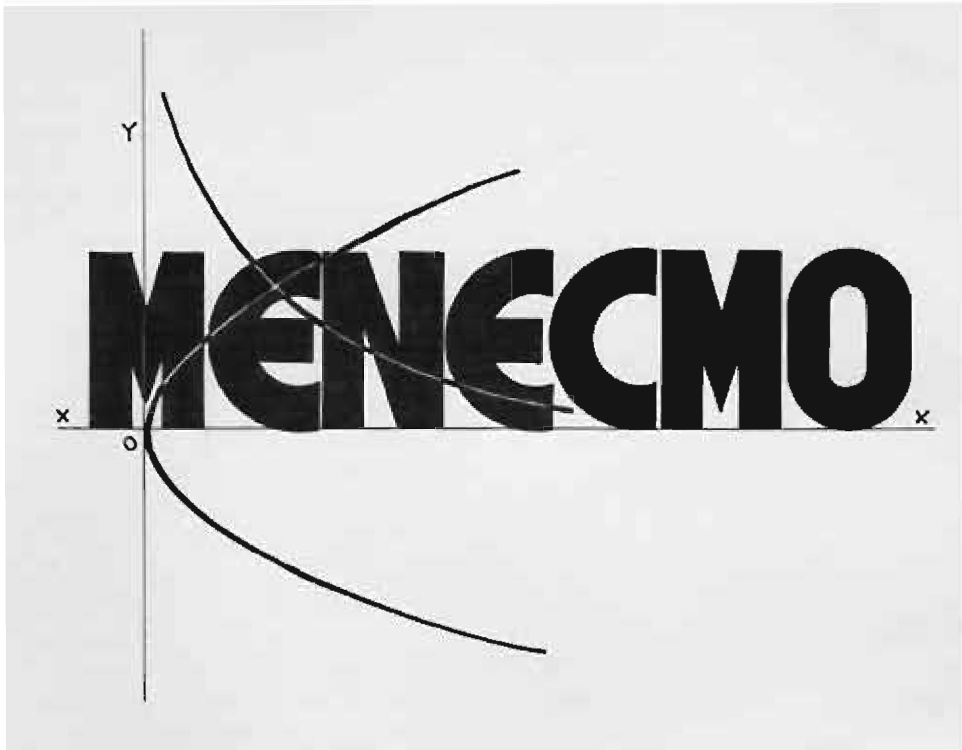

Y
X
O
MENECMO
X

MENECMO

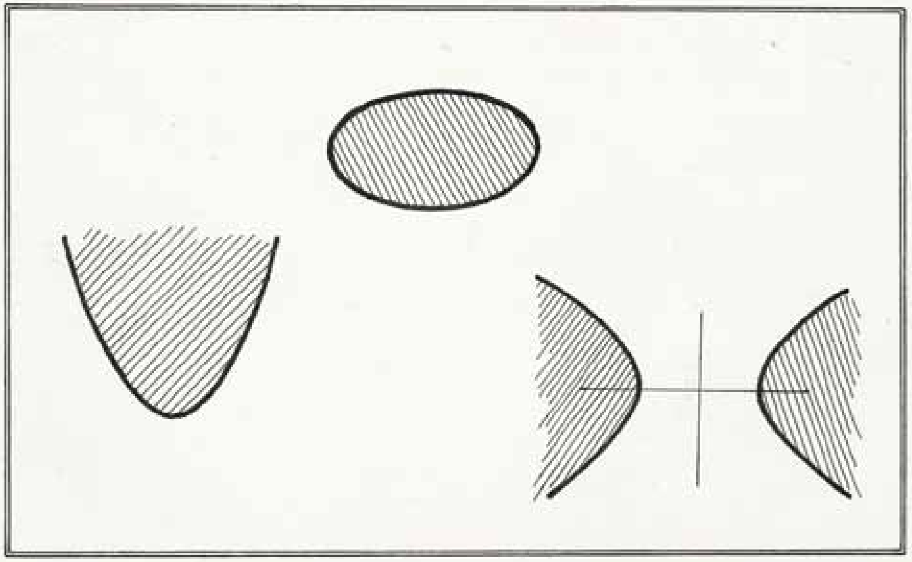
MENECMO FLORECIÓ SOBRE EL AÑO 350 A. DE J.C. Y FUE DISCÍPULO DE EUDOXO. AL PARECER, NACIÓ EN ALOPECONESOS (O EN PROCONESOS) Y ESCRIBIÓ TRES LIBROS SOBRE LA "REPÚBLICA" DE PLATÓN.

