  con 21 decimales para el interés compuesto desde la cuota de  $\frac{1}{8}$  hasta 12 por 100». En el reverso de la anteportada se citaban las diversas obras publicadas por Vázquez Queipo; y en el de la portada, además de la firma, que autentificaba al autor de la

<sup>43</sup>Esta cita aparece a partir de la edición de las tablas publicada en el año 1873.

<sup>44</sup>Trataba así de aproximarse a los cambios metrológicos producidos por la paulatina instauración del sistema métrico decimal en la mayoría de los países europeos desde los años centrales de siglo XIX.



obra, se incorporaban tres artículos del Código Penal relacionados con la propiedad intelectual. A Vázquez Queipo le preocupó sobremanera que su obra fuese reproducida y así lo manifestó en diversas ocasiones. Por esa razón, había adquirido en Francia la propiedad de su traducción, «sólo con el objeto de que no las impriman otros y las introduzcan en España» [6, p. 3261].

En la portada de las ediciones posteriores a 1890 se mencionaba la concesión de la medalla de plata en la Exposición Universal de Barcelona de 1888 [52]. A modo de apéndice, se incorporaban además once páginas finales, en las que se publicaba la *Aritmética superior mercantil* que Vázquez Queipo había publicado en 1886 [51] y se recogían las reflexiones del autor sobre los objetivos que creía haber alcanzado con la publicación de sus tablas, que atendiendo a su módico precio y tamaño habían disfrutado de gran aceptación entre el público. Hasta tal extremo esto era cierto, que llevaba vendidos más de 100 000 ejemplares, «consiguiendo así que el estudio de los logaritmos tomase carta de naturaleza en España». Vázquez Queipo mostraba su satisfacción por la favorable acogida de su obra por parte del profesorado. Creía haber acertado a satisfacer una necesidad sentida por cuantos conocían la influencia de las matemáticas en la educación de la juventud y alababa la decisión del gobierno,

imitando lo que se hace en otros países cultos de Europa, de hacer obligatorio el estudio de *la teoría de los logaritmos y manejo de sus tablas* comprendiéndolo en el programa de las materias que han de explicarse necesariamente a los alumnos en la asignatura de álgebra elemental<sup>45</sup>.

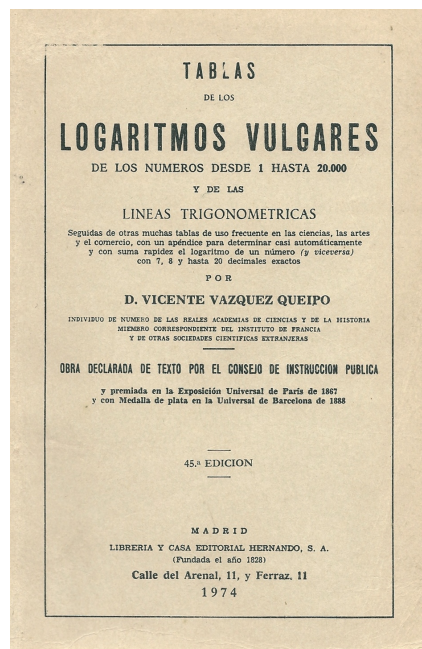
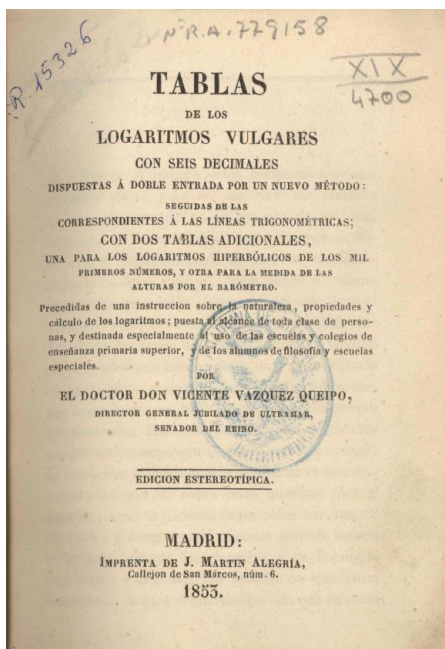
Vázquez Queipo estaba convencido, y así lo manifestó en las ediciones aparecidas a partir de 1890 [52], de que con las mejoras introducidas y su reducido tamaño, sus tablas podían considerarse «el *vademecum* de los ingenieros de puentes y calzadas, de los ingenieros industriales y agrícolas, de los arquitectos, de los agrimensores y de los topógrafos en sus frecuentes y molestos viajes», sin dejar de mencionar su aplicación en la aritmética mercantil. Al final del prólogo, indicaba a los profesores cómo debían de proceder con sus alumnos para que utilizaran adecuadamente las tablas, de modo que se hiciera realidad el fecundo pensamiento de Lalande

