

Paseando entre polígonos y círculos

por

Inmaculada Fernández Benito, IES Núñez de Arce de Valladolid

Al trazar círculos con centros en los vértices o en los puntos medios de los lados de un polígono regular se obtienen diseños de gran simplicidad y belleza que se adaptan a diferentes modelos arquitectónicos, decorativos o cotidianos. Esto es lo que vamos a descubrir paso a paso entre triángulos, cuadrados, pentágonos... y círculos en este paseo por la geometría: Paseando entre polígonos y círculos.

Una parte importante de las construcciones que analizaremos a continuación son los polilóbulos, o conjunto de arcos -de circunferencia en este caso- que delimitan una región cerrada. La denominación polilóbulo es una adaptación de lóbulo”, vocablo que la RAE define como “cada una de las partes, a manera de ondas, que sobresalen en el borde de una cosa; como en la hoja de una planta o en el intradós de un arco”.



16-lóbulo en medallón decorativo

1. Triángulos y círculos

1.1. Vesica piscis

La vesica piscis es la figura plana comprendida entre dos arcos de circunferencia contruidos a partir de un segmento AB con centros en los puntos A y B y radio la longitud del segmento AB (Figura 1).

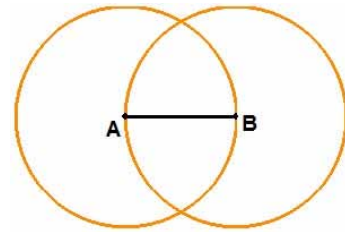


Figura 1

Este trazado aparece en la proposición primera, Libro Primero, de los Elementos de Euclides para la construcción de un triángulo equilátero ABC a partir de un segmento dado AB (Figura 2).

La vesica piscis es uno de las figuras más importantes de la Geometría sagrada. Los círculos entrelazados delimitan una zona central en forma de pez, uno de los monogramas principales de la religión cristiana. También es conocida como “mandorla” o “almendra”.

El arco ojival equilátero es el medio arco superior de una vesica piscis completa y el rectángulo de proporción generado a partir de una vésica es utilizado como modelo de proporción en las iglesias góticas (Figura 2).

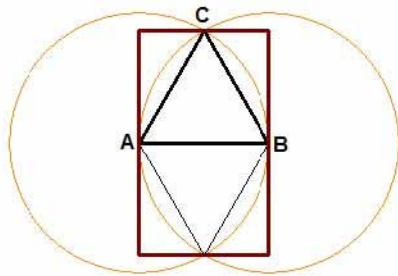


Figura 2

En el periodo románico se utiliza la vesica piscis en pintura y escultura enmarcando el Pantocrátor u otra representación, por ejemplo en la Figura 3(a) observamos un rectángulo de proporción y la vesica piscis, inscrita en él, enmarcando un Pantocrátor, todo ello esculpido en el relieve de un sepulcro de San

Martín de Elines (Cantabria). La Figura 3(b) corresponde al conocido Pantocrátor de la cripta de San Isidoro (León) y en la tercera fotografía del tímpano de la fachada principal de la Iglesia del Sagrado Corazón (Bilbao) se presenta una vesica en cuyo interior se sitúa la figura del Sagrado Corazón dentro, a su vez, de un tetralóbulo (Figura 3(c)).



Figura 3 (a)



Figura 3 (b)



Figura 3 (c)

Área y longitud de la vesica piscis. Consideramos, por un lado, el sector circular de radio a (longitud del segmento AB) y ángulo $2\pi/3 = 120^\circ$ y, por otro lado, el triángulo sombreado en la Figura 4.

El área de la vesica piscis es el doble del área que se obtiene al restar al área del sector circular, el área del triángulo sombreado. Tendremos por tanto: Área vesica piscis = $2(\text{Área sector} - \text{Área triángulo}) = A_S - A_T$.

Teniendo en cuenta que: $A_S = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2\pi}{3}$ y $A_T = \frac{\sqrt{3}a \cdot a/2}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, se obtiene:

$$\text{Área vesica} = \frac{a^2}{6}(4\pi - 3\sqrt{3}).$$

La longitud de la vesica piscis es el doble de la longitud del arco circular de radio a y ángulo $2\pi/3 = 120^\circ$, resultando el valor:

$$\text{Longitud vesica} = \frac{4\pi a}{3}.$$

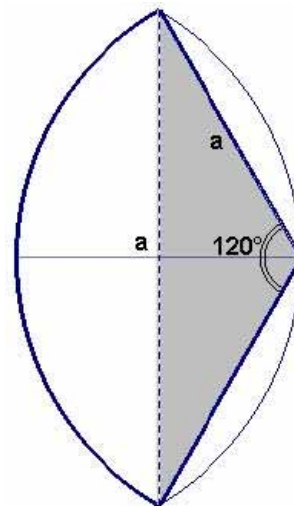


Figura 4

1.2. Triángulo de Reuleaux

Es el triángulo curvilíneo que se forma a partir de un triángulo equilátero de lado a , trazando con centro en cada uno de los vértices un arco de circunferencia de radio a que une los otros dos vértices opuestos del triángulo (Figura 5).

El triángulo de Reuleaux pertenece a la familia de las curvas de anchura constante.

