2000 año mundial de las matemáticas

Resoluciones de problemas

EL DIA

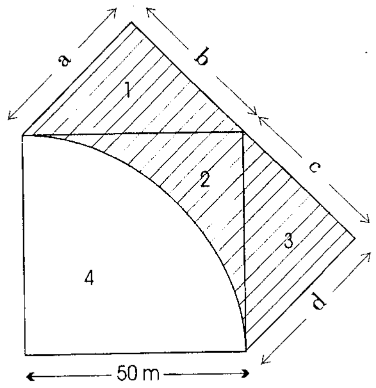
La Prensa del domingo

Infinito: destino de las paralelas
Óscar Rivero Pérez (IB Antonio González. Tejina, Tenerife)

Diviértete y aprende. ¡Con las Matemáticas también se puede!

NÚMERO 2 Problema 3

Página 13



$a = b = c = d$

La parte señalada con un 2 es igual al área del cuadrado menos el área del sector 4.

$$50^2 - \frac{\pi \cdot 50^2 \cdot 90}{360}$$

Por otra parte, los triángulos 1 y 3 son iguales. Para calcular el valor de los catetos, se aplica el teorema de Pitágoras.

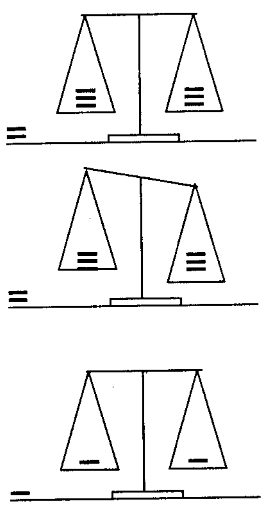
Como a = b, entonces $50^2 = a^2 + a^2 \;\; ; \;\; a^2 = \frac{50^2}{2}$

La suma de las áreas de los triángulos 1 y 3 es: $\frac{a.a}{2} + \frac{a.a}{2} = a^2 = \frac{50^2}{2}$

Luego el área pedida es: **1.787'5 m²**

NÚMERO 3 Problema 2

Página 14



Dejamos dos monedas fuera y pesamos las otras 6 colocando 3 en cada platillo.

Si se equilibran, la falsa está entre las dos separadas y, en este caso, con dos pesadas queda resuelto el problema.

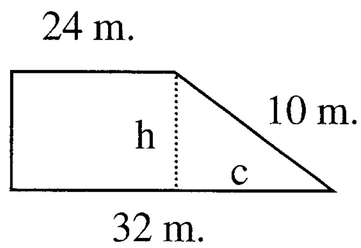
Si se desequilibran los platillos es porque la más pesada está en el platillo que ha bajado. Se toman esas tres, se deja una fuera y las otras dos se colocan en la balanza pudiendo pasar dos cosas:

1. Que se equilibre la balanza, en cuyo caso la más pesada es la que se quedó fuera.
2. Que se desequilibre y en ese caso la más pesada queda también localizada.

Por tanto, con el procedimiento explicado, bastan dos pesadas para resolver el problema.

NÚMERO 3 Problema 3

Página 14



Calculemos en primer lugar la altura del trapecio.

En el triángulo rectángulo el cateto de la base mide:
$c = 32 - 24 = 8$m.

Aplicamos el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$m.

El área del trapecio es: $A = \frac{Base + base}{2} x\, altura = \frac{32+24}{2} x6 = 28x6 = 168m^2$

Calculemos ahora el área del estanque.

La longitud de la circunferencia es: $L = \pi r = d\pi = 6'28$ m.

El diámetro mide: $d = \frac{6'28}{3'14} = 2$m. por tanto, el radio es de 1 m.

El área del círculo es: $A = \pi r^2 = 3'14$ m^2.

El área cultivable corresponde a la diferencia entre el área del trapecio y el área del círculo:

Área cultivable = 168 – 3'14 = 164'86 m^2

NÚMERO 4 Problema 2

Página 15

No llegan al mismo tiempo, aunque lo pueda parecer.

Vamos a calcular el tiempo que tarda cada balandro en hacer el recorrido es esas condiciones:

El primer balandro. (20 km/h)

Si hay 24 km., esto es, 20 km + 4 km; 4 es la quinta parte de 20, por tanto, tardará en recorrerlos $\frac{60}{5}$ minutos, es decir, 12 minutos.

En el viaje de ida y vuelta: 2 horas y 24 minutos.

Vamos al otro balandro. (16 km/h).

Ha de recorrer 24 km., es decir, 16 km. + 8 km.; 8 es la mitad de 16, así que tardará 30 minutos en recorrerlos.

En el viaje de ida tarda 1 hora y 30 minutos y en volver, obviamente, 1 hora.

En total, 2 horas y 30 minutos.

Luego llega antes el primer balandro.

NÚMERO 4
Problema 3
Página 15

Este problema tiene muchas variantes.

— La información que se da en la segunda fila nos indica que los números pedidos no son ni 1, ni 2, ni 3.

— De lo dicho en la 5ª y 6ª deducimos que el 4 tampoco puede ser.

— De la 4ª se obtiene (teniendo en cuenta la 2ª) que el 6 si es uno de los números pedidos pero no irá en la primera columna.

— De lo anterior y de la información de la fila 3ª se deduce que el 6 estará en la tercera columna, es decir, en el tercer lugar de la primera fila. También la información de la tercera fila elimina al 5. Quedan, pues, el 7 y el 8.

— De la 6ª fila se deduce que el 8 está en el primer lugar.

Conclusión: en la primera fila hay que colocar los números 8, 7 y 6 en ese orden.

NÚMERO 5
Problema 1
Página 17

Como son siete islas, una forma de hacerlo consiste en ir contando todas las rutas posibles ¿Cómo? Sean A, B, C, D, E, F y G las siete islas. Hay que emparejarlas:

A,B	A,C	A,D	A,E	A,F	A,G
B,C	B,D	B,E	B,F	B,G	
C,D	C,E	C,F	C,G		
D,E	D,F	D,G			
E,F	E,G				
F,G					

Total 21 barcos para cubrir los 21 viajes de ida y vuelta de una isla a otra. ¿Cuántos hay si incluimos a La Graciosa?

Sea H la letra con la que representamos esta Isla.

Entonces a la relación anterior añadimos los viajes a La Graciosa AH, BH, CH, DH, EH, FH y GH, esto es, 7 viajes más. Por tanto, el total es ahora de 28 barcos.