de aplicar a todos los usos de la vida civil, el admirable invento de Neper. ¡Dichoso yo si pudiese contribuir en parte á tan notable progreso de la enseñanza popular, como fundamentalmente lo espero, si los profesores secundan mis perseverantes esfuerzos!<sup>46</sup>

En su testamento [6], otorgado el 15 de julio de 1884, Vázquez Queipo había declarado que tenía dos juegos de clichés de las tablas y era su voluntad que ambos quedasen en poder de su hijo Antonio Vázquez Queipo Coste, a quien nombraba albacea y encargado de las futuras impresiones y de la administración de los derechos de autor. Sus sucesivos herederos se fueron pasando el testigo hasta bien entrada la década de los ochenta del siglo XX. La edición número 20 apareció en 1914; la 22, cinco años más tarde, en 1919. Las ediciones 23 y 24 vieron la luz en 1921 y

<sup>45</sup>Para impartir las asignaturas de álgebra elemental y de geometría y trigonometría, que se cursaban en 3.º y 4.º de bachillerato, en el último cuarto del siglo XIX se solía utilizar un libro de texto y un ejemplar de las tablas de Vázquez Queipo [33, pp. 102, 115].

<sup>46</sup>[46, p. XII]. Esta cita aparece a partir de la edición de las tablas de 1870.



Izquierda: primera edición de las tablas de logaritmos, ejemplar depositado en la Real Academia de Ciencias. Derecha: una de las últimas ediciones.

1925, respectivamente. La 26 y la 27 datan de los años 1932 y 1936. Finalizada la guerra civil, en 1940, llegó la edición número 28. La número 33 apareció en 1951; la 38 y la 44, en 1960 y 1971. En un intento de adaptar las tablas a los nuevos tiempos, en el prólogo de la edición número 45, aparecida en 1974, José M.<sup>a</sup> Montero Romero, bisnieto de Vázquez Queipo, justificaba la incorporación de cuatro nuevas tablas: las dos primeras relacionadas con los sistemas sexagesimales y centesimales; las otras dos, con las derivadas y primitivas de una función. También ampliaba la tabla relativa a los pesos específicos de las sustancias más empleadas en la industria y la construcción y sustituía la tabla XI, relativa a los sistemas métricos y monetarios más usados en el comercio de Europa y su equivalencia con el nuevo sistema métrico decimal, por una en la que se contenían las correspondencias entre unidades del sistema métrico decimal y el sistema de medidas anglosajón [53]. Con la llegada de los ordenadores y las calculadoras de bolsillo en el último tercio del siglo XX, la desaparición paulatina de las tablas de Vázquez Queipo se hizo una realidad palpable, aunque en 1980 seguían utilizándose en el departamento de topografía de la Infantería de Marina de San Fernando. En el segundo semestre de 1981 todavía se vendieron 2 440 ejemplares<sup>47</sup>. Y once años más tarde, en 1992, se hizo la liquidación definitiva de los 85 últimos ejemplares vendidos el año anterior<sup>48</sup>.

<sup>47</sup>Información proporcionada por Celia Quiroga Moreiras, bisnieta de Vázquez Queipo.

<sup>48</sup>Información proporcionada por Vicente Quiroga Rodríguez, tataranieta de Vázquez Queipo.