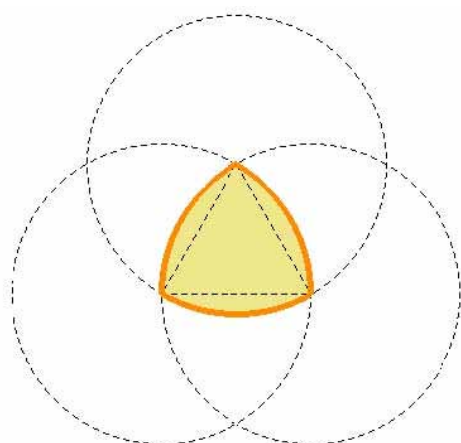


Figura 5



Figura 6

Área y longitud del triángulo de Reuleaux. Para calcular el área del triángulo de Reuleaux basta sumar al área del triángulo equilátero de lado a , la de tres segmentos circulares del mismo radio a y del mismo ángulo $\pi/3 = 60^\circ$.

$$\text{Obteniéndose: Área T. Reuleaux} = \frac{a^2}{12}(6\pi - 5\sqrt{3}).$$

La longitud de este triángulo curvilíneo se calcula al considerar que es suma de las longitudes de tres arcos de circunferencia de radio a que abarcan un ángulo de medida $\pi/3 = 60^\circ$, de donde: Longitud T. Reuleaux = πa .

La vidriera con forma de triángulo de Reuleaux (Figura 6) cubre un ventanal de la catedral de Santiago en Bilbao.

Los triángulos de Reuleaux se presentan, a veces, agrupados como podemos apreciar en las fotografías de la Figura 7, tomadas respectivamente en el interior y la fachada de la Catedral de Bilbao. En la primera, Figura 7(a), son tres triángulos de Reuleaux girados entre sí $2\pi/3$ alrededor de uno de sus vértices y en la Figura 7(b) los triángulos son cuatro, también girados respecto a uno de sus vértices, pero en esta ocasión el ángulo girado es $\pi/2$.



Figura 7 (a)

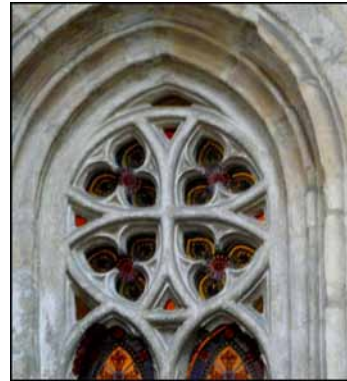


Figura 7 (b)

1.3. Trisquel o Triqueta

En el trazado del triángulo de Reuleaux se puede resaltar un símbolo celta llamado trisquel. Los “trisqueles” se caracterizan por estar formados por tres cuerpos que giran alrededor de un punto (Figura 8(a)).

Los tres círculos entrelazados de la Figura 8(a) se rodean en ocasiones con un cuarto círculo para formar este típico trisquel, triqueta o triquetra al que se atribuyen variados poderes esotéricos (Figura 8(b)). Es frecuente encontrarlo representado sobre piedra formando “runas”.

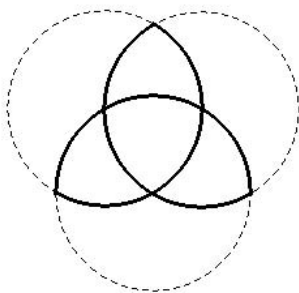


Figura 8 (a)

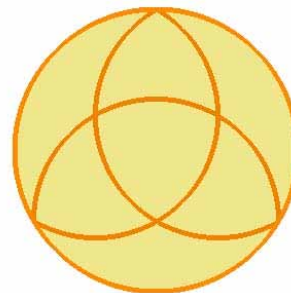


Figura 8 (b)

Esta forma geométrica aparece también en construcciones arquitectónicas como en el caso de la ventana del torreón del castillo de Olite (Navarra) (Figura 9(a)), donde un cuadrado enmarca un triángulo de Reuleaux circunscrito al trisquel. En la Figura 9(b) se muestra un dibujo a modo de croquis en el que se incluyen todos los elementos geométricos que intervienen en el bello ventanal.

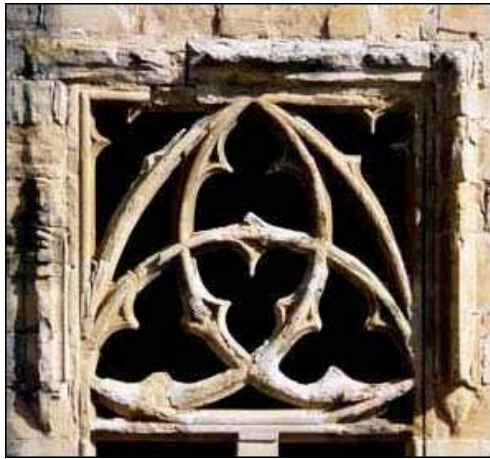


Figura 9 (a)

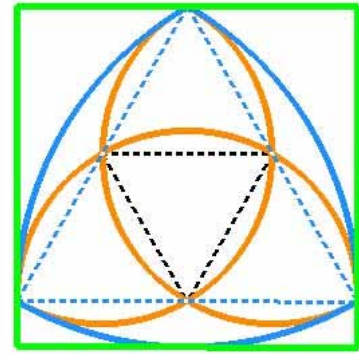


Figura 9 (b)

1.4. Trilóbulo

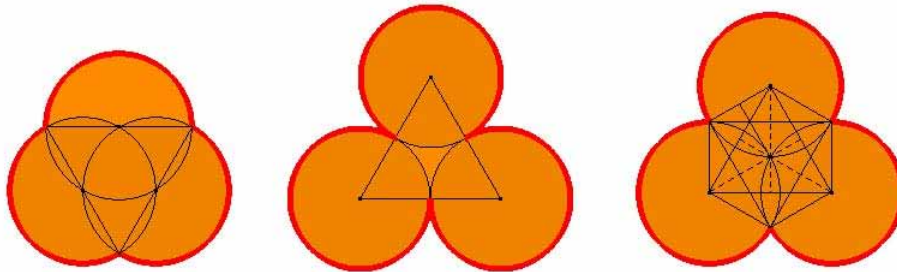


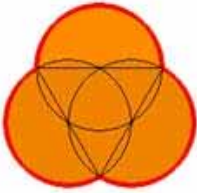
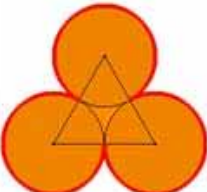
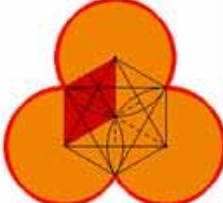
Figura 10

En la tabla que aparece más adelante se detallan las características de cada trazado, así como los correspondientes valores de área y perímetro.