MENECMO GOZÓ DE GRAN REPUTACIÓN COMO PROFESOR DE GEOMETRÍA Y FUE UNO DE LOS PRECEPTORES DE ALEJANDRO MAGNO. DE ACUERDO CON UNA ANÉCDOTA — TOMADA DE LOS ESCRITOS DEL GRAMÁTICO SERENO —, ALEJANDRO ROGÓ A SU MAESTRO QUE LE ENSEÑASE LAS DEMOSTRACIONES DE LOS TEOREMAS GEOMÉTRICOS DE FORMA CONCISA; MENECMO RESPONDIÓ A ESTA PETICIÓN DEL MODO SIGUIENTE:

"OH REY, CONTRARIAMENTE A LO QUE SUCEDE EN EL PAÍS — DONDE ALGUNOS CAMINOS SON PARA LOS CIUDADANOS CORRIENTES Y OTROS PARA LOS REYES —, EN GEOMETRÍA SÓLO HAY UN CAMINO QUE DEBE SEGUIRSE POR TODOS."

ADEMÁS DE ESTO, LO QUE SE CONOCE DE LA OBRA MATEMÁTICA DE MENECMO ESTÁ CONTENIDO EN VARIOS FRAGMENTOS DE EUDEMO DE RODAS, PROCLO, ERATÓSTENES, EUTOCIO, PLUTARCO Y TEÓN DE ESMIRNA.

SIGUIENDO ESTAS FUENTES, PARECE CLARO QUE MENECMO FUE EL "INVENTOR" DE LAS CURVAS QUE HOY EN DÍA SE CONOCEN POR EL NOMBRE DE "CÓNICAS", A SABER: LA PARÁBOLA, LA ELIPSE Y LA HIPÉRBOLA (HAGAMOS NOTAR, NO OBSTANTE, QUE ESTOS NOMBRES FUERON INTRODUCIDOS POSTERIORMENTE POR APOLONIO DE PERGA, MATEMÁTICO DE CUYA VIDA SE TIENEN POCAS NOTICIAS Y QUE, AL PARECER, FLORECIÓ A FINALES DEL SIGLO II A. DE J.C. O A COMIENZOS DEL SIGLO II A. DE J.C.).

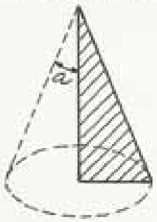


YA VIMOS ("VIAJE GRÁFICO POR EL MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS 2", PÁG. 69) QUE HIPÓCRATES DE QUÍOS HABÍA REDUCIDO EL PROBLEMA DE LA DUPLICACIÓN DEL CUBO A LA DETERMINACIÓN DE DOS MEDIAS PROPORCIONALES ENTRE DOS SEGMENTOS RECTILÍNEOS DADOS. ESTA "REDUCCIÓN" FUE LA QUE PROBABLEMENTE IMPULSÓ A MENECMO A DESCUBRIR UNA FAMILIA DE CURVAS QUE VERIFICASEN LAS PROPIEDADES "ENCERRADAS" EN LA PROPORCIÓN CONTÍNUA: $a : x = x : y = y : 2a$.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{a}{x} = \frac{x}{y} \Longrightarrow x^2 = ay \text{ (PARÁBOLA)} \\ \frac{x}{y} = \frac{y}{2a} \Longrightarrow y^2 = 2ax \text{ (PARÁBOLA)} \\ \frac{a}{x} = \frac{y}{2a} \Longrightarrow xy = 2a^2 \text{ (HIPÉRBOLA)} \end{cases}$$