Quien sabe combinatoria, utilizará las combinaciones para resolver esta situación ya que no influye el orden de colocación de las letras para determinar las rutas. En el primer caso son $C_{7,2} = (7.6)/2 = 21$ y en el segundo $C_{8,2} = (8.7)/2 = 28$.

NÚMERO 5
Problema 3
Página 17

Se puede solucionar sin la ayuda del álgebra razonando de la siguiente forma: tal y como está planteado, los 6.912 kg. hay que repartirlos en cierto número de partes. El primer agricultor aportó una (lo que pudo); el segundo tres partes (el triple del primero) y el tercero 8 partes (el doble del primero y el segundo juntos).

Por tanto, los kg. aportados hay que dividirlos en 12 partes (1 + 3 + 8 = 12):

$\frac{6.912}{12} = 576$ kg. aportó el primero

$576 \times 3 = 1.728$ kg. aportó el segundo

$576 \times 8 = 4.608$ kg. aporto el tercero

NÚMERO 6
Problema 2
Página 18

Una pista. Supongamos que juegan la partida, así que el siguiente set:

Lo puede ganar Santiago, con una probabilidad del 50%. En ese caso acaba la partida.

Lo puede ganar Pepe también con el 50% de probabilidad. En este caso estarán 2 a 2 y hay que jugar un nuevo set ya definitivo.

Si gana Santiago, tendrá la mitad de ese 50% o sea un 25% de probabilidades de ganar (en este caso por 3 a 2).

Si gana Pepe, tiene el 25% restante de probabilidades de ganar.

Total, que la probabilidad de que gane Santiago es 0,5 + 0,25 = 0,75 y la probabilidad de que gane Pepe es 0,25.

Por tanto a Santiago le corresponden las tres cuartas partes (0´75) del dinero en juego, esto es 7.500 pesetas mientras que Pepe se llevaría sólo una cuarta parte (0´25) es decir 2.500 pesetas

NÚMERO 7
Problema 3
Página 19

El bisabuelo de José tiene 97 años. Veamos el por qué.

Porque 97 años es un número que está entre el 96 (múltiplo de 8) y el 98 (múltiplo de 7). También podría tener 41 años pero como el problema (su enunciado) dice que su edad es casi centenaria, el 97 es el número que tiene todas las cualidades y más se aproxima al 100.

NÚMERO 10
Problema 1
Página 23

Una solución al problema puede consistir en soltarlos todos y cada día darle uno.

Pero hay soluciones más inteligentes: Basta con que suelte el tercer eslabón, con lo que tendrá un trozo con un eslabón, un trozo con dos y otro con cuatro.

— El 1er día le da el eslabón suelto.

— El 2º día le da el de dos eslabones y la patrona le devuelve el suelto.

— El 3er día le da el suelto.

— El 4º día le da el trozo con cuatro eslabones y la patrona le devuelve el de uno y dos eslabones.

— El 5º día le añade el suelto.

— El 6º le da el de dos y la patrona le devuelve el suelto.

— El 7º día se lo da otra vez.

— El 8º día paga y recupera el hombre su cadena. Para rehacerla sólo tendrá que soldar un eslabón.

NÚMERO 11
Problema 3
Página 24

La fracción que representa el agua contenida en el depósito es:
$1/2 - 1/3.1/2 + 1/2 = 5/6$.

NÚMERO 12
Problema 1
Página 25

Es evidente que si no puede cambiar las 100 ptas. en monedas de 50 ptas. es porque sólo tiene una de esas monedas.

Si tampoco puede cambiar 50 ptas. es que sólo tiene una moneda de 25 ptas. o no más de 4 monedas de 10.

Pero si no puede cambiar las de 10 ni las de 5 es porque sólo tiene 1 de 5 ptas. o lo más 4 de 1 peseta.

Ahora bien, dice la señora que tiene 115 ptas. en monedas menores de 100 ptas., concluimos pues que posee: una moneda de 50 ptas., una de 25 y 4 de diez pesetas.

NÚMERO 12
Problema 2
Página 25

Con 30 minutos se asan las tres chuletas. ¿Cómo? Sean A, B y C las chuletas.

Primeros 10 minutos: primera cara de A y de B.

Segundos 10 minutos: primera cara de C y segunda de B. Se saca A.

Terceros 10 minutos: segunda cara de C y de A.

NÚMERO 13 Problema 3
Página 26

El volumen del segundo cilindro es 1´125 veces el del primero.

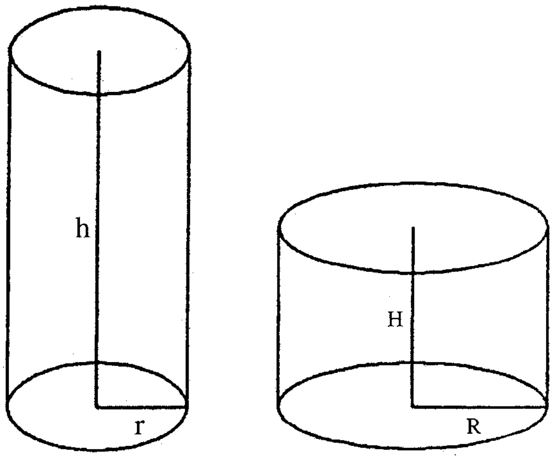
Cilindro 1: radio r, altura h

Cilindro 2: radio R, altura H

Volumen del cilindro = área de la base x altura

$V_1 = 3'14 \times r^2 \times h$

$V_2 = 3'14 \times R^2 \times H$



Como sabemos que:
$h = 2 \times H$

$R = 1'5 \times r$

Resulta que:
$V_2 = 3'14 \times (1'5r)^2 \times h/2 = 3'14 \times r^2 \times h \times 2'25/2$

El cociente 2´25/2 es mayor que uno.

Luego $V_2 = V_1 \times 1'125$

Por tanto el $V_2 > V_1$

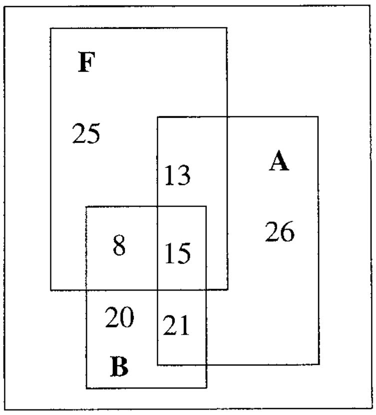
NÚMERO 14 Problema 3
Página 28

Son 230 personas.