Figura 11

Las fotografías de la Figura 11 muestran diferentes modelos de trilóbulos: los dos primeros pertenecen a la fachada de la iglesia del Sagrado Corazón y el tercero a la catedral de Bilbao.

	TRAZADO	ÁREA (*)	PERÍMETRO (*)
	Tres arcos de circunferencia con centros en los puntos medios de los lados del triángulo equilátero y radio la mitad del lado de éste.	$A_1 = \left(\sqrt{3} + \frac{3\pi}{2} \right) u^2$	$P_1 = 3\pi u$
	Tres arcos de circunferencia con centros en los vértices del triángulo equilátero y radio la mitad del lado de éste.	$A_2 = \left(\sqrt{3} + 3\frac{5\pi}{6} \right) = \left(\sqrt{3} + \frac{5\pi}{2} \right) u^2$	$P_2 = 3\frac{5\pi}{3} = 5\pi u$
	Tres arcos de circunferencia con centros en tres vértices del hexágono regular que resulta al unir los vértices del triángulo equilátero y su girado 180°. El radio de los arcos es el lado del hexágono.	El lado y radio del hexágono mide: $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} u$. La apotema mide $1u$. $A_3 = 2\sqrt{3} + 3\frac{8\pi}{9} = \left(2\sqrt{3} + \frac{8\pi}{9} \right) u^2$	$P_3 = 3\frac{8\sqrt{3}\pi}{9} = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3} u$
(*) Para los cálculos del área y perímetro se ha tomado el triángulo equilátero de partida de lado $L = 2u$ y altura $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}u$.			

2. Cuadrados y círculos

2.1. Círculos con centros en los vértices de un cuadrado

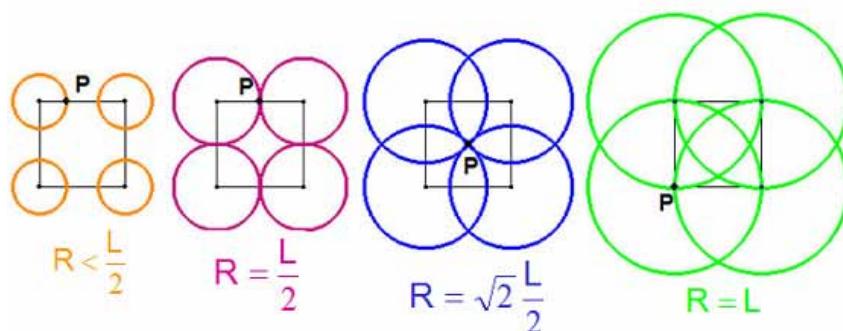


Figura 12

Tomando un cuadrado de lado L y cuatro circunferencias del mismo radio, centradas en los vértices del cuadrado, se obtienen diferentes composiciones dependiendo de las longitudes de los radios. En la Figura 12 se pueden ver las configuraciones resultantes al variar los valores del radio de los círculos en función del lado del cuadrado.

En la celosías de la Figura 13 se han superpuesto trazados que corresponden a los casos $R = L/2$, $R = \sqrt{2}L/2$ y $R = L$, respectivamente.

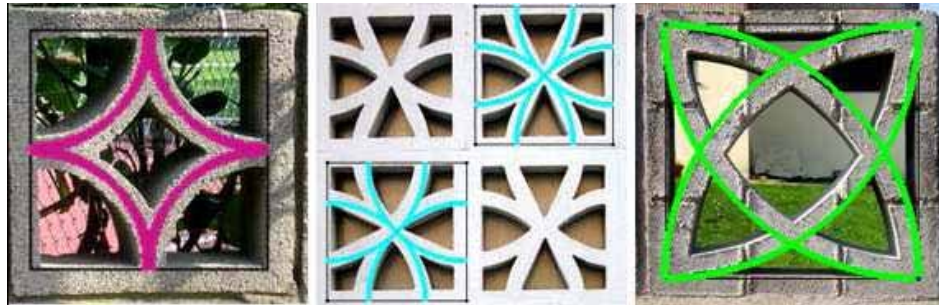


Figura 13

El embaldosado de la Figura 14(a), situado en una zona peatonal junto al museo Guggenheim de Bilbao, puede interpretarse geoméricamente con el modelo de cuadrados y círculos que se describe a continuación.

En una red de cuadrados de lado L se trazan circunferencias de radio $R < L/2$ y centros en los vértices de los cuadrados (punteadas en la Figura 14(b)).



Figura 14 (a)

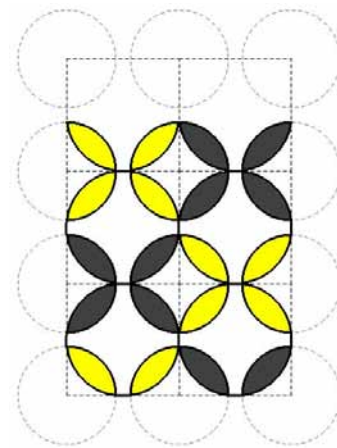


Figura 14 (b)

Las baldosas en pasos de peatones como la de la Figura 15(a) están diseñadas siguiendo también un patrón de cuadrados y círculos, según puede observarse en la Figura 15(b).

Como punto de partida del esquema se toma una red de nueve cuadrados de lado L y diagonal D , en el cuadrado central se ha trazado un círculo inscrito en él (radio $R = L/2$) y cuatro circunferencias con centros en los vértices de radios

$$r' = \frac{D}{2} - r = \frac{\sqrt{2}L}{2} - r = \frac{\sqrt{2}L}{2} - \frac{3L}{8} = \frac{(4\sqrt{2} - 3)L}{8}.$$

El esquema se conforma finalmente con otros ocho círculos centrados en los ocho cuadrados de los bordes de radio $r = 3R/2 = 3L/8$.



Figura 15 (a)

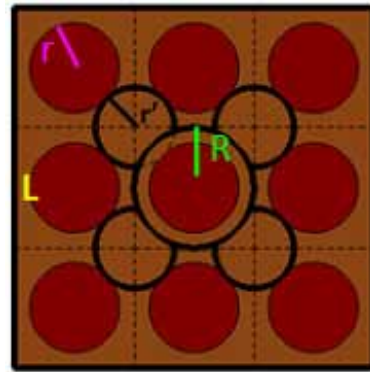


Figura 15 (b)

2.2. Círculos con centros en los puntos medios de los lados de un cuadrado

Tomando un cuadrado y cuatro circunferencias del mismo radio centradas en los puntos medios de los lados del cuadrado, se obtienen diferentes composiciones dependiendo de las longitudes de los radios.

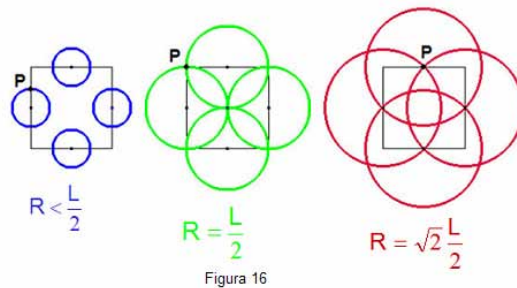


Figura 16

Figura 16

En los dibujos de la Figura 16 están representadas tres variaciones sobre un cuadrado de lado L , en las que los radios de las circunferencias son: $R < L/2$, $R = L/2$ y $R = \sqrt{2}L/2$, respectivamente. Las dos primeras fotografías de la Figura

17, tomadas ambas en Bilbao, ilustran fielmente los dos modelos mostrados en la Figura 16; en el caso de la fotografía de la parte derecha -iglesia de Santiago de Bembrive (Pontevedra)- el radio de las circunferencias r cumple la condición $L/2 < R < \sqrt{2}L/2$ y podría tomarse de valor $R = \sqrt{17}L/4$, para que las circunferencias pasasen por el punto P , situado a una distancia $L/4$ del vértice más próximo del cuadrado base.



Figura 17

Una situación interesante se produce cuando las cuatro circunferencias centradas en los puntos medios de los lados del cuadrado son tangentes, es decir, el radio mide $R = \sqrt{2}L/4$. En la Figura 18 se observa que al unir los centros de las circunferencias se determina un nuevo cuadrado de lado $L' = \sqrt{2}L/2$ y por tanto se puede considerar que las cuatro circunferencias se han trazado siguiendo las pautas del apartado anterior, es decir, con centros en los vértices del nuevo cuadrado y cuyo radio, expresado en función de L' , es $R = L'/2$.

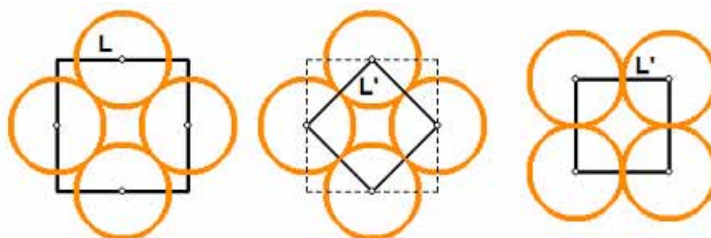


Figura 18

Figura 18

2.3. Tetralóbulos o cuadrilóbulos

De forma análoga al trilóbulo, denominaremos “tetralóbulo” a la región cerrada por cuatro arcos de circunferencia. Los tetralóbulos de la Figura 19 se han determinado al cortarse cuatro circunferencias trazadas a partir de un cuadrado.

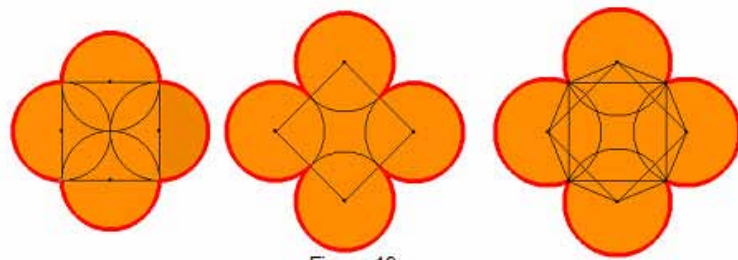


Figura 19

Figura 19

En las fotografías de la Figura 20 se pueden apreciar tres ejemplos de tetralóbulos de apariencia y trazado diferentes, las decoraciones del exterior de la catedral de Santiago en Bilbao, en la primera, y los rosetones de las otras dos en el interior y exterior de la iglesia de San Severino en Balmaseda (Vizcaya).



Figura 20

En la tabla que aparece más adelante se especifican con detalle algunas características geométricas y cálculos de área y perímetro de los tetralóbulos trazados.