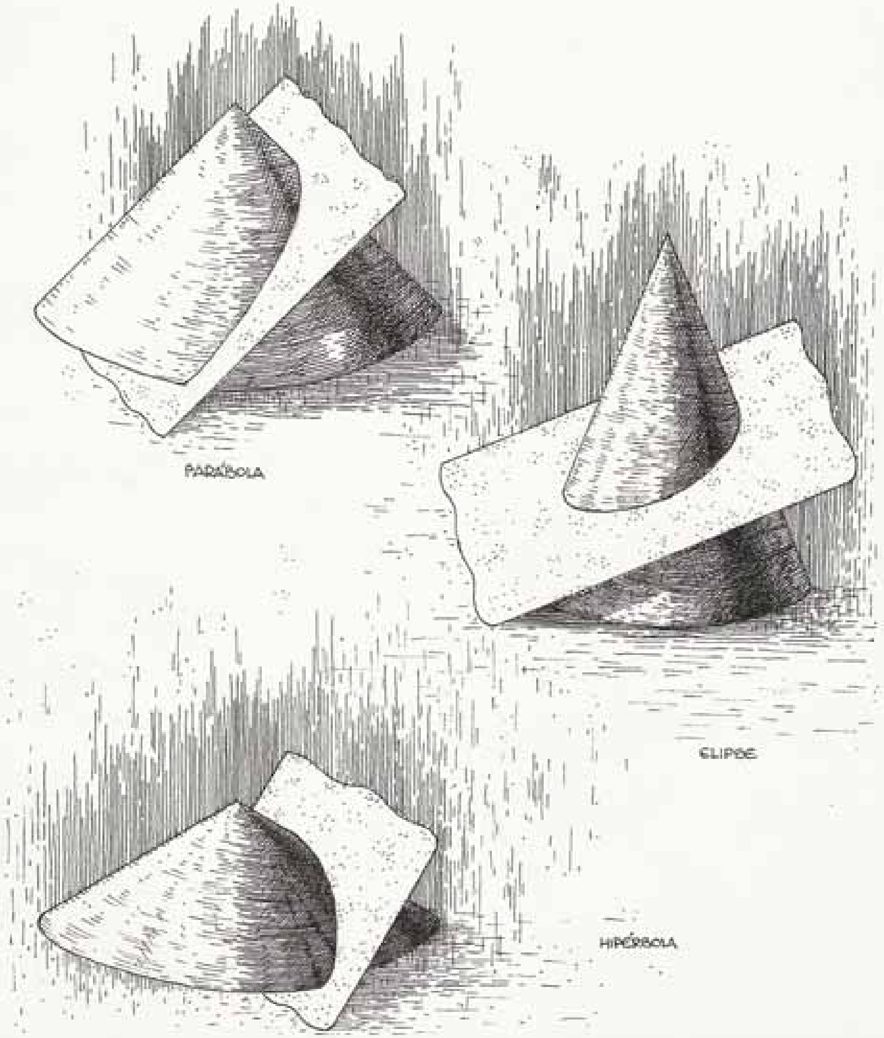
SI LA LÍNEA DE TRABAJO SEGUIDA POR MENECMO FUE LA QUE ACABAMOS DE AVENTURAR, RESULTA CLARO QUE LA ELIPSE SE OBTUVO COMO UN SUBPRODUCTO DE SU INVESTIGACIÓN (DADO QUE ESTA CURVA NO TIENE NADA QUE VER CON EL PROBLEMA DE LAS "DOS MEDIAS PROPORCIONALES").

DE ACUERDO CON LO QUE SE SABE ACERCA DE LA GEOMETRÍA DE AQUEL TIEMPO, LO MÁS PROBABLE ES QUE MENECMO DEBIÓ UTILIZAR ÚNICAMENTE EN SU INVESTIGACIÓN CONOS RECTOS, OBTENIDOS A PARTIR DE LA REVOLUCIÓN DE CUALQUIER TRIÁNGULO RECTÁNGULO ALREDEDOR DE UNO DE SUS CATETOS. ADEMÁS, CASI CON TODA SEGURIDAD, MENECMO CLASIFICÓ DICHOS CONOS ATENDIENDO A QUE EL ÁNGULO EN EL VÉRTICE FUESE RECTO (CONO RECTÁNGULO), AGUDO (CONO ACUTÁNGULO) U OBTUSO (CONO OBTUSÁNGULO).