F = practican el fútbol

A = practican el atletismo

B = practican el baloncesto



Según los datos del problema, hay 15 jugadores que practican los tres deportes. Como dice que 23 practican fútbol y baloncesto y ya en el conjunto anterior hay 15, entonces deducimos que hay 23 – 15 = 8 jugadores que practican fútbol y baloncesto y no atletismo. Con un razonamiento similar se van obteniendo las restantes cifras: 13 practican sólo fútbol y atletismo y 21 practican sólo baloncesto y atletismo.

Por otra parte, hay 64 personas que practican baloncesto pero de ellas ¿cuántas sólo practican ese deporte? Basta mirar los datos obtenidos ya para comprobar que son: 64 – (8 + 15 + 21) = 20

De manera análoga se tiene: Sólo practican fútbol: 61 – (8 + 15 + 13) = 25
Sólo practican atletismo: 75 – (13 + 15 + 21) =26

La pregunta del problema es: ¿cuántos no practican ningún deporte?

Basta averiguar los que practican algún deporte sumando las cantidades que figuran en el diagrama (25 + 13 + 15 + 8 + 26 + 21 + 20 = 128) para saber cuántos no practican deporte: 230 – 128 = 102 personas.

NÚMERO 16
Problema 2
Página 30

Tal y como se plantea es fácil ver que una cuarta parte de la barra pesa 3/4 kg. Por tanto la barra completa pesa 4 veces 3/4 kg. Es decir 3 kg.

NÚMERO 16
Problema 3
Página 30

El mayor en una hora corta 1/3 del total.

El segundo en una hora corta 1/4 del total.

El tercero en una hora corta 1/6 del total.

Por lo tanto, los tres en una hora cortan: 1/3 + 1/4 + 1/6 = 3/4

En una hora los tres hermanos son capaces de cortar 3/4 del total (tres partes de cuatro).

En dos horas, que son las que van desde las 3 hasta las 5 de la tarde, serán capaces de cortar:
2 x 3/4 = 6/4 = 1´5

En esas dos horas son capaces de cortar más del total, luego les sobra tiempo.

Veamos el tiempo que tardan:

Sabemos que en una hora cortan 3 partes de 4. Así pues, hemos de averiguar el tiempo que tardan en cortar la otra parte que resta de las cuatro.

Si dividimos una hora en tres partes iguales obtenemos que una parte son 20 minutos. Por lo tanto en cortar la parte que resta tardarán 20 minutos.

Luego tardan en cortar todo el césped del jardín 1 hora y 20 minutos.

Por lo que terminan su tarea a las 4 horas y 20 minutos

En definitiva, tienen 40 minutos para prepararse (tiempo suficiente).

NÚMERO 17
Problema 1
Página 31

Sean R y r los radios de la Tierra y la Luna.

Longitud recorrida por los pies: Tierra: 2π R
Luna: 2π r

Longitud recorrida por la cabeza: Tierra: 2π (R + 1´75) = 2π R + 2π 1´75
Luna: 2π (r + 1´75) = 2π r + 2π 1´175

Diferencias: Tierra: 2π 1´75
Luna: 2π 1´75

Luego el número de metros que recorre de más la cabeza es el mismo.

NÚMERO 17
Problema 3
Página 31

El viajante cobra 1.200 pesetas diarias, además del 2´5% de las ventas que efectúa.

Luego en 18 días habrá cobrado de comisión fija:

$$18 \times 1.200 = 21.600$$

De porcentaje de ventas habrá cobrado el resto, es decir:

$$42.200 - 21.600 = 20.600$$

Luego 20.600 es el 2´5% de ventas efectuadas, así que:

$$2'5/100 = 20.600/x$$

$$x = 82.400$$

Luego el importe de las ventas ha ascendido a 82.400 pesetas

NÚMERO 18
Problema 1
Página 32

Empezamos a resolverlo fijándonos en el final y no se líe con los números. Tenga en cuenta que tanto al entrar como al salir le cobran 1.500 ptas.

Sale de la tercera sala con 1.500 ptas. Paga la salida y se queda con cero pesetas. Eso quiere decir que en esa sala entró con 750 ptas.

Apostó y duplicó el dinero. Al entrar traía 750 + 1.500 = 2.250 ptas.

Pero como al salir de la segunda sala paga 1.500 ptas. dentro de esta sala tenía: 2.250 + 1.500 = 3.750 ptas.

Como dentro de la sala apostó y duplicó, quiere decir que después de pagar las 1.500 ptas. de la entrada le quedaron 3.750/2 ptas. esto es 1.875.

Para entrar en la sala segunda tuvo que pagar 1.500 ptas. Entonces, al entrar, llevaba 1.875 + 1.500 = 3.375 ptas.

Ese es el dinero que le quedó después de pagar las 1.500 de salida de la primera sala, así que al salir tenía 4.875 ptas.

Pero como dentro de la sala apostó y duplico para alcanzar esa cantidad, quiere decir que apostó: 4.875/2 = 2.437´5 ptas.

Teniendo en cuenta que pagó 1.500 al entrar, la cantidad con la que entró es 3.937´5 ptas.

NÚMERO 19 Problema 1

Página 34

Resulta evidente que la suma 38 sólo la puede obtener con un día 31 (el último lunes) y un día 7 (el primer jueves).

Así que nuestro almanaque-apoyo empieza así:

L	M	X	J	V	S	D
31	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Aquí surge una duda: el mes cuyo almanaque construimos ¿tiene 28, 29, 30 ó 31 días? Supongamos que tiene 30. Entonces podemos continuar el almanaque:

L	M	X	J	V	S	D
31	....					
....	....	....				
28	29	30	1	2	3	4
5	6	7				

Con esa hipótesis, el primer jueves del mes siguiente es un día 8. Por tanto, el mes en el que estamos, también tiene 31 días.

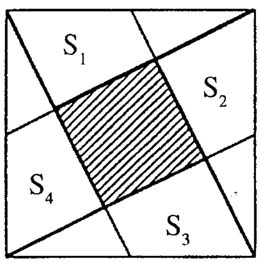
¿Qué dos meses seguidos tienen 31 días? Julio y Agosto. Conclusión: estamos en Agosto.

