
HISTORIA

Sección a cargo de

José Ferreirós Domínguez¹

Un texto historiográfico clásico: El artículo MATEMÁTICAS de Andrei N. Kolmogórov publicado en la Enciclopedia Soviética de 1936

por

Mario H. Otero

Algunos grandes matemáticos rusos han tenido un serio amor por la historia de las matemáticas, por la filosofía de las matemáticas y ... por la historia *historia*. Kolmogórov y Arnol'd² lo han mostrado reiteradamente, y se puede sin dudas afirmar que el conocimiento de la historia de las matemáticas es un eficaz instrumento para el cultivo de las matemáticas mismas. Beno Eckmann ha dicho:

“The better I got to know Kolmogorov the more I realized that his cultural universality went far beyond mathematics, into logic and foundations, into arts, poetry, history and education. His human and humanistic universality enabled him to be an extraordinary teacher”³.

En el libro de Cristoph Scriba y Joseph W. Dauben (2002) sobre historiografía de las matemáticas se dice:

“One final work of note from the pre-World War II period was written by Andrei Kolmogorov (1903-1987, B), one of the leading Russia’s mathematicians. His article on mathematics for the

¹Los interesados en colaborar con esta sección pueden dirigir sus contribuciones a la siguiente dirección: José Ferreirós Domínguez; Departamento de Filosofía y Lógica, Universidad de Sevilla; C/ Camilo José Cela, s/n; 41018 – Sevilla; Correo electrónico: josef@us.es

²Ver por ejemplo Arnol'd 2000, que es un texto serio y a la vez delicioso.

³*Kolmogorov and contemporary mathematics*, EMS, 2003. Debe agregarse como ilustración que Kolmogórov publicó once artículos sobre teoría de la poesía y estadística de textos.

first edition of the *Bol'shaya Sovetskaya Entsiklopedja* (*Great Soviet Encyclopedia*) (1936) contained a well known periodization of the history of mathematics with very concise descriptions of each period. Kolmogorov divided the history of mathematics into four periods: the birth of mathematics, (6th to 5th century B. C.); the period of elementary mathematics (up to the 16th century); the establishment of mathematics of variables (to the middle of 19th century); and the period of modern mathematics. This periodization has been widely discussed by historians of mathematics (see for example Youshkevich 1994) and became universally adopted in Soviet historiography. During all of his creative life Kolmogorov was actively interested in history of mathematics. As a result, he wrote several remarkable works (for example on Newton's researches (Kolmogorov 1946)). In 1978/87 together with Youshkevich he edited three volumes on the history of mathematics of the 19th century (Kolmogorov/Youshkevich 1978/1987). He also devoted considerable energy to improving mathematical education in secondary schools, and was especially active in the reform of mathematical education (Petrova 1996)" (op. cit., p. 186-187).

Este largo párrafo resulta más que suficiente para subrayar la importancia del texto que presentamos.



1

Probablemente no sería una *boutade* afirmar que, si se borrarán todos los registros históricos de las matemáticas en el siglo veinte, menos la enorme y profunda obra de Kolmogórov, con sólo ella se podría tener una idea bien aproximada de lo que fue el desarrollo de esas disciplinas en dicho siglo⁴. Rolando Rebolledo resumió así un aspecto de su visión de Kolmogórov:

“Los matemáticos de este siglo se acostumbraron a encontrar su nombre en relación con muchas teorías distintas, marcando siempre contribuciones fundamentales. La teoría de series trigonométricas, la teoría de la medida, la teoría de conjuntos, la teoría de la integral, la lógica constructiva, la topología, la teoría de la aproximación, la teoría de probabilidades, la teoría de procesos estocásticos, teoría de la información, estadística matemática, sistemas dinámicos, autómatas finitos, teoría de algoritmos, lingüística matemática, teoría de la turbulencia, mecánica celeste, ecuaciones diferenciales, el 13^o problema de Hilbert, balística, y las aplicaciones de las matemáticas a problemas de la biología, la geología, la cristalización de metales, la creación poética a partir de los estudios de lingüística matemática, y muchas otras”.