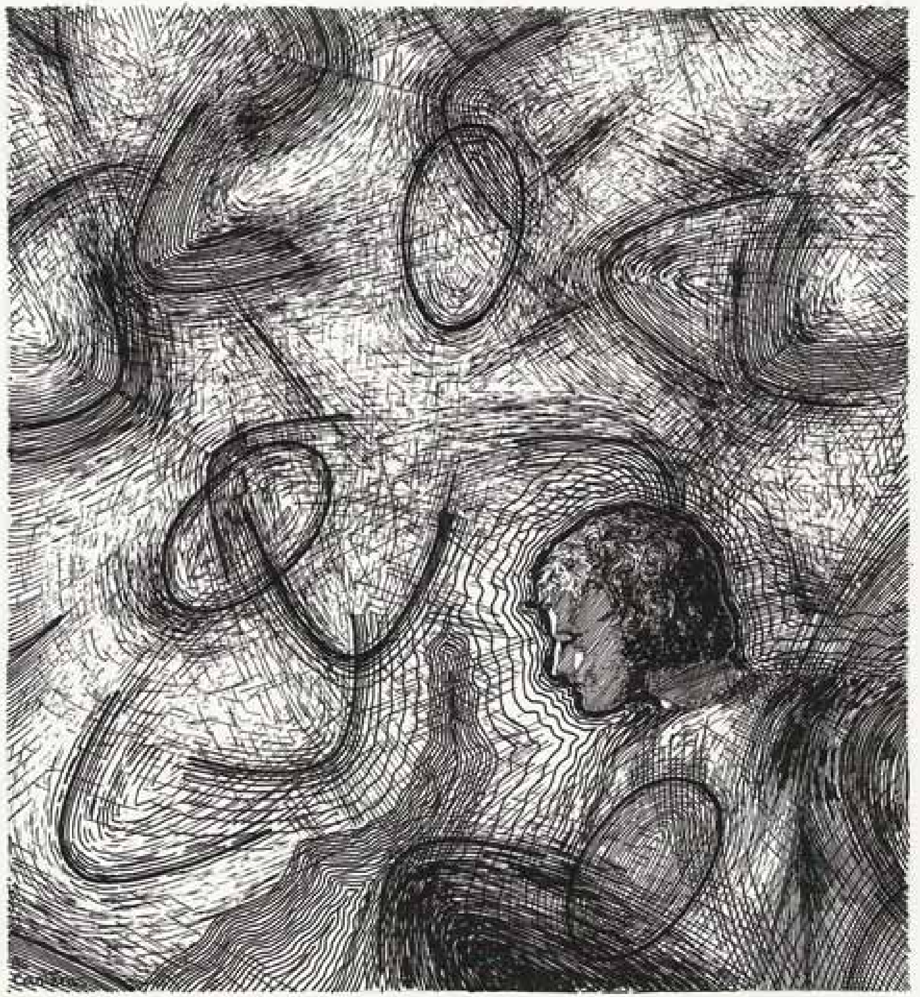


- SI $a = 45° \Longrightarrow$ CONO RECTÁNGULO
- SI $a < 45° \Longrightarrow$ CONO ACUTÁNGULO
- SI $a > 45° \Longrightarrow$ CONO OBTUSÁNGULO

CORTANDO UN CONO PERTENECIENTE A CADA UNA DE DICHAS CLASES POR UN PLANO PERPENDICULAR A UNA DE SUS GENERATRICES OBTUVO, RESPECTIVAMENTE, LA "SECCIÓN DEL CONO RECTÁNGULO" (PARÁBOLA), LA "SECCIÓN DEL CONO ACUTÁNGULO" (ELIPSE) Y LA "SECCIÓN DEL CONO OBTUSÁNGULO" (HIPÉRBOLA).



SE DESCONOCE LA FORMA EN QUE MENECMO PUDO LLEGAR A DESCUBRIR LAS PROPIEDADES DE LAS "CÓNICAS"; SIN EMBARGO, SE HAN ELABORADO VARIAS HIPÓTESIS AL RESPECTO. CITAREMOS AQUÍ LA CONJETURA DE BRETSCHNEIDER (CASO DE LA SECCIÓN DEL CONO RECTÁNGULO), DADO QUE TAN SÓLO PRESUPONE EL CONOCIMIENTO DE ALGUNAS PROPOSICIONES ELEMENTALES DE GEOMETRÍA, MUY ACORDES CON LA ÉPOCA DE MENECMO.