NÚMERO 19 Problema 3

Página 34

Presentamos algunas de las estrategias que se pueden seguir:

A)



$S_r = S_c - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$

Como $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$ tendremos que: $S_r = S_c - 4S_1$

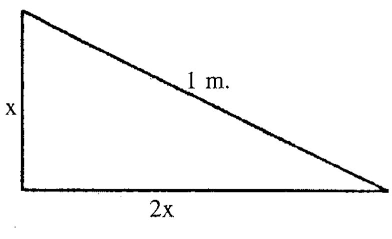
S_1 es el área del triángulo de la figura cuyos catetos miden uno el doble que el otro. (Por el teorema de Thales).

Así: $1^2 = x^2 + (2x)^2$, de donde $1 = 5x^2$

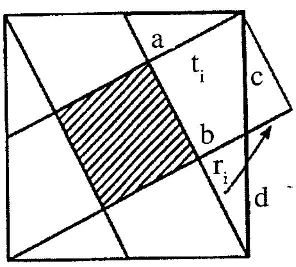
Es decir: $x = \sqrt{1/5}$

Luego: $S_1 = \dfrac{2\sqrt{1/5}\ \ \sqrt{1/5}}{2} = 1/5$

Por tanto: $S_r = 1 - 4/5 = 1/5\ m^2$



B)



Uniendo cada triángulo rectángulo (r_i) al trapecio contiguo (t_i) y sabiendo que la proporción entre los lados es: C = d, a = 2b (Por el Teorema de Thales).

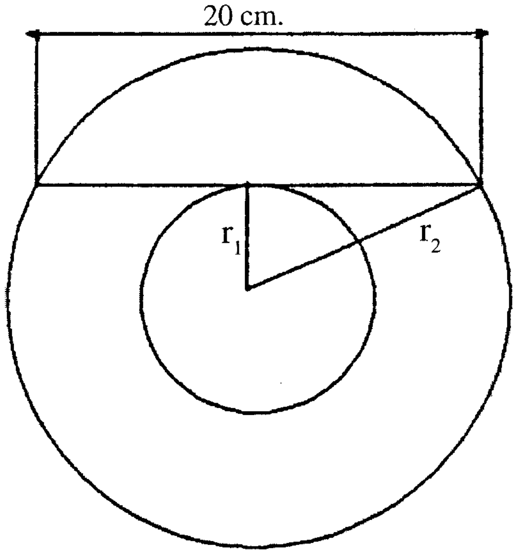
Se nos forman cinco cuadrados como el rayado. De ese modo podemos afirmar que: $S_r = S_c$. Luego $S_r = 1/5\ m^2$

NÚMERO 20
Problema 2
Página 35

Los números perfectos siguientes al 6 son el 28 y el 496.

A partir de este último número, empiezan a resultar números excesivamente grandes para ser calculados a "pelo".

NÚMERO 20
Problema 3
Página 35



De la figura se deduce que:

$r_2^2 = r_1^2 + 10^2$

$r_2^2 - r_1^2 = 10^2$

Luego el área será: $A = \pi \, .r_2^2 - \pi \; r_1^2 = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi \; 100 = 314'16$

NÚMERO 22
Problema 2
Página 37

Se trata de un número par y múltiplo de nueve. Por otro lado es múltiplo de 11 más uno.

Procedamos con método: Múltiplos de 11 menores que 200:

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187 y 198.

Como el número buscado es un múltiplo de 11 más uno y es par ("te daré la mitad"), tendrá que ser uno de los siguientes:

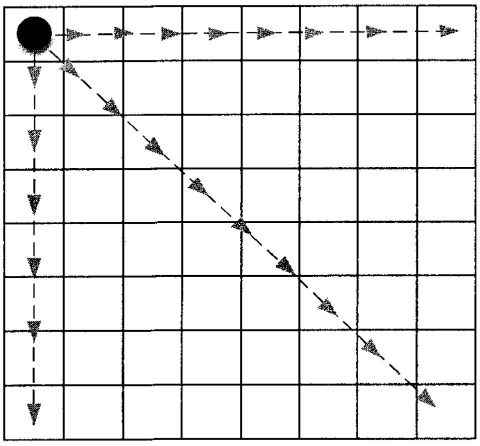
12, 34, 56, 78, 100, 122, 144, 166 o 188.

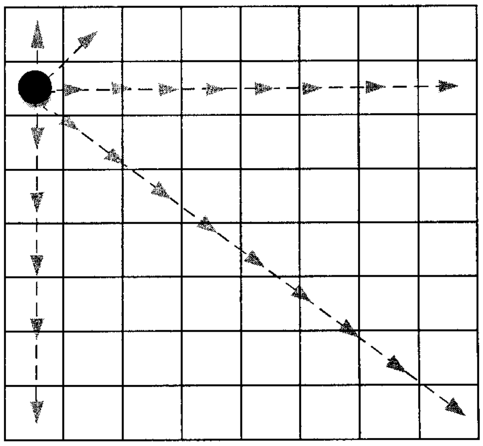
Falta una condición: es múltiplo de 9. El único número que lo cumple es el 144.

NÚMERO 23
Problema 1
Página 39

A) El tablero tiene 64 casillas y si una reina ocupa una de las casillas la otra dispone de 63 casillas para colocarse. Por tanto, en total hay 64 x 63 = 4.032 formas distintas de colocar las dos reinas.

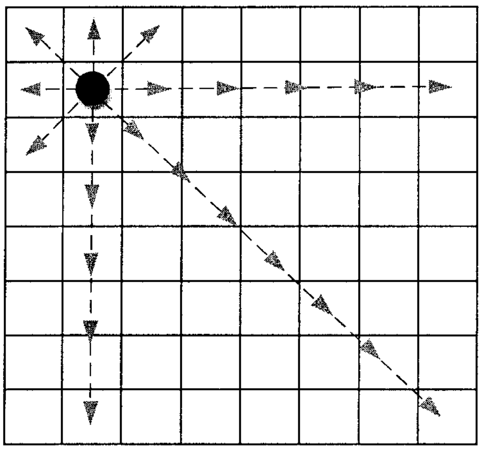
B) Si se coloca una reina en la esquina, la otra no puede colocarse en los lugares señalados. Hay 42 posiciones en este caso.





En los cuadros de la primera fila ocurre lo mismo, por tanto hay 8 x 42 = 336 posiciones diferentes.

Si una dama se va a colocar en cada cuadrado de la segunda fila, la otra se puede colocar en: 2 x 42 + 6 x 40 = 324.