Parece de justicia concluir este artículo con las palabras de homenaje que José Echegaray dedicó a Vázquez Queipo en la recepción de Amós Salvador en la Real Academia de Ciencias:

Vicente Vázquez Queipo fue uno de los hombres de más talento, más laboriosos, más útiles a su patria, y que más contribuyeron a la regeneración de la ciencia española contemporánea [18, p. 123].

AGRADECIMIENTO. Las autoras agradecen a Luis Español sus sugerencias, comentarios y aportaciones para la elaboración de este artículo.

## REFERENCIAS

- [1] Excmo. Sr. D. Vicente Vázquez Queipo. Escenas contemporáneas, *Revista biográfica de los hombres importantes que se han distinguido en España en todos los ramos del saber* 1 (1861), 191–232.
- [2] *Expediente del académico Vicente Vázquez Queipo*, Archivo de la Real Academia de Ciencias, Madrid. Agradecemos a Juan Carlos Caro copia del ejemplar.
- [3] *Expediente de Vicente Vázquez Queipo*, Archivo de la Universidad de Valladolid. Agradecemos a Martiniano de los Ojos Lorenzo copia del ejemplar.
- [4] Los inventos de Leonardo, *La Opinión* (A Coruña), 15 de marzo de 2007.
- [5] *Relación de los méritos literarios y servicios patrióticos del Doctor Don Vicente María Vázquez Quiroga Queipo de Llano, 20 de agosto de 1844*, Archivo Histórico Nacional (Madrid), Ultramar, leg. 674, caja 1, exp. 5, p. 2.
- [6] *Testamento otorgado por Vicente Vázquez Queipo ante el notario del Ilustre Colegio de Madrid, León Muñoz, el 15 de julio de 1884*, Archivo Histórico de Protocolos Notariales (Madrid), núm. 33 396.
- [7] X. ALONSO MONTERO, A biografía de Vicente Vázquez Queipo, *La Voz de Galicia* (A Coruña), *Beatus qui legit Culturas* 8.501 (2013), 9.
- [8] J. ANDRÉS Y MORELL, *Origen, progresos y estado actual de toda la literatura*, Verbum-Biblioteca Valenciana, Madrid, 1997–2002, 6 v., ed. crítica, P. Aullón de Haro (dir.); v. 6: Ciencias Eclesiásticas, Addenda, Onomástica. Disponible en <http://books.google.es/>
- [9] E. AUSEJO, *Las matemáticas en el siglo XVII*, col. Historia de la ciencia y de la técnica, Akal, Madrid, 1992.
- [10] B. BAILS, *Principios de aritmética de la Real Academia de San Fernando*, Imprenta de la viuda de Don Joaquín Ibarra, Madrid, 1804. Disponible en <https://books.google.es/>
- [11] B. BAILS, *Tabla de logaritmos, tomo X*, Imprenta de la viuda de Don Joaquín Ibarra, Madrid, 1804. Disponible en <https://books.google.es/>
- [12] A. BELLOS, *Alex en el país de los números*, Ed. Grijalbo, Barcelona, 2011.
- [13] C. BOYER, *Historia de la matemática*, Alianza Editorial, Madrid, 2003.
- [14] M. J. BRADLEY, *The age of genius: 1300 to 1800*, Chelsea House, Nueva York, 1956. Disponible en <https://books.google.es/>

