

# Los cinco dados\*

Javier Serrano

Diciembre de 2013

## 1. Presentación

El matemago enseña cinco dados un poco especiales porque llevan números de tres cifras en cada cara. En concreto, los números que llevan impresos los dados son los mostrados a continuación.

	285		377		366		558		642					
	186		971		762		954		147					
384	780	483	872	278	773	168	663	960	657	459	855	840	741	345
	681		179		564		756		543					
	Dado 1		Dado 2		Dado 3		Dado 4		Dado 5					

El matemago se vuelve de espaldas, le pide a un colaborador que lance los dados y nombre en voz alta los números que han salido. Continuando de espaldas el matemago rápidamente anuncia la suma de los cinco números mostrados.

El problema que se propone es el de averiguar cómo puede calcular el mago dicha suma.

## 2. Secreto mágico

El matemago va guardando mentalmente la suma de las primeras cifras (centenas) de los números que el colaborador va diciendo en voz alta. A este número le sumará 3 para obtener un número de dos cifras, digamos  $[ab]$ .

Entonces la suma de los cinco dados es un número de cuatro cifras formado así: la dos primeras cifras son  $[ab]$  y las dos últimas cifras son el resultado de  $50 - [ab]$ .

---

\*A propuesta de Pedro Alegría para el concurso navideño de 2013

---

Imaginemos el resultado siguiente: Dado 1: 483; Dado 2: 773; Dado 3: 366; Dado 4: 459; Dado 5: 147. Entonces el mago ha calculado:  $4 + 7 + 3 + 4 + 1 = 19$ . Luego calcula  $19 + 3 = 22$  y forma el resultado final dando 2 228 (pues  $50 - 22 = 28$ ).

### 3. Secreto matemático

Designaremos mediante  $[c_i d_i u_i]$  al número obtenido en el dado número  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , siendo  $c_i$  la cifra de las centenas,  $d_i$  la cifra de las decenas y  $u_i$  la cifra de las unidades. Obviamente, expresado en unidades, se tiene que  $[c_i d_i u_i] = 100c_i + 10d_i + u_i$ .

El valor mínimo para  $\sum c_i = c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5$  es 8. Al añadirle 3 se obtiene 11. El valor máximo para  $\sum c_i$  es 42. Al sumarle 3 se obtiene 45. Por tanto, en todos los casos, el valor

$$S_3 = \sum c_i + 3$$

es un número de dos cifras.

Por otro lado y por simple comprobación se verá que sean cuales sean los números obtenidos en los dados, la suma de los cinco es siempre un número de cuatro cifras.

Se trata de calcular, por tanto

$$\sum [c_i d_i u_i] = 100 \sum c_i + 10 \sum d_i + \sum u_i \quad (1)$$

Obsérvese que, en cada dado, la cifra de las decenas es siempre la misma en todos los números, teniéndose que  $d_1 = 8$ ,  $d_2 = 7$ ,  $d_3 = 6$ ,  $d_4 = 5$  y  $d_5 = 4$  en todos los casos. Por tanto

$$\sum d_i = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 30$$

de donde la ecuación (1) se convierte en

$$\sum [c_i d_i u_i] = 100 \sum c_i + 300 + \sum u_i = 100 \left( \sum c_i + 3 \right) + \sum u_i = 100S_3 + \sum u_i \quad (2)$$

Por otro lado, puede observarse también que  $c_1 + u_1 = 7$  en todos los números del dado 1,  $c_2 + u_2 = 10$  en todos los números del dado 2,  $c_3 + u_3 = 9$  en todos los números del dado 3,  $c_4 + u_4 = 13$  en todos los números del dado 4 y que  $c_5 + u_5 = 8$  en todos los números del dado 5. Entonces:

$$\sum c_i + \sum u_i = \sum (c_i + u_i) = 7 + 10 + 9 + 13 + 8 = 47$$

de donde

$$\sum u_i = 47 - \sum c_i = 50 - (3 + \sum c_i) = 50 - S_3$$

Y ahora, sustituyendo en (2):

$$\sum [c_i d_i u_i] = 100S_3 + 50 - S_3 \quad (3)$$