Para la tercera fila: 2 x 42 + 2 x 40 + 4 x 38 = 316.

Para la cuarta fila: 2 x 42 + 2 x 40 + 2 x 38 + 2 x 36 = 312.

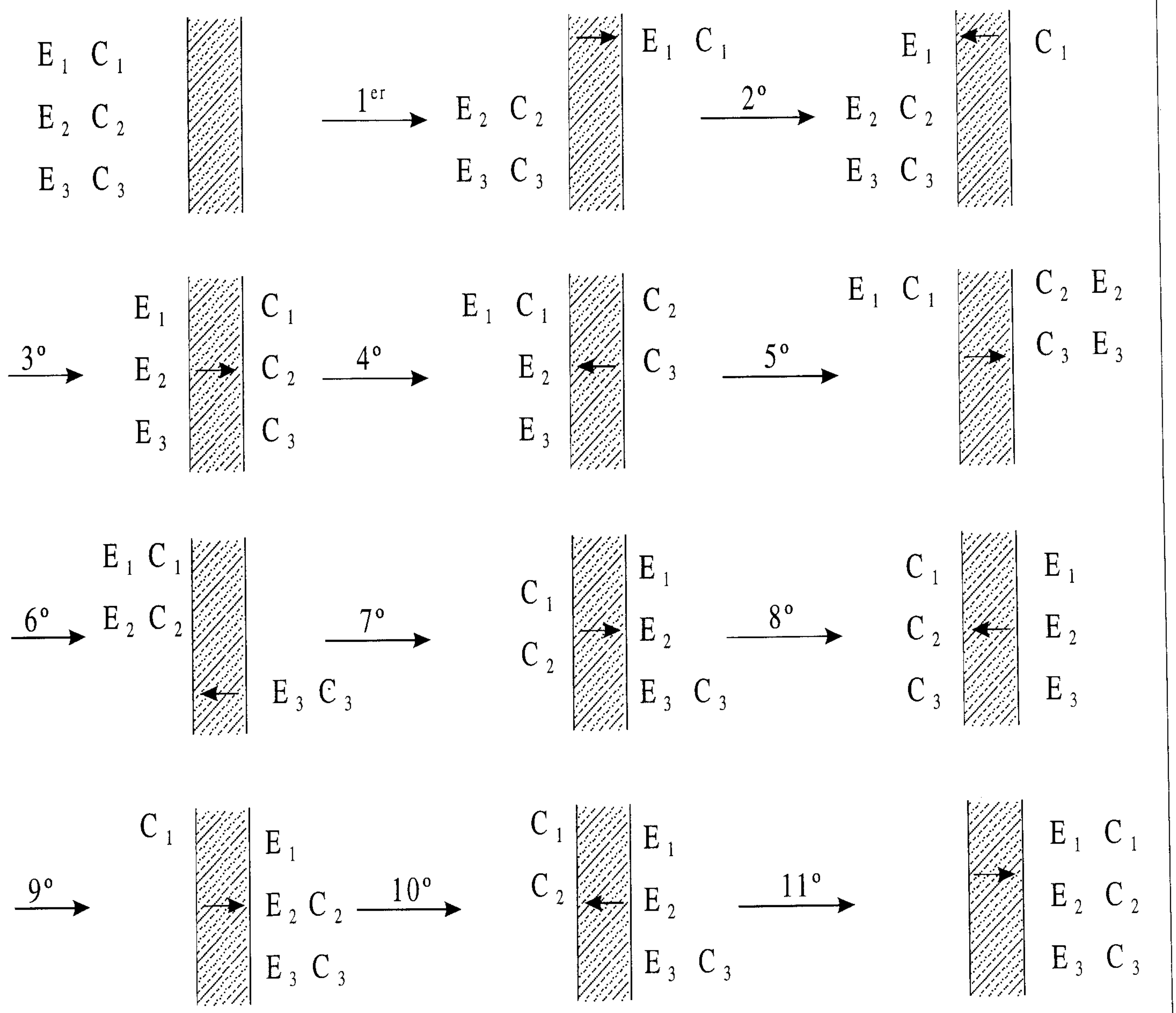
En las cuatro filas inferiores se repiten las situaciones por lo que el número total de posiciones es 1.288.

NÚMERO 23
Problema 3
Página 39

Se aplica el teorema de Pitágoras para determinar las alturas de ambos triángulos, que resultan ser 4 y 3. A continuación calculamos la superficie de cada triángulo (12 unidades cuadradas) y concluimos en que los dos tienen la misma área.

NÚMERO 24
Problema 1
Página 40

Es necesario realizar 11 viajes.



NÚMERO 24
Problema 3
Página 40

El dinero está en la caja amarilla. Pues como sólo puede haber un mensaje verdadero tendremos que:

BLANCA: Mensaje falso: En ella no hay dinero.

AMARILLA: Mensaje falso: En ella si hay dinero.

VERDE: Mensaje verdadero: En la blanca no hay dinero.

NÚMERO 25 Problema 2

Página 41

Por supuesto que no es a la 1 y cinco, ni a la 2 y diez, etc. Hagamos los cálculos para saber exactamente la hora de la superposición; vamos a enfocar la solución como si de un problema de móviles se tratara, pues lo es y de los clásicos.

La manecilla minutera va a una velocidad de 360° por hora, mientras que la horaria lo hace a 30° por hora (360/12). A la 1 en punto, las dos manecillas están separadas 30° y la velocidad a la que se acerca la manecilla minutera a la horaria es de 360° – 30° = 330° por hora.

Recordando la clásica fórmula: velocidad = espacio/tiempo, podemos ahora averiguar a qué hora, exactamente se superponen entre la 1 y las 2 puesto que de la fórmula recordada se deduce que: tiempo = espacio/velocidad = 30°/330° = 0´0909 = 5 minutos y 27 segundos.

Por tanto se superponen a la 1 hora 5 minutos y 27 segundos.