De esas especialidades y, además, de interfaces entre las mismas, son los trabajos de Kolmogórov. Desde “Une série de Fourier-Lebesgue divergente presque partout”, publicada en 1923 en *Fundamenta Mathematicae*, hasta el libro *Probability theory and mathematical statistics* (Nauka, Moscú, 1986), es una cascada de textos éditos de valor fundamental. Entre medias, destaca en la memoria de todos el clásico *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (Springer, Berlín, 1933), que fundó la teoría de probabilidades en la moderna teoría de la medida⁵.

⁴Existen numerosos estudios sobre su obra que sería aquí muy largo de enumerar. La bibliografía sólo contiene algunos, pocos, títulos a los que, por razones especiales, incluimos.

⁵Traducción inglesa como *Foundations of the theory of probability*, New York, 1950. Acerca de esta cuestión, consúltese un texto excepcional como es el de Jan von Plato, *Creating modern probability; its mathematics, physics, and philosophy in historical perspective* (Cambridge University, Cambridge, 1994), particularmente esclarecedor para el período que va desde 1919 a 1933.

Vladimir Arnol'd trabajó con Kolmogórov en 1957⁶. Compartieron, en gran medida, una misma filosofía básica de las matemáticas; así, dice de modo bien redondo:

“Mathematics is a part of physics. Physics is an experimental science, a part of natural science. Mathematics is the part of physics where experiments are cheap. The Jacobi identity (which forces the heights of a triangle to cross at one point) is an experimental fact in the same way as that the Earth is round (that is, homeomorphic to a ball). But it can be discovered with less expense.

In the middle of the twentieth century it was attempted to divide physics and mathematics. The consequence turned out to be catastrophic. Whole generations of mathematicians grew up without knowing half of their science and, of ours in total ignorance of any other sciences. They first began teaching their ugly scholastic pseudo-mathematics to their students, then to school children (forgetting Hardy's warning that ugly mathematics has no permanent place under the sun)”. (Arnol'd 1997)

A tal punto que cita a Hilbert cuando en 1930 dijo que la geometría “no es nada más que una rama de la física”, y las verdades geométricas no son esencialmente diferentes de las físicas en ningún aspecto. El primer párrafo del texto citado no se contradice más que aparentemente con otras afirmaciones del mismo autor tales como: “In mathematics we always encounter mysterious analogies...” (Arnol'd, 2000).

En cuanto a Kolmogórov ¿hubiera dicho cosas muy distintas? No. En efecto le dijo a Arnol'd:

My papers in topology have never been understood in a proper way. You see, I started out from physical concepts –from hydrodynamics and electromagnetic theory, and not at all from combinatorics.

Es más, Arnol'd agrega en aquel trabajo de 1997:

Kolmogorov in return expressed to Hilbert his own worries that our culture would probably not survive for so long a period: the united bureaucrats of all countries would soon be able to stop all kind of

⁶El año 1956 Kolmogórov llegó a la conclusión de que cada función continua, de cualquier número de variables, puede ser representada como la composición de funciones continuas de tres variables. Redujo así el problema 13^o de Hilbert a un problema de representación de funciones sobre árboles en tres dimensiones, que fue resuelto en 1957 por Arnol'd bajo la dirección de Kolmogórov. La respuesta a la conjetura de Hilbert era negativa: toda función continua de tres variables puede ser representada como composición de funciones continuas de dos variables (Rebolledo 1993).

creativity making further mathematical discoveries impossible, as are geographical discoveries today⁷.

2

¿Cuál era el estado de la historiografía de la ciencia en 1936, cuando se publica el artículo de Kolmogórov? Daré sólo un par de apuntes.

Thomas S. Kuhn (1979, 121) sostuvo que hasta 1950 solo media docena de personas estaban empleadas en EE.UU. y Canadá como historiadores de la ciencia, y la veintena de personas que publicaban sobre el tema venían de otros campos, normalmente las ciencias mismas o la bibliofilia. La situación habría cambiado radicalmente en los treinta años siguientes, hasta llegar a unos 200 o 300 especialistas, un gran incremento en creación de revistas, muchas de ellas especializadas por disciplinas, y la desaparición de los amateurs.

