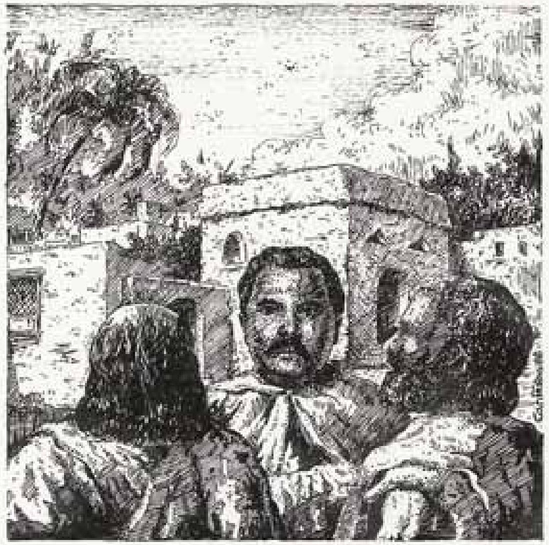

A
B
DINOS
TRATO
O
M
C

DINOSTRATO



DEL MATEMÁTICO GRIEGO DINOSTRATO TAN SÓLO SE SABE QUE SU VIDA TRANSCURRIÓ ALREDEDOR DEL AÑO 350 A. DE J.C., QUE FUE HERMANO DE MENECMO Y QUE SIGUIÓ LAS ENSEÑANZAS DE PLATÓN Y EUDOXO.

LA ÚNICA NOTICIA QUE HA LLEGADO HASTA NOSOTROS SOBRE LA LABOR MATEMÁTICA DE DINOSTRATO SE ENCUENTRA EN EL SIGUIENTE FRAGMENTO DE PAPPUS DE ALEJANDRÍA ("COLECCIÓN MATEMÁTICA". LIBRO IV.XXX):

"DINOSTRATO, NICOMEDES Y OTROS GEÓMETRAS MÁS MODERNOS UTILIZARON PARA CUADRAR EL CÍRCULO UNA CIERTA CURVA CUYO NOMBRE SE DERIVA DE LA PROPIEDAD QUE LA CARACTERIZA, Y POR ESO LA LLAMARON CUADRATRIZ". (EN NUESTRO "VIAJE GRÁFICO POR EL MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS 2", PÁG. 83, HICIMOS UNA DESCRIPCIÓN DE DICHA CURVA).

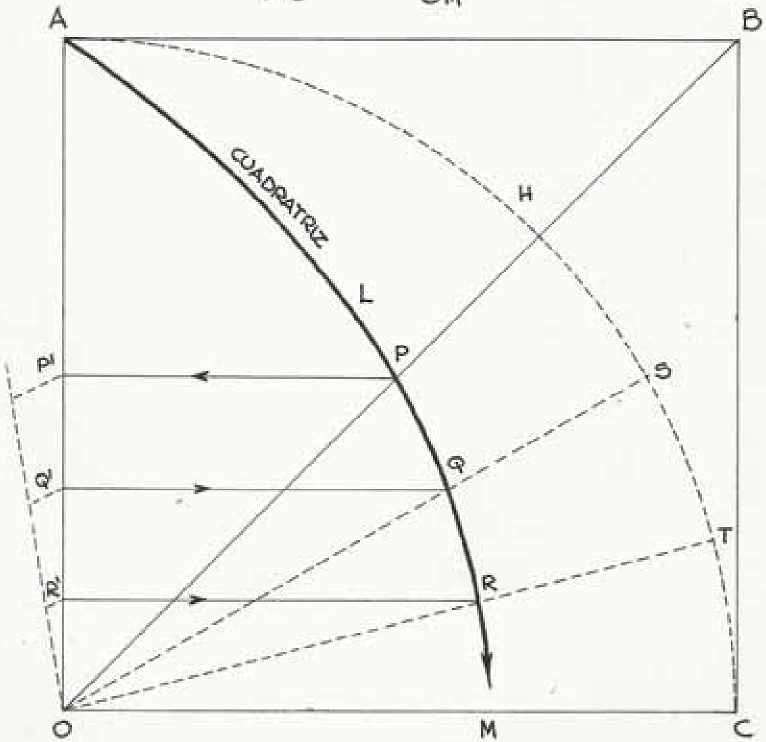
ADMITIENDO QUE LA CUADRATRIZ CORTA A OC EN EL PUNTO M PUEDE PROBARSE QUE:

$$\frac{\widehat{AHC}}{AO} = \frac{AO}{OM}$$

AL PARECER, DINOSTRATO FUE CAPAZ DE DEMOSTRAR ESTA PROPOSICIÓN POR "REDUCCIÓN AL ABSURDO".

VEAMOS COMO LO HIZO.

$$\frac{\widehat{AHC}}{AO} = \frac{AO}{OM}$$