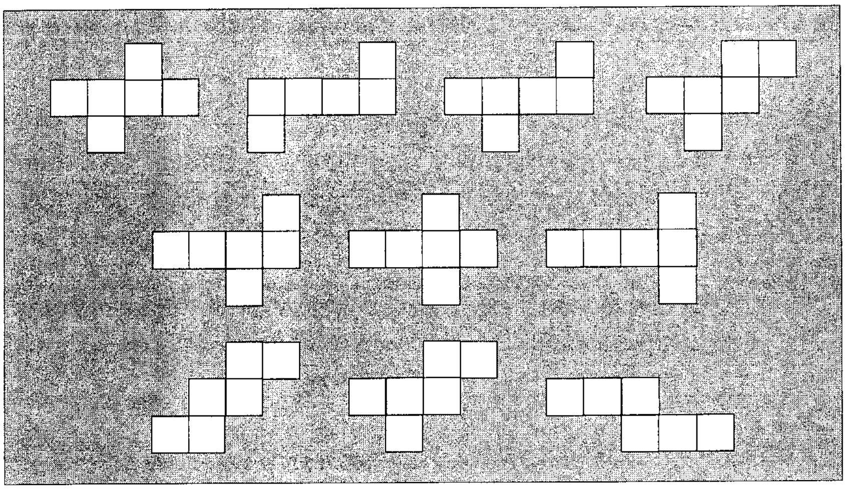
Haciendo el mismo cálculo en cada caso, se obtienen las horas de superposición de las agujas que son:

12 h. 00 m. 00 seg.	03 h. 16 m. 12 seg.	06 h. 32 m. 44 seg.	09 h. 49 m. 06 seg.
01 h. 05 m. 27 seg.	04 h. 21 m. 49 seg.	07 h. 38 m. 11 seg.	10 h. 54 m. 33 seg.
02 h. 10 m. 55 seg.	05 h. 27 m. 16 seg.	08 h. 43 m. 38 seg.	

NÚMERO 26 Problema 2

Página 42

Existen diez formas distinas.



NÚMERO 27 Problema 2

Página 44

Una estrategia de resolución de este problema consiste en empezar por el final.

4ª casa: la mitad de los huevos que le quedaban más medio huevo = 1 huevo.

3ª casa: debe sobrarle 1 huevo. Para poder cumplir con lo que se dice en el proceso, necesita tener tres huevos; de esta forma, la mitad de los huevos que tenía (1´5) más medio huevo (0´5) hacen un total de 2 huevos con lo que le sobra uno.

2ª casa: deben sobrarle tres huevos. Por tanto aquí llega con 7 huevos.
Mitad = 3´5; 3´5 más medio huevo = 4; le sobran 3.

1ªcasa: deben sobrarle 7 huevos. Llegó con 15. Compruebe que se verifica la condición.

Luego la conclusión es que empezó su venta con 15 huevos.

NÚMERO 27 Problema 3

Página 44

La superficie del cuadrado es de 400 dm^2 y le debemos sustraer la superficie de tres triángulos de 100 dm^2 cada uno, lo que nos da como resultado final 100 dm^2.

NÚMERO 28 Problema 2

Página 45

Tal y como se plantea la situación, los dos relojes se alejan 3 minutos cada hora. Esto quiere decir que como al pararse están separados 60 minutos, los dos relojes estuvieron funcionando durante $60/3 = 20$ horas. Como el reloj de pulsera adelantaba un minuto cada hora, en esas 20 horas ha adelantado 20 minutos de la hora exacta por lo que realmente son las 7 horas 40 minutos. Pues bien, los relojes se pusieron sincronizados veinte horas antes, esto es, a las 11 horas 40 minutos del día anterior.

NÚMERO 29 Problema 3

Página 46

De acuerdo con las premisas que nos marcan, es evidente que en 5º lugar llegó Benito lo que nos permite establecer, de acuerdo con las condiciones a) y b), el orden siguiente: 1º.– Carlos, 2º.– David, 3º.– Antonio, 4º.– Enrique y 5º.– Benito.

NÚMERO 30 Problema 1

Página 47

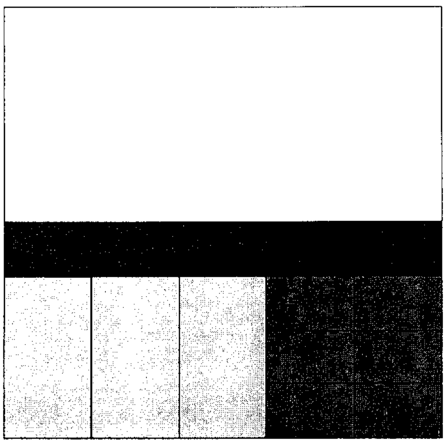
Hay que fijarse bien en las condiciones de la ley: si es niño, la madre recibirá la mitad de lo que reciba su hijo y si es niña, la madre recibirá el doble que ella. En la situación planteada tendrán que cumplirse ambas condiciones simultáneamente. Ello sucede si la madre recibe 1.000 monedas, el hijo 200 y la hija 500.

Si desea hacerlo por ecuaciones, este es el razonamiento: el hijo recibe x; la madre x/2 y la hija, la mitad de la madre, esto es x/4. Como $x + x/2 + x/4 = 3.500$, una vez resuelta se obtiene $x = 2.000$ monedas de oro.

NÚMERO 32 Problema 1

Página 49

El resto, 90 litros, lo constituyen los seis rectángulos más pequeños, es decir 15 litros en cada uno y como en el depósito hay 40 rectángulos de ese tipo, el depósito tiene 600 litros.



NÚMERO 33 Problema 1
Página 51

No. No da lo mismo hacer la elección según indican A y B.

Veamos cuántas comisiones se obtienen siguiendo los criterios de A y de B.

A) Comisiones:
ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE
BCD, BCE, BDE
CDE

En total 10 comisiones.

B) Comisiones:

Presidente	A	A	B	B	C	C	A	A	.....
Secretario	B	C	A	C	A	B	B	B	.....
Tesorero	C	B	C	A	B	A	D	B	.....

Se obtienen así 60 formas distintas de ocupar las comisiones, pues en este caso influye el orden en el que se elijan.

NÚMERO 33 Problema 3
Página 51

Es aconsejable realizar un cuadro de doble entrada pues así es fácil organizar la información:

	rápido/lento	claro/oscuro	nuevo/viejo
Alberto	X	X	
Juan		X	X
Luis	X	X	X
Santiago	X		X

En la tabla se van eliminando aquellas casillas que no cumplen las condiciones. De esta forma queda como respuesta la siguiente:

Más viejo: Alberto

Más lento: Juan

Más claro: Santiago

NÚMERO 34 Problema 1
Página 52

Fue un jueves. Es evidente que la serpiente está mintiendo pues dice que hoy es sábado y mañana miércoles. Se trata, por tanto de uno de los días en que miente: martes, jueves o sábado.

Sábado no puede ser porque en ese caso cuando dijo "hoy es sábado" estaría diciendo la verdad y martes tampoco porque al decir "mañana es miércoles" también estaría diciendo la verdad. Total, tiene que ser jueves.

NÚMERO 34 Problema 3
Página 52

La medianoche son las 12 de la noche (las 24 horas).

A esa hora el reloj da 12 campanadas. Como cada segundo da el reloj una campanada, el fantasma habrá estado visible 11 segundos. Veamos:

Campanadas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Segundos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

NÚMERO 35 Problema 2
Página 53

No es a 45 km/h. No sabemos a la distancia que está el lugar al que fui. Vamos a suponer de momento que está a 60 km. de Santa Cruz. En ese caso, hice 60 km. de ida más 60 de vuelta. Total 120 km.

¿Cuánto tardamos? Una hora en ir y dos en volver, es decir 3 horas.

Así que 120/3 = 40 km/h fue la velocidad media.

Si la distancia es de x km. entonces el tiempo que tardamos en hacer el recorrido de ida y vuelta es: x/60 + x/30 = x/20

Velocidad = espacio/tiempo = $\dfrac{2\,x}{\dfrac{x}{20}} = \dfrac{40\,x}{x} =$ 40 km/h

NÚMERO 35 Problema 3
Página 53

El ángulo a se obtiene: (180° (n – 2))/8 = 135°.

El ángulo c es el complementario del a en el rombo, luego vale 45°.

El ángulo b es lo que queda de quitarle al a dos veces el c: 135° - 2.45° = 45°.

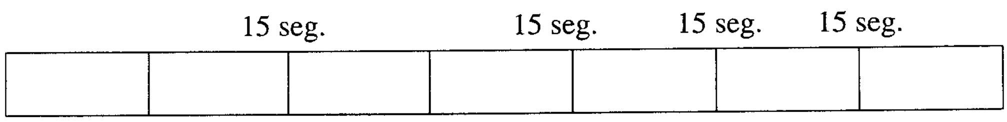
El ángulo d es el ángulo igual del triángulo isósceles: (180° – b)/2 = 67° 37´.

NÚMERO 36 Problema 2
Página 55

No sea impulsivo. No tarda 15 x 5 = 75 segundos.

Le bastan 4 cortes para conseguir los cinco trozos.

Por tanto, tarda 15 x 4 = 60 segundos.



NÚMERO 37 Problema 1

Página 56

Aunque pueda parecer extraño, este problema sólo tiene una solución: compró 60 pollos, 39 conejos y una cabra.

Hagamos las cuentas: 60 + 39 + 1 = 100 cabezas.

60.1 + 39.10 + 1.50 = 500 pesetas.

¿Cómo se hace? Un método no fácil es hacerlo por tanteo. Pero si sabe algo de álgebra puede jugar con estas ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ x+10y+50z=500 \end{cases}$$

siendo x el número de pollos, y el número de conejos y z el de cabras. Basta tener en cuenta que x, y, z son números enteros.

NÚMERO 37 Problema 2

Página 56

Para calcular el número de mm^3. que hay, basta tener en cuenta que cada metro tiene 1.000, por tanto son:

1.000 x 1.000 x 1.000 = 1.000.000.000 mm^3.

Como cada uno tiene 1 mm. de arista, si se colocan uno encima del otro, la columna tiene ese mismo número de mm. de alto. Si se divide por 1.000.000 se tendrá el número de kilómetros de altura de la columna. En efecto, es de 1.000 km. de alto ¡mucho más que la Torre Eiffel...!

NÚMERO 37 Problema 3

Página 56

Observando la figura se puede apreciar que las cuatro esquinas tienen la misma área que la estrella central. Calculamos su valor:

Área del cuadrado: 10 x 10 = 100 m^2.

Área del círculo: 3´14 x 5 x 5 = 78´5 m^2.

Las cuatro esquinas: 100 – 78´5 = 21´5 m^2.

Como la estrella central vale lo mismo que las cuatro esquinas, el área del parterre será igual a la del cuadrado menos dos veces las esquinas:

100 – 43 = 57 m^2.

NÚMERO 38
Problema 1
Página 58

La solución idónea es aquella en la que el número de trasiegos es el menor posible. Se la indicamos a continuación:

	4	**1´5**	**2´5**
1º	1´5		2´5
2º	1´5	1´5	1
3º	3		1
4º	3	1	
5º	0´5	1	2´5
6º	0´5	1´5	2
7º	2		2

¿Puede hacerlo Vd. en menos de siete trasiegos?

NÚMERO 38
Problema 3
Página 58

El triángulo negro grande es igual a 1/4 del total: luego su área es de 1 m^2.

El mediano es igual a 1/4 de 1/4 = 1/16 de 4m^2. = 0´25 m^2.

El pequeño es igual a 1/4 del mediano = 1/4 de 0´25 m^2. = 0´0625 m^2.

Luego: 1 + 0´25 + 0´0625 = 1´3125 m^2.

NÚMERO 39
Problema 1
Página 60

Una estrategia de resolución consiste en empezar por el final.

6º amigo: le da 2; la mitad es 1 y al sumar 1 se queda sin cromos.

5º amigo: tiene 6 cromos; 6/2 = 3; 3 + 1 = 4. Así que le da 4 y le sobran 2.

4º amigo: tiene 14 cromos; 14/2 = 7; 7 + 1 = 8. Le da 8 y sobran 6.

3er amigo: tiene 30 cromos; 30/2 = 15; 15 +1 = 16. Le da 8 y sobran 6.

2º amigo: tiene 62 cromos; 62/2 = 31; 31 + 1 = 32. Le da 32 y le sobran 30.

1er amigo: tiene 126 cromos; 126/2 = 63; 63 + 1 = 64. Le da 64 y le sobran 62.

Por tanto, al salir de casa Jaimito tenía 126 cromos.

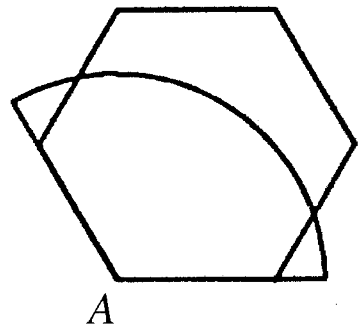
NÚMERO 39
Problema 3
Página 60

Si tomamos como unidad la longitud de una arista, entonces un incremento del 50% hace que pase a medir 1,5. El área de una cara antes de la dilatación era 1 x 1 = 1 y después 1,5 x 1,5 = 2,25; luego ha aumentado en 1,25. Por lo tanto el aumento en forma de porcentaje ha sido del 125%.

Por otra parte, el volumen después de la dilatación será: 1,5 x 1,5 x 1,5 = 3,375; luego ha aumentado en 2,375 que en forma de porcentaje es el 237,5%.

NÚMERO 40
Problema 3
Página 62

Según la figura, el perro estaría atado en el vértice A. Se podría mover en la parte del sector circular de radio 10 m. y amplitud 120° incluido en el hexágono.



El área del sector vale: $A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi.100.120}{360} \cong 104'71\, m^2.$

Que resulta menor que los 120 m^2. que el perro necesita para sentirse bien.

NÚMERO 41
Problema 1
Página 64

Resulta evidente que a cada persona le corresponde 9/12 naranja que, una vez simplificado resulta 3/4 de naranja.

Si dividimos todas las naranjas en cuatro partes podríamos dar tres a cada uno y problema resuelto. Pero en este caso hemos dado demasiados cortes. El número de cortes se puede simplificar con esta estrategia: Dividimos 6 naranjas por la mitad (6 cortes) y las otras tres las dividimos en cuartas partes con dos cortes por naranja. Total 12 cortes. Con esta estrategia disponemos de 12 medias naranjas y 12 cuartos de naranja con lo que puede darse a cada uno la parte que le corresponde.

NÚMERO 41
Problema 3
Página 64

Si un número cualquiera, que no sea cuadrado perfecto, por ejemplo, el 30 tiene un divisor, por ejemplo, el 5, entonces ha de tener como divisor otro número que multiplicado por 5 (en este caso el 6) de 30; así pues siempre que aparece un divisor "a" de "n" aparece otro "b" tal que a.b = n y, por tanto, en este caso, los divisores aparecen siempre por parejas y el número de ellos es par. Pero si "n" es un cuadrado perfecto, de todas las parejas de divisores hay una en la que a = b (por ejemplo, el 64, aparte de otros divisores, tiene el 8 cuya "pareja" es también el 8) y en este caso el número de divisores es impar.

NÚMERO 43
Problema 2
Página 68

Le indicamos otras dos posibles progresiones:

(0,2) (2,2) (2,4) (4,4) (4,6) (6,6) y (0,1) (1,2) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6).

NÚMERO 43
Problema 3
Página 68

Convertimos a litros por hora los caudales de los tres manantiales:

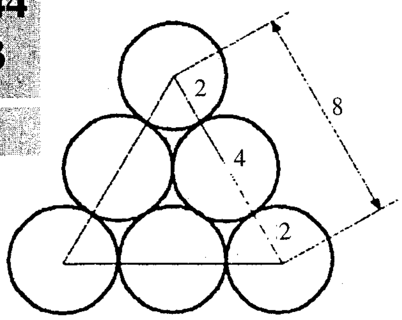
1´2 l/s = 4.320 l/h ; 40 l/m = 2.400 l/h y 5 m^3/h. = 5.000 l/h.

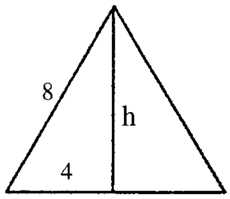
En total serían 11.720 l/h., como hay 2.930 habitantes, le corresponde a cada uno 4 litros cada hora, es decir 96 litros al día.

NÚMERO 44 Problema 3

Página 70

Tenemos que:

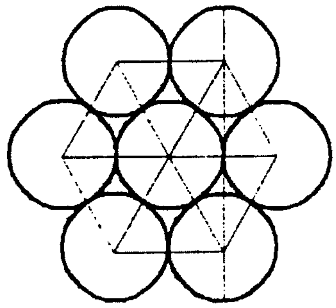




$$h = \sqrt{8^2 + 2^2} = 4\sqrt{3}$$

Luego: $d = h + 4 = 4\sqrt{3} + 4 \cong 10{,}92$

O bien considerando que la siguiente figura tiene la misma altura d, tenemos:



$$d = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4 \cong 10{,}92$$

NÚMERO 45 Problema 2

Página 72

Hay muchas formas de resolver este problema. Una sencilla y exclusivamente aritmética es la siguiente:

El lento tarda 10 minutos más que el diligente. Quiere ello decir que si el lento sale 10 minutos antes, entonces llegarían al colegio al mismo tiempo. Pero como ha salido 5 minutos antes, entonces lo tendrá que alcanzar justo a la mitad del camino o sea, a los 10 minutos de salir el diligente porque como se sabe éste tarda 20 minutos en llegar.

NÚMERO 47 Problema 1

Página 76

El dato clave es que la miel pesa el doble que la gasolina. Si restamos al peso del tarro + miel (= 500 gr.) el peso del tarro + gasolina (= 350 gr.) se obtiene 150 gr. Ese es el peso de la gasolina.

Por si acaso no nos hemos explicado bien, vamos a resolverlo a "cámara lenta": supongamos que disponemos de dos tarros exactamente iguales y de una balanza de dos platillos. Si colocamos un tarro en cada platillo, ¿cómo queda la balanza? Equilibrada.

Ahora llenamos uno de los tarros de gasolina. En este caso la balanza se desequilibra hacia el platillo que contiene el tarro + gasolina que, como enuncia el ejercicio, pesa 350 gr. ¡Ojo ahora!

En el tarro que está vacío, se va a ir introduciendo miel poco a poco. ¿Cuándo se equilibra la balanza? Como la miel pesa el doble que la gasolina, la balanza se equilibra justo cuando el tarro de miel está a la mitad. ¿Cuánto pesa en ese momento tarro + miel? Pues 350 gr.

Terminamos de llenar el tarro de miel. Según reza el texto inicial, en ese momento pesará 500 gr.; luego hemos pasado de 350 gr. a 500 gr. Por tanto, la miel añadida (que pesa igual que la gasolina) pesa 150 gr., y fácilmente se deduce que el peso del tarro es de 200 gr.

NÚMERO 48 Problema 3

Página 78

Si traza usted la diagonal de la base del cubo que une los segmentos indicado se encontrará con un triángulo equilátero, pues todos sus lados miden lo mismo. Pero es más, también miden lo mismo sus ángulos (180°/3 = 60°).