- [15] BÜLEN ATALAY, *Las matemáticas y la Monalisa*, Ed. Almuzara, Córdoba, 2008.
- [16] E. COLERUS, *Breve historia de las matemáticas*, v. 1, Ed. Doncel, Madrid, 1972.
- [17] C. DORCE, Un paseo histórico por la invención de los logaritmos, *Suma* **75** (2014), 33–42.
- [18] J. ECHEGARAY, Discurso en la Real Academia de Ciencias, *Revista de Obras Públicas* **1.1** (1919), 123–125.
- [19] L. ESPAÑOL, *Historia de la Real Sociedad Matemática Española*, RSME, Sevilla, 2011.
- [20] L. EULER, *Introductio in analysin infinitorum*, Real Sociedad Matemática Española, Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales», A. J. Durán Guardado y F. J. Pérez Fernández (eds.), Sevilla, 2000.
- [21] H. FEHR, Le Centenaire de l'École des Arts et Manufactures de Paris, *L'Enseignement Mathématique* **28** (1929), 132–134.
- [22] J. FELIÚ DE LA PEÑA, *Tablas de logaritmos de los números y líneas trigonométricas para uso de los Caballeros Cadetes*, Imp. de J. de Cea, Toledo, 1858.
- [23] D. FERNÁNDEZ DIÉGUEZ, Un matemático español del siglo XVII, Juan Carameu, *Revista Matemática Hispano-Americana* **1.1** (1919), 23–31.
- [24] J. L. GUTIÉRREZ, *Miguel Boyer, el hombre que sabía demasiado*, Ed. Temas de Hoy, Madrid, 1991.
- [25] J. HOÛEL, *Tables de logarithmes à cinq décimales*, Gauthier-Villars, París, 1864. Disponible en <http://books.google.es/>
- [26] M. L. DE LA LANDE, *Tablas de logaritmos*, traducción de N. Arias, Establecimiento tipográfico de Pedro Abienzo, Madrid, 1871.
- [27] A. MAZ-MACHADO Y L. RICO ROMERO, Tratado elemental de matemáticas, de Mariano Vallejo, en el bicentenario de su publicación, *Suma* **74** (2013), 55–63.
- [28] J. MENDOZA Y RÍOS, *Colección completa de Tablas para los usos de la Navegación y astronomía náutica*, Imp. Martínez Alegría, Madrid, 1850. Disponible en <http://books.google.es/>
- [29] M. NAPIER, *De Arte logistica*, Edimburgo, Maitland Club, 1839. Disponible en <http://www.17centurymaths.com/>
- [30] J. NAVARRO LOIDI Y J. LLOMBART, The introduction of logarithms into Spain, *Historia Mathematica* **35** (2008), 83–101.
- [31] P. NAVASCUÉS PALACIO, *Benito Bails. De la Arquitectura Civil, Tomo I*, Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Murcia, Murcia, 1983. Disponible en <http://oa.upm.es/>
- [32] Y. PERELMAN, La séptima operación matemática, *Álgebra Recreativa*. Disponible en <http://www.librosmaravillosos.com/>
- [33] A. PRADO GÓMEZ, *O Instituto provincial de Lugo. 1842–1975*, Servizo de Publicacións Deputación de Lugo, 2013.
- [34] E. RECASENS GALLART, *Zaragoza i Vilanova, José (1627–1674)*, Divulgamat, Historia de las Matemáticas, Biografía de matemáticos españoles. Disponible en <http://divulgamat2.ehu.es/>