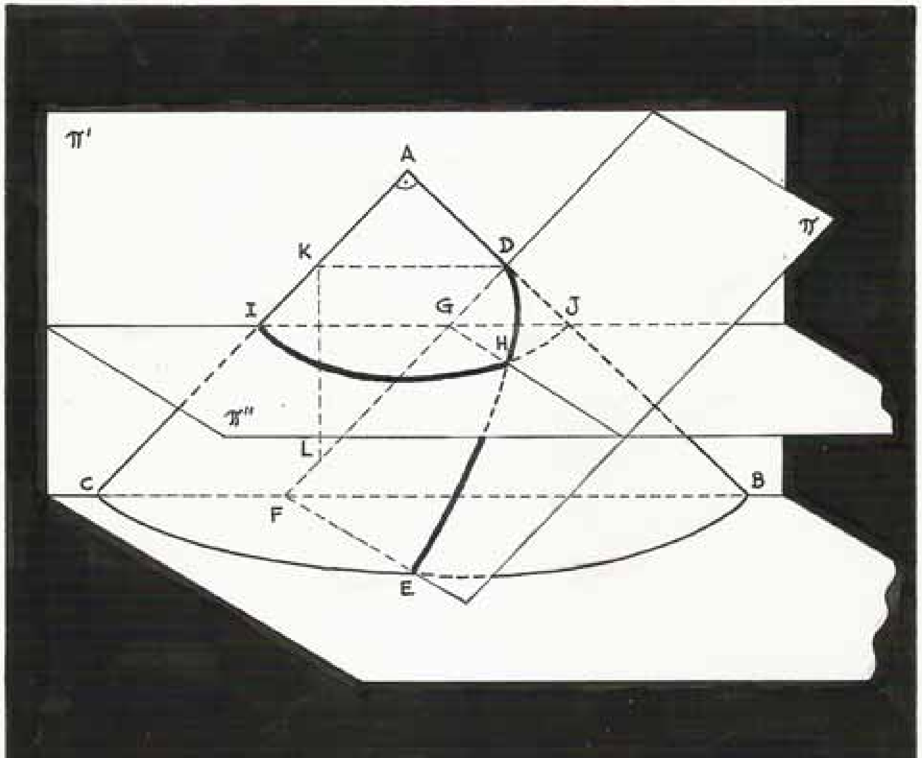
SEA π UN PLANO PERPENDICULAR A LA GENERATRIZ AB DEL CONO RECTO (Y RECTÁNGULO) $\mathfrak{C}$, DE VÉRTICE A Y BASE CIRCULAR CEB. RESULTA EVIDENTE QUE π ES PERPENDICULAR AL PLANO π' QUE CONTIENE A LA GENERATRIZ AB Y AL EJE DE $\mathfrak{C}$.

SEA DHE LA CURVA ("SECCIÓN DEL CONO RECTÁNGULO" = PARÁBOLA) SEGÚN LA CUAL EL PLANO π CORTA A $\mathfrak{C}$.

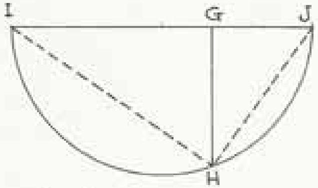
POR UN PUNTO CUALQUIERA G DE DF (INTERSECCIÓN DE LOS PLANOS π Y π') TRACEMOS UN PLANO π'' PARALELO A LA BASE DEL CONO. DICHO PLANO CORTARÁ A $\mathfrak{C}$ SEGÚN LA CIRCUNFERENCIA IHJ.

ENTONCES, ES CLARO QUE EL SEGMENTO HG — PERTENECIENTE A LA RECTA INTERSECCIÓN DE LOS PLANOS π Y π'' — ES PERPENDICULAR AL IJ.

ACTO SEGUIDO, DIBUJEMOS — EN EL PLANO π' — EL SEGMENTO KD PARALELO AL IJ, Y EL SEGMENTO KL PERPENDICULAR AL KD. NOTEMOS QUE LAS LONGITUDES DE LOS SEGMENTOS KD, KL Y DL SON CONSTANTES QUE DEPENDEN ÚNICAMENTE DE LA DISTANCIA DEL PLANO π AL VÉRTICE A.