No debe olvidarse que de 1954 a 1979 es el ascenso de la Guerra Fría. Y, por otra parte, que Europa y otros sitios no eran desiertos en historia de la ciencia como el ombliguismo de Kuhn parece creer. En las regiones “salvajes” del Río de la Plata, Aldo Mieli –sin contar a Rodolfo Mondolfo en un campo bien lindante– y otros hacían lo suyo. Y, obviamente, en Europa y en otros continentes ya se producía, por lo menos desde fines del diecinueve, historiografía seria de las matemáticas. Decir Paul Tannery (1843-1904) es apenas nombrar uno de sus autores. De justicia sería también recordar la rica tradición alemana en historia de las matemáticas, lamentablemente desmembrada durante los años 1930.

Respecto a la situación en Rusia, dícese que es bien conocido el texto de Boris Hessen (1931) sobre las condiciones socioeconómicas de la mecánica de Newton⁸. Se sabe, sí, el gran efecto que produjo la delegación soviética en el Congreso de Historia de la Ciencia celebrado en Londres en 1931⁹. En dicho evento se cumplió que no sólo la filosofía es lucha de clases en la teoría (como decía Althusser), sino que también la historia de la ciencia lo es. Esa presentación de Hessen y otras ponencias de la misma delegación también impulsaron los estudios históricos en Gran Bretaña, mayormente a favor –la obra de Needham es un ejemplo grande entre otros–, pero también en contra, allí como en otros sitios. Además, esos hechos constituyeron un impulso significa-

⁷El libro publicado por A. N. Shiryaev en 2000 es especialmente interesante y posee una amplísima bibliografía de Kolmogórov. En particular el artículo de Arnol'd contenido en este libro es fascinante.

⁸Pero se le atribuye a Hessen un carácter externalista extremo. Pablo Huerga (2005) ha demostrado que está lejos de serlo, pero además su libro de 1999 presenta un conjunto de textos antecedentes iluminadores.

⁹Muchos textos lo describen, entre ellos Otero (1979).

tivo para el desarrollo de la historia de la ciencia como profesión, aunque Kuhn no quisiera acordarse de esa circunstancia anterior a las fechas de su relato¹⁰.

Así pues, 1931 es un hito a tener en cuenta, a no olvidar descuidadamente o aún cuidadosamente. Probablemente lo de 1931 –o su preparación, el trabajo de investigación anterior de esta fecha– no haya sido ajeno al hecho de que un excelso matemático, con estudios de historia reconocidos, dedicara su tiempo a hacer un aporte muy significativo en historia de las matemáticas. Porque si bien el título del trabajo es *Matemáticas*, de hecho el contenido es una periodización y sobre todo un aporte de fondo a la historia de esa disciplina.

3

La estructura básica del documento es como sigue:

- I. Definición del objeto de las matemáticas, conexión con las otras ciencias y la técnica,
- II. Historia de las matemáticas hasta el siglo XIX, y
- III. Las matemáticas contemporáneas,

con diversas subpartes tanto en II como en III, y una Conclusión. La consideración histórica cubre la mayor parte del texto, y la parte sistemática (sin perjuicio de fragmentos sistemáticos en la parte histórica) cubre los apartados I, III. 1, y la Conclusión. Esos trozos sistemáticos explican ciertas vueltas atrás en el texto.

En lo que sigue, igual que arriba, preferimos apuntar las líneas filosóficas de la construcción historiográfica de Kolmogórov, más que su parte histórica, por dos razones: porque las líneas interpretativas digamos filosóficas del trabajo presuponen esa construcción historiográfica, y porque de otro modo habríamos tendido a reduplicar el texto, siendo lo mejor remitir a la lectura del mismo. Si se pudiera afirmar que el artículo que presentamos es esquemático –que estrictamente no lo es– habría que tener en cuenta que el trabajo de Kolmogórov “Newton and contemporary mathematical thought”, tanto en sus consideraciones históricas como en sus aspectos matemáticos, es de gran precisión.