Figura 21 (a)

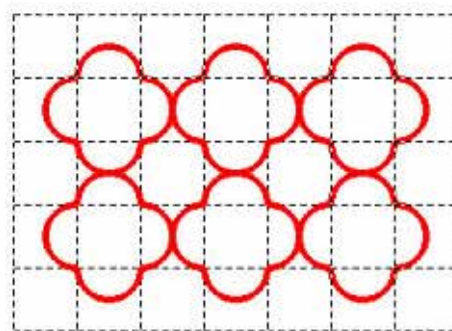


Figura 21 (b)

Es frecuente encontrar diseños cotidianos, como el pavimento de la Figura 21(a), en los que varios tetralóbulos tangentes entre sí recubren el plano. En esta

disposición, los tetralóbulos dejan unos espacios intersticiales formados por ocho arcos de circunferencia.

	TRAZADO	AREA	PERIMETRO (*)
	Cuatro arcos de circunferencia con centros en los puntos medios de los lados del cuadrado y radio la mitad del lado de éste.	$A_1 = 4 + 4 \cdot \frac{\pi}{2} = (4 + 2\pi) u^2$ (*)	$P_1 = 4 \cdot \pi u$ (*)
	Cuatro arcos de circunferencia con centros en los vértices del cuadrado y radio la mitad del lado de éste.	$A_2 = 4 + 4 \cdot \frac{3\pi}{4} = (4 + 3\pi) u^2$ (*)	$P_2 = 4 \cdot \frac{3\pi}{2} = 6\pi u$ (*)
	Cuatro arcos de circunferencia con centros en cuatro vértices alternos del octógono regular que resulta al unir los vértices del cuadrado y de su girado 90°. El radio de los arcos se toma de longitud igual al lado del octógono.	$x = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$ $\tan 22.5^\circ = \frac{x}{a}$ $A_3 = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}}}{2} + 4 \cdot \frac{\pi \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2}}{360} \cdot 225^\circ$ $= \left(\sqrt{2} + \frac{5(2-\sqrt{2})}{4} \right) \pi u^2$ (**)	$P_3 = 4 \cdot \frac{\pi \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}}{180} \cdot 225^\circ = \left(\frac{5\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right) \pi u$ (**)
(*) Para el cálculo del área y perímetro se ha tomado el cuadrado de partida de lado $L = 2u$. (**) Para el cálculo del área y perímetro se ha tomado el cuadrado de partida de lado $L = 1u$.			

3. Pentágonos y círculos

3.1. Pentalóbulos

Tomando un pentágono regular de lado L como base de la composición se obtienen, desde el punto de vista geométrico, diferentes e interesantes pentalóbulos, por ejemplo los dos dibujados en la Figura 22, con radios de las circunferencias en ambos casos de medida $L/2$ y con la única variación en la elección de los centros de las circunferencias: en el primero son los vértices del pentágono inicial y en el segundo los puntos medios de los lados de éste.

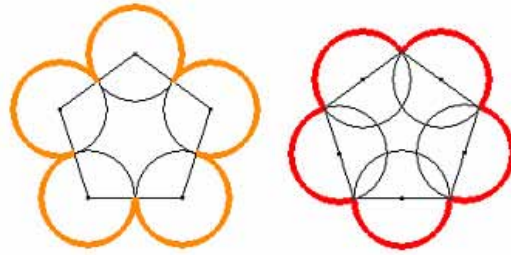


Figura 22

Del trazado descrito se deduce que el perímetro o longitud total del primer pentalóbulo es: $P_1 = 5\pi L/2$.

El área interior de este pentalóbulo se obtiene sumando al área del pentágono interior las áreas de los cinco semicírculos. Utilizando la fórmula del área de un pentágono regular en función de su lado $A(P_5) = \frac{5}{4} \cotg\left(\frac{\pi}{5}\right) L^2$, resulta que el área total encerrada es:

$$A_1 = \frac{5}{4} \cotg\left(\frac{\pi}{10}\right) L^2 + 5 \frac{\pi \left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{5}{4} \left(\frac{\Phi}{\sqrt{3}-\Phi}\right) L^2 + \frac{5\pi}{8} L^2 = \frac{5}{4} \left(\frac{\Phi}{\sqrt{3}-\Phi} + \frac{\pi}{2}\right) L^2.$$

Para el segundo pentalóbulo, su perímetro es cinco veces la longitud de un arco de sector circular de radio $r = L/2$ y ángulo $\alpha = 2\pi - 3\pi/5 = 7\pi/5$, obteniéndose el valor final: $P_2 = 5(L/2)(7\pi/5) = 7\pi L/2$.

El área del pentalóbulo ahora considerado es la suma de las áreas de los cinco sectores considerados y de la del pentágono regular interior. Teniendo en cuenta que la fórmula del área que abarca un sector circular de radio r y ángulo α radianes es $\frac{r^2\alpha}{2}$ y sustituyendo los valores de r y α , se tiene $\left(\frac{L}{2}\right)^2 \frac{7\pi}{5} / 2 = \frac{7}{40} \pi L^2$.

De donde el área total es:

$$A_5 = 5 \frac{7}{40} \pi L^2 + \frac{1}{4} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} L^2 = \left(\frac{7}{8} \pi + \frac{1}{4} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\right) L^2.$$



Figura 23 (a)



Figura 23 (b)



Figura 23(c)

En la Figura 23 se muestran tres fotografías con presencia de pentalóbulos, en la de la Figura 23(a), de una alcantarilla de Londres, se observa el pentágono curvilíneo interior formado al tocarse tangencialmente las cinco circunferencias trazadas siguiendo el primer modelo explicado anteriormente. El pentalóbulo de la Figura 23(b) corresponde a un rosetón calado del claustro del monasterio de Iranzu (Navarra) y el último, Figura 23(c), sirve de motivo decorativo a la fachada de la iglesia de San Severino en Balmaseda (Vizcaya).

Otras formas pentalóbuladas, muy interesantes por su belleza y simplicidad de trazado, son las de la Figura 24 y la Figura 25.

En la Figura 24, los cinco círculos tienen su centro en los vértices de un pentágono regular y su radio es el lado de éste. Además del pentalóbulo exterior, se ha generado un bonito entramado de mallas concéntricas con cinco pétalos de distinta anchura.

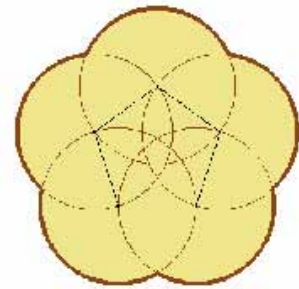


Figura 24

Los pentalóbulos congruentes de la Figura 25 se han obtenido por métodos diferentes: en el primero se toma como base un decágono regular y se trazan cinco arcos de circunferencia cuyos centros se fijan en cinco vértices alternos del polígono y cuyos radios equivalen al lado de dicho decágono.

En el segundo se ha considerado un pentágono regular y otro obtenido al girar éste respecto de su centro. Los cinco arcos que conforman el pentalóbulo tienen sus centros en los vértices del pentágono inicial y por radio la distancia entre un vértice y su girado.

En la Figura 26 se han superpuesto las dos construcciones para comprobar que resulta el mismo pentalóbulo.

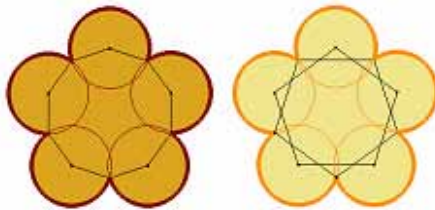


Figura 25

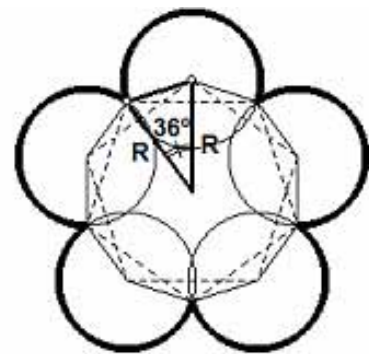


Figura 26

Los pentalóbulos bajo los arcos apuntados del claustro gótico de la catedral de Pamplona se asemejan a los considerados en este apartado (Figura 27).

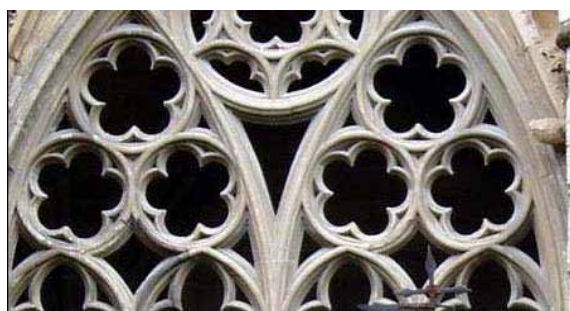


Figura 27

3.2. Pentalfa y Pentalóbulos

En la Figura 28 aparecen combinados pentálfas y pentalóbulos en motivos decorativos correspondientes a rosetones de la torre de San Andrés en Calatayud y de la iglesia de San Francisco en Oporto respectivamente.



Figura 28

Proponemos a continuación varios trazados geométricos de pentalóbulos a partir de pentálfas o polígonos estrellados $5/2$:

1. Se toman arcos de circunferencia centrados en los circuncentros de los triángulos sublimes de las “puntas” del polígono estrellado $5/2$. Obviamente, el radio es la distancia del circuncentro a cualquiera de los vértices del triángulo (Figura 29(a)).

Tomando la longitud del lado menor del triángulo sublime igual a una unidad, la longitud de cada uno de los otros dos lados será el número áureo (Figura 29 (b)). Si aplicamos la fórmula que relaciona el área de un triángulo, de lados a , b y c con el radio de su circunferencia circunscrita ($A = \frac{abc}{4R}$), al triángulo sublime

considerado, se tiene: $A = \frac{\Phi 1 \Phi}{4R} = \frac{\phi^2}{4R}$, por otro lado, el área es $A = \frac{1}{2} \sqrt{\phi^2 - \frac{1}{4}}$, e igualando ambas expresiones se obtiene que el valor del radio del radio en función de ϕ es: $R = \frac{\phi^2}{\sqrt{4\phi^2 - 1}}$.

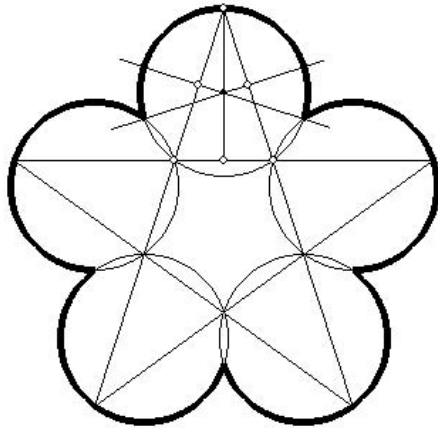


Figura 29 (a)

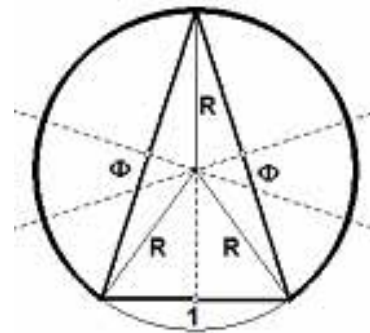


Figura 29 (b)

2. Se trazan circunferencias con centros en los puntos medios de las alturas de los triángulos sublimes considerados en el apartado anterior y radio las distancias de estos puntos a los vértices superiores de la punta (Figura 30(a)). Los extremos de los arcos, puntos de corte de las circunferencias con los lados de los triángulos, se han unido mediante pequeños segmentos para cerrar el diseño.

Tomando los triángulos sublimes de las puntas con lado menor de una unidad, tenemos que la longitud del radio es: $R = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{\phi^2 - \frac{1}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{4\phi^2 - 1}}{4}$. Ver Figura 30(b).

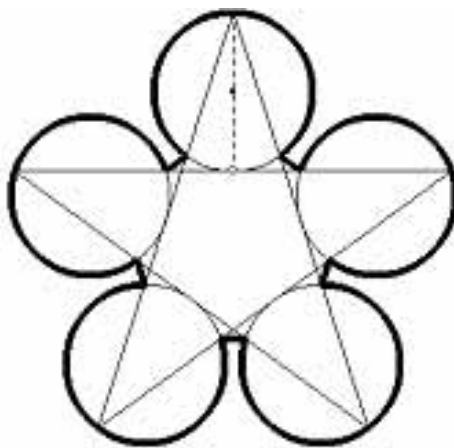


Figura 30 (a)

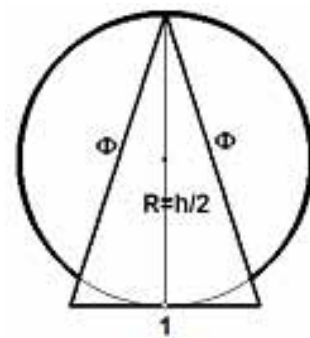


Figura 30 (b)

3. En la Figura 31 se ha trazado un tercer modelo de pentalóbulo a partir de una pentalfa, sin más que centrar los arcos de circunferencia en los vértices superiores de los triángulos sublimes y considerando un radio igual a la longitud del lado mayor de dichos triángulos, es decir, si tomamos los triángulos congruentes con los de los dos modelos anteriores, tenemos que este radio es: $R = \Phi$.

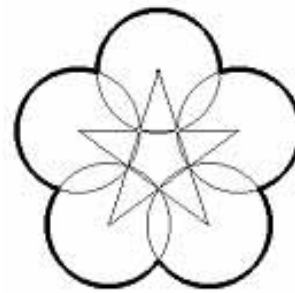


Figura 31

4. Hexágonos y círculos

4.1. Roseta de seis pétalos

Uno de las figuras más simple y básica de la geometría sagrada, Figura 32, consiste en trazar seis circunferencias centradas en los vértices de un hexágono regular y con radio el lado de éste.

El entramado de arcos determina una flor de seis pétalos, llamada *roseta de seis pétalos*, en el detalle del mueble rústico de la Figura 33(a); en el relieve de la iglesia visigótica de Santa María de las Viñas en Quintanilla de las Viñas (Burgos), Figura 33(b), la roseta aparece inscrita en un círculo del mismo radio que las circunferencias que la originan.



Figura 32



Figura 33 (a)



Figura 33 (b)

Un precioso ejemplo de la roseta en pintura aparece en el cuadro “Adán y Eva” del pintor ruso Baranov Rossiné, Figura 34. Obsérvese que en este caso el pintor ha dibujado varias circunferencias concéntricas dando relieve a la roseta y a toda

la pintura.



Figura 34

4.2. Flor de la vida

El *mandala* de la Figura 35(a) está generado por diecinueve círculos del mismo radio entrelazados; seis de ellos son los trazados en la roseta de seis pétalos. El detalle del arcón de madera fotografiado en la Figura 35(b) presenta un diseño derivado de esta forma geométrica, dibujada en la Figura 35(c).

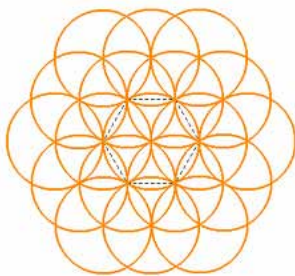


Figura 35 (a)



Figura 35 (b)

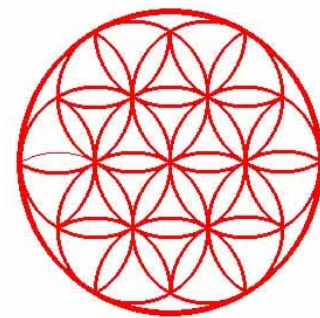


Figura 35(c)

4.3. Hexalóbulos

Doce de los diecinueve círculos de la flor de la vida dispuestos como en la Figura 36, han sido la base de los diseños hexalobulados situados en la parte superior del ventanal de la iglesia de San Severino en Balmaseda (Vizcaya), Figura 37.

Las seis circunferencias interiores delimitan, al intersecarse, una superficie cuya forma se adapta con bastante precisión a la de los hexalóbulos laterales.

En el croquis de la derecha, a los doce círculos se ha añadido uno más para mejor representar el modelo geométrico de los hexalóbulos superior e inferior del ventanal.

Si tomamos el lado del hexágono inicial de medida L , los radios de los doce círculos serán $\sqrt{3}L/2$ y el del último círculo será el doble, es decir, $\sqrt{3}L$; además el centro de este nuevo círculo coincide con el del hexágono regular de partida.

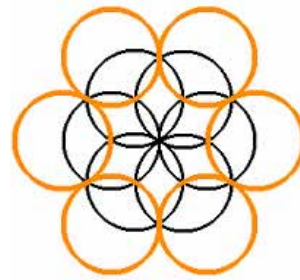


Figura 36

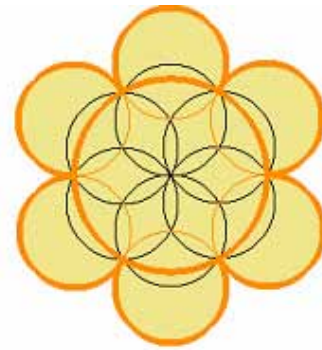
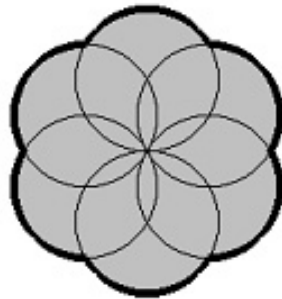


Figura 37

Otros trazados de hexalóbulos se obtienen por el mismo método utilizado anteriormente, es decir, a partir de polígonos regulares y círculos de menor o mayor radio centrados en los vértices o puntos medios de los lados de los polígonos. Para los dibujos de la Figura 38(a) se ha tomado como medida del radio la mitad del lado del hexágono.

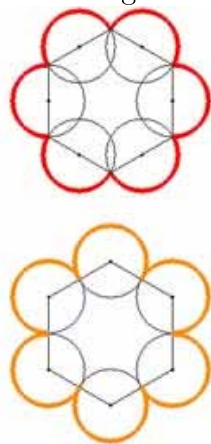


Figura 38 (a)

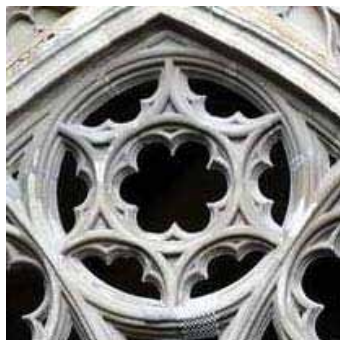


Figura 38 (b)



Figura 38(c)

Los hexalobulos de los rosetones del claustro de la catedral de Pamplona (Figura 38(b)) y de la iglesia de San Francisco de Bilbao (Figura 38(c)) bien pudieran ser

un ejemplo de las dos versiones anteriores.

4. Heptágonos y círculos

La imposibilidad de dibujar el heptágono regular con regla y compás no impide que este polígono sirva también de base para trazar heptalóbulos como el que aparece en el óculo del claustro en el Monasterio de Irujo (Navarra), Figura 39.

Curiosamente, la combinación de heptágonos regulares y círculos juega un papel destacado en numismática



Figura 36

La moneda de 50 peniques de la Figura 40 tiene un contorno de siete lados que es una curva de anchura constante.

Su trazado se obtiene dibujando siete circunferencias centradas en los vértices de un heptágono regular y pasando por los vértices del lado opuesto, según se muestra en el esquema de la Figura 41.



Figura 40

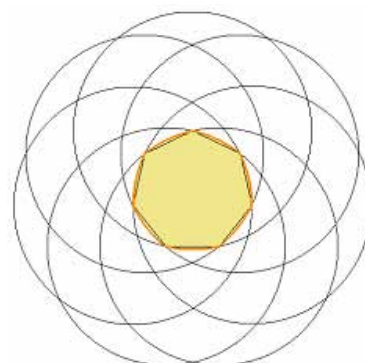


Figura 41

Como ejemplo destacado de este apartado mencionamos la flor española que en terminología numismática define el borde de las monedas dividido en siete partes mediante pequeñas muescas uniformemente distribuidas.

Con este modelo se ha acuñado en el pasado la moneda de cincuenta pesetas, Figura 42(a), y actualmente todas las monedas de veinte céntimos de la zona Euro, Figura 42(b).



Figura 42 (a)



Figura 42 (b)

Una propuesta de diseño de *flor española* utilizando un heptágono regular es el de la Figura 43: con centros en los puntos medios (P) de las apotemas de un heptágono regular, se trazan siete circunferencias de radio $R = d(P, A) = d(P, B)$, es decir el radio del heptágono. El heptalóbulo resultante tiene gran semejanza con el contorno de las monedas mencionadas.

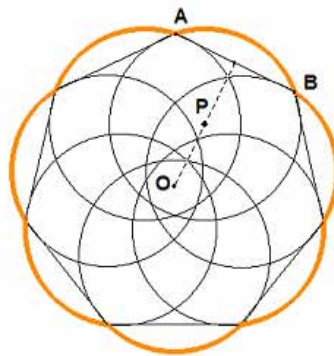


Figura 43

Evidentemente, podemos seguir paseando entre configuraciones de círculos y otros polígonos regulares de mayor número de lados: octógonos, eneágonos, decágonos, etc. Pero, como todo paseo, éste pide pausa antes de reemprender el descubrimiento de preciosas formas en nuestro entorno.



Polilóbulos en San Severino Balmaseda (Vizcaya)

Bibliografía

- [1] I. Fernández, E. Reyes, *Geometría con el hexágono y el octógono*, Proyecto Sur, 2003 (y 2009).
- [2] I. Fernández, E. Reyes, *Construcciones y disecciones del octógono*, Revista SUMA, n. 38, 69-72, 2001.
- [3] I. Fernández, E. Reyes, *Polígonos y formas estrelladas*, Revista SUMA, n. 49, 7-14, 2005.
- [4] J. Chamoso, I. Fernández, E. Reyes, *Burbujas de Arte y Matemática*, Nivola, 2009.
- [5] I. Fernández, *Polilóbulos y competencias básicas*, Revista SUMA, n. 63, 21-28, 2010.

Inmaculada Fernández Benito
IES Nuñez de Arce
Plaza de Poniente s/n. 47003 Valladolid
e-mail: ferbeni@nunezdearce.es