- [35] J. REY PASTOR Y J. BABINI, *Historia de la Matemática*, vol. 2, Gedisa, Barcelona, 1985.
- [36] D. ROEGEL, *A reconstruction of Vega's table of primes and factors (1797)*. Disponible en <http://locomat.loria.fr>
- [37] I. ROLDÁN DE MONTAUD Y M. SAMPAYO YÁÑEZ, Vázquez Queipo de Llano, Vicente, *Diccionario Biográfico de Parlamentarios españoles 2, 1820–1854* (J. Aguirreazkúenaga y M. Urquijo, dirs.), DVD, nueva ed., Publicaciones de las Cortes Generales, Madrid, 2013.
- [38] A. SALVADOR RODRIGÁÑEZ, Discurso en la Real Academia de Ciencias, *Revista de Obras Públicas I*, n.º 6 (1894), 41–47.
- [39] M. SAMPAYO YÁÑEZ, Notas biográficas sobre el académico Vicente Vázquez Queipo, *Boletín de la Real Academia de la Historia CCIX*, cuaderno I (2012), 88–117.
- [40] M. DU SAUTOY, *La música de los números primos*, Acantilado, Barcelona, 2003.
- [41] M. VALLEJO, *Tratado elemental de matemáticas*, Imprenta de los herederos del Autor, tomo 1, parte 1.<sup>a</sup>, quinta edición, Madrid, 1854. Disponible en <http://books.google.es/>
- [42] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares con seis cifras decimales dispuestas a doble entrada por un nuevo método: seguidas de las correspondientes a las líneas trigonométricas; con dos tablas adicionales, una para los logaritmos hiperbólicos de los mil primeros números, y otra para la medida de las alturas por el barómetro*, Imp. de J. Martín Alegría, 1.<sup>a</sup> ed., Madrid, 1853.
- [43] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares con seis cifras decimales dispuestas a doble entrada por un nuevo método: seguidas de las correspondientes a las líneas trigonométricas y de otras varias tablas de un uso frecuente en las ciencias, las artes y el comercio*, Imp. de J. Martín Alegría, 4.<sup>a</sup> ed., 4.<sup>a</sup> tirada, Madrid, 1857. Disponible en <http://books.google.es/>
- [44] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Essai sur les systèmes métriques et monétaires des anciens peuples depuis les premiers temps historiques jusqu'à la fin du khalifat d'orient*, Chez Dalmont et Dunod, Libraires-Éditeurs, Paris, 1859. Disponible en <http://books.google.es/>
- [45] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares con seis cifras decimales dispuestas a doble entrada por un nuevo método, seguido de las correspondientes a las líneas trigonométricas tomando el radio por unidad; y muchas otras de un uso frecuente en las ciencias, las artes y el comercio*, Imp. de José Cruzado, 14.<sup>a</sup> ed., Madrid, 1867.
- [46] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares con seis cifras decimales dispuestas a doble entrada por un nuevo método: seguidas de las correspondientes a las líneas trigonométricas tomando el radio por unidad; y muchas otras de un uso frecuente en las ciencias, las artes y el comercio*, Imp. de José Cruzado, 15.<sup>a</sup> ed., Madrid, 1870.

- [47] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tables de logarithmes vulgaires, des nombres et des lignes trigonométriques avec six décimales*, Imp. de Dunod, París, 1872.
- [48] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares de los números y de las líneas trigonométricas con seis decimales*, Imp. de José Cruzado, 17.<sup>a</sup> ed., Madrid, 1873.
- [49] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares de los números desde 1 hasta 20.000 y de las líneas trigonométricas*, Imp. de José Cruzado, 18.<sup>a</sup> edición, Madrid, 1875.
- [50] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tables de logarithmes à six décimales pour les nombres depuis 1 jusqu'à 20.000, et pour les lignes trigonométriques, le rayon étant pris égal à l'unité, suivies de plusieurs tables*, Imp. Gauthiers Villars, París, 1876.
- [51] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Aritmética Superior Mercantil*, Imp. de los Sres. Viuda é hijo de Aguado, Madrid, 1887.
- [52] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares de los números desde 1 hasta 20.000 y de las líneas trigonométricas*, Librería y casa ed. Hernando, 19.<sup>a</sup> ed., 23.<sup>a</sup> tirada, Madrid, 1897.
- [53] V. VÁZQUEZ QUEIPO, *Tablas de los logaritmos vulgares de los números desde 1 hasta 20.000 y de las líneas trigonométricas*, Librería y casa ed. Hernando, 45.<sup>a</sup> ed., Madrid, 1974.
- [54] A. VLACQ, *Arithmetica logarithmica*, Excudebat Petrus Rammafenius, Gouda, 1628. Disponible en <https://books.google.es/>
- [55] J. WALDVOGEL, *Jost Bürgi and the discovery of the logarithms*, Research Report 2012-43, Seminar for Applied Mathematics (SAM), Eidgenössische Technische Hochschule (ETH), Zurich, 2012. Disponible en <http://www.sam.math.ethz.ch/>

INÉS ROLDÁN DE MONTAUD, INSTITUTO DE HISTORIA, CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS, MADRID

Correo electrónico: [ines.rolدان@cchs.csic.es](mailto:ines.rolدان@cchs.csic.es)

MERCEDES SAMPAYO YÁÑEZ, A CORUÑA

Correo electrónico: [msy@edu.xunta.es](mailto:msy@edu.xunta.es)