Normal en la Unión Soviética de los años treinta es que el trabajo comience con una referencia a Friedrich Engels (1820-1895), inteligentemente interpretada de manera que resulte adecuada para el tema en cuestión. Frente a la afirmación de Engels de que, para investigar en forma pura, en matemáticas es necesario separar esas formas de su contenido, Kolmogórov señala la riqueza de contenido que las ciencias y las técnicas exigen estudiar –en forma creciente– y al cual las matemáticas están indisolublemente unidas.

¹⁰Steve Fuller (2000) señaló extensamente las condiciones políticas en que se dio toda la obra de Kuhn.

Engels indudablemente seguía la concepción de matemáticas puras que se desarrolla desde por lo menos 1810 con Humboldt –y todas las matemáticas alemanas¹¹–, la cual sostiene un tipo de neohumanismo en el que matemáticas y filología están unidas, y que ha sido expuesto y criticado magníficamente por Lewis Pyenson (1983). Kolmogórov por su parte es partidario en 1936, *avant la lettre*, de dicha crítica, lo que no es menor.

Más allá de las críticas válidas que se puedan realizar a la noción de dialéctica, debe admitirse que la distinción neohumanista de forma pura, o de matemáticas puras, ya no se sostiene en 1936, por más que les pesase a los matemáticos “puros” de su época. Kolmogórov así lo constata lúcidamente. Que el campo de aplicación de las matemáticas no está limitado, que de todos modos los modelos no agotan la realidad ni la concreción de los fenómenos reales¹², que la lógica intenta aislar éstos de su forma, son elementos a considerar para mostrar que sólo un análisis dialéctico de los fenómenos puede tenerlos en cuenta íntegramente. Los ejemplos de Kolmogórov así lo muestran.

Cuando nuestro autor trata el problema de la función de las matemáticas en la relación entre las ciencias y la realidad, se refiere específicamente a la aplicación de las matemáticas a esas ciencias. Se presenta el tema del vaivén entre el caso empírico estudiado y su esquematización matemática, vaivén que permite evitar los inconvenientes de los extremos metodológicos, la recurrencia a lo empírico directo y el opuesto recurso de modelos demasiado abstractos. Así, en la mecánica celeste, concebir los cuerpos como simples puntos de masa cede el paso con, por ejemplo, el caso de la luna. Los ejemplos de Kolmogórov están muy bien elegidos y los multiplica. Para no tomar más que uno solo, podemos señalar el análisis, con profundidad y donaire, de la relación entre la teoría macroscópica de la difusión y la teoría estadística correspondiente.

Aparte la conexión de las matemáticas con el desarrollo de la ciencia natural, más allá de las respuestas a los requerimientos directos de las otras ciencias, aparecen necesidades internas. Se podría decir que ellas derivaron gradualmente hacia aquella concepción purista de las matemáticas que el neohumanismo recogió. Y “se pasó a puntos de vista muy generalizados”. Kolmogórov señala cómo la estructura de los cristales y, más tarde, la física cuántica tomaron como instrumento la teoría de grupos. Igualmente los cálculos vectorial y tensorial aparecieron como instrumentos de la mecánica y de la física.

De allí, de necesidades externas e internas, se dio la expansión del objeto de las matemáticas, llevando a otra forma de concebir expresiones tales como ‘formas espaciales’ y ‘relaciones cuantitativas’, que pasan a ser un objeto de atención significativo. De todo ese proceso surge la necesidad de justificación rigurosa del cambio en las matemáticas. Nuestro autor señala el retra-

¹¹Tal como las conoció nuestro Eduardo García de Zúñiga en 1903 a 1905 en Berlin-Charlottenburg. Véase Scriba & Dauben (2002), texto sobre Eduardo García de Zúñiga.

¹²Idea enfatizada por Lenin en su *Materialismo y empiriocritismo*.

so de una presentación rigurosa, matemática, del cálculo de probabilidades, que fue uno de sus principales aportes. El método axiomático, expuesto por Kolmogórov de modo moderno –que es el de Hilbert en los *Grundlagen der Geometrie*–, respondió a necesidades más amplias de fundamentación, las que a su vez llevaron a desarrollos importantes en lógica matemática aplicada a las matemáticas.