A PARTIR DE LO VISTO HASTA AQUÍ, NO RESULTA DIFÍCIL OBTENER LA IGUALDAD: $GH^2 = DL \cdot DG$, QUE CARACTERIZA A LA "SECCIÓN DEL CONO RECTÁNGULO". SI EN LA RELACIÓN ANTERIOR HACEMOS $GH = y$ Y $DG = x$, RESULTA: $y^2 = DL \cdot x$ ($DL = C^{te}$), QUE — EN NOTACIÓN MODERNA — ES LA ECUACIÓN DE UNA PARÁBOLA CUYO EJE (DF) COINCIDE CON EL EJE DE ABSCISAS, Y CUYO VÉRTICE (D) COINCIDE CON EL ORIGEN DE COORDENADAS.



$GH^2 = IG \cdot GJ = KD \cdot GJ$

(IG = KD POR SER LADOS OPUESTOS DE UN PARALELOGRAMO)

$\frac{GJ}{DL} = \frac{DG}{KD}$ (DADO QUE LOS TRIÁNGULOS $\widehat{DJG}$ Y $\widehat{DLK}$ SON SEMEJANTES)

ENTONCES:

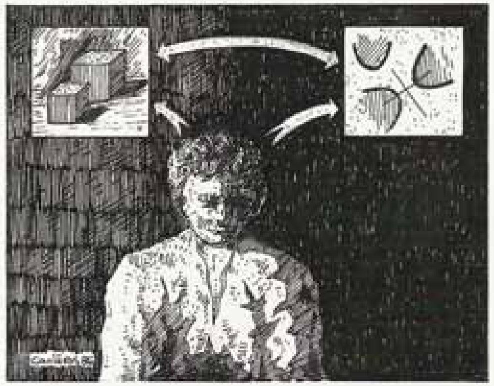
$$KD \cdot GJ = DL \cdot DG$$

POR TANTO:

$$GH^2 = IG \cdot GJ = KD \cdot GJ = DL \cdot DG$$

DE FORMA SIMILAR A LA EXPUESTA EN LAS LÍNEAS PRECEDENTES, PUDO MENECMO DESCUBRIR LAS PROPIEDADES CARACTERÍSTICAS DE LAS OTRAS DOS CÓNICAS. HABIENDO LLEGADO A ESTA SITUACIÓN, NUESTRO PERSONAJE YA DISPONÍA DE DOS CURVAS — LA PARÁBOLA Y LA HIPÉRBOLA — QUE CUMPLÍAN LOS REQUISITOS NECESARIOS PARA ENCONTRAR DOS MEDIAS PROPORCIONALES ENTRE DOS SEGMENTOS RECTILÍNEOS DADOS.

EN OTRAS PALABRAS: EL PROBLEMA DE LA DUPLICACIÓN DEL CUBO ESTABA RESUELTO.



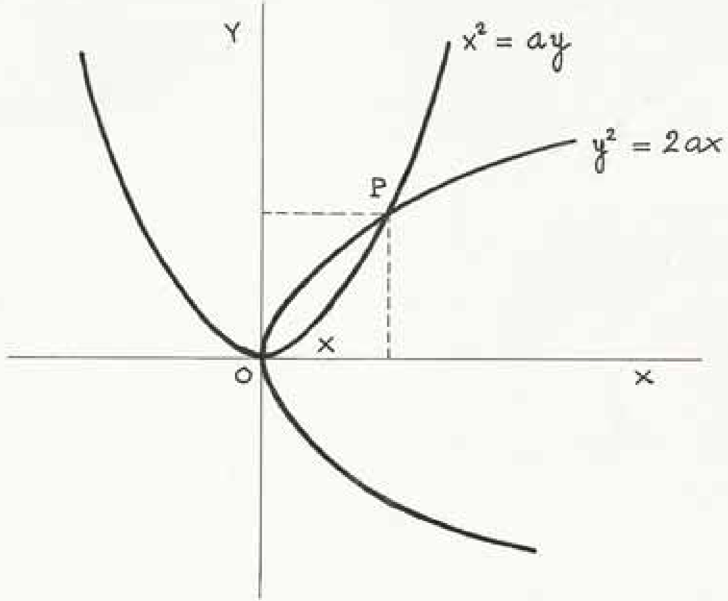
LAS DOS SOLUCIONES DE MENECMO QUE SE CONOCEN, HAN LLEGADO HASTA NOSOTROS A TRAVÉS DEL COMENTARIO DE EUTOCIO AL LIBRO SEGUNDO DEL TRATADO "SOBRE LA ESFERA Y EL CILINDRO" DE ARQUÍMEDES.