La Conclusión, por su parte, no se refiere a los logros de todo el trabajo sino a la situación contemporánea, en los años 1936 a 1954. Centralmente apunta a la diversificación, a la aparición de nuevas ramas de las matemáticas y empieza enumerando la teoría de los algoritmos, la teoría de la información, la teoría de los juegos, la investigación operacional¹³, ... y prosigue la enumeración que parece prodigiosa y explosiva.

El trabajo destaca fuertemente la producción matemática presoviética y soviética, cada una con sus características, y respecto a la producción en el extranjero, señala cómo la institucionalización de sociedades científicas en los siglos 17 y 18, o la celebración de congresos y de congresos internacionales a fines del 19, contribuyeron al desarrollo de las matemáticas contemporáneas. Quizás la llamativa omisión de una referencia a las publicaciones matemáticas periódicas sea porque su importancia se da por supuesta.



¹³Resulta especialmente interesante el estudio de Sonia Brentjes sobre los desarrollos paralelos de la investigación operativa en la Unión Soviética y EE.UU. Quizá convenga señalar aquí que esta destacadísima investigadora de la Universidad de Leipzig en la RDA ganó, luego de reunificarse Alemania, el concurso para sustituir a Christoph Scriba en la Universidad de Hamburgo al jubilarse éste... y que luego de ello se resolvió que no había fondos presupuestarios para que ocupara el cargo.

REFERENCIAS

- [1] VLADIMIR ARNOL'D, *On teaching mathematics*, Paris, 1997.
- [2] [—], *Polymathematics: is mathematics a single science or a set of arts?*, International Mathematical Union, 2000 /conferencia/.
- [3] [—], EN A. N. KOLMOGOROV. A. N. SHIRYAEV *et al.* *Kolmogorov in perspective*, London Mathematical Society, London, 2000.
- [4] STEVE FULLER, *Thomas Kuhn; a philosophical history for our times*, University of Chicago, Chicago, 2000.
- [5] BORIS HESSEN, Las raíces socioeconómicas de la mecánica de Newton. En N. BUJARIN (ed.), *Science at the crossroads*, London, 1931. Editado y comentado junto a tres textos en P. HUERGA, *La ciencia en la encrucijada* (Pentalfa, Oviedo, 1999).
- [6] PABLO HUERGA, *Raíces filosóficas de Boris Mihailovich Hessen; crítica al mito del externalismo del histórico informe presentado al congreso de Londres de 1931*. <http://galileo.fcien.edu.uy>, sección *Textos G*, julio de 2005.
- [7] ANDREI KOLMOGÓROV, Newton and contemporary mathematical thought. En A. N. SHIRYAEV *et al.* *Kolmogorov in perspective*, London Mathematical Society, London, 2000.
- [8] ANDREI N. KOLMOGÓROV & A. P. YUSHKEVICH, *Mathematics of the 19th century*, Birkhäuser, Basel, 1996.
- [9] THOMAS S. KUHN, History of science. En PETER D. ASQUITH & HENRY E. KYBURG, *Current research in philosophy of science*, Philosophy of Science Association, East Lansing MI, 1979.
- [10] MARIO H. OTERO, Historia de la ciencia e ideología. En M. H. OTERO (ed.), *Ideología y ciencias sociales*, Universidad Nacional Autónoma de México, México DF, 1979.
- [11] LEWIS PYENSON, *Neohumanism and the persistence of pure mathematics in Wilhelmine Germany*, American Philosophical Society, Philadelphia, 1983.
- [12] ROLANDO REBOLLEDO, *Kolmogórov y su época: el pensamiento y la acción*. University of Leeds, Leeds, 1996.
- [13] CHRISTOPH SCRIBA & JOSEPH W. DAUBEN, *Writing the history of mathematics: its historical development*. Birkhäuser, Basel, 2002.
- [14] A. N. SHIRYAEV *et al.*, *Kolmogorov in perspective*.
- [15] ADOLF YUSHKIEVICH, A. N. KOLMOGOROV, *O sushchnosti matematiki I periodizacii ee istorii*. MIT, v.35, 1994.

Mario H. Otero
Universidad de la República
Montevideo, Uruguay
Correo electrónico: mhotero@adinet.com.uy