COMO YA HEMOS HECHO EN OTRAS OCASIONES, UTILIZAREMOS EL LENGUAJE DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA PARA CLARIFICAR EL RAZONAMIENTO SEGUIDO POR MENECMO EN CADA UNA DE ELLAS.

PRIMERA SOLUCIÓN

DESCRÍBANSE LAS PARÁBOLAS DE ECUACIONES: $y^2 = 2ax$ Y $x^2 = ay$.

LA INTERSECCIÓN DE ESTAS DOS CURVAS DETERMINA UN PUNTO P, CUYA ABSCISA x SATISFACE LA RELACIÓN: $x^3 = 2a^3$. POR TANTO, x ES LA ARISTA DEL CUBO DOBLE DEL CUBO DE ARISTA a.



$$\left.\begin{array}{l} y^2 = 2ax \\ x^2 = ay \Rightarrow y = \frac{x^2}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{x^2}{a}\right)^2 = 2ax \Rightarrow$$

$$\frac{x^4}{a^2} = 2ax \Rightarrow x^4 = 2a^3x \Rightarrow$$

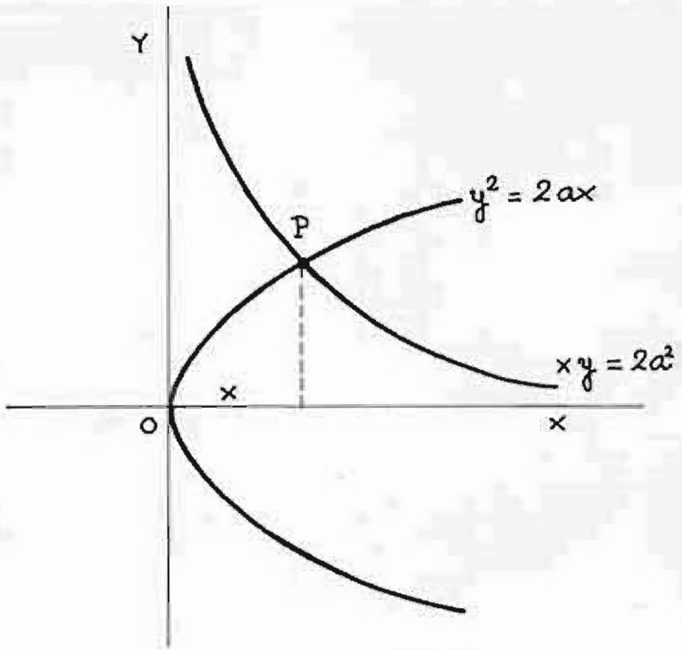
$$\boxed{x^3 = 2a^3}$$

SEGUNDA SOLUCIÓN

DESCRÍBASE UNA PARÁBOLA DE ECUACIÓN: $y^2 = 2ax$, Y —ACTO SEGUIDO— UNA HIPÉRBOLA EQUILÁTERA DE ECUACIÓN: $xy = 2a^2$. ENTONCES, LA ABSCISA DEL PUNTO COMÚN A ESTAS DOS CURVAS VERIFICA LA RELACIÓN:

$$x^3 = 2a^3$$

ES DECIR: $\underline{x}$ ES LA ARISTA DEL CUBO DOBLE DEL CUBO DE ARISTA $\underline{a}$.



$$\left.\begin{cases} xy = 2a^2 \implies y = \dfrac{2a^2}{x} \\ y^2 = 2ax \end{cases}\right\} \implies \left(\frac{2a^2}{x}\right)^2 = 2ax \implies$$

$$\frac{4a^4}{x^2} = 2ax \implies 4a^4 = 2ax^3 \implies$$

$$\boxed{x^3 = 2a^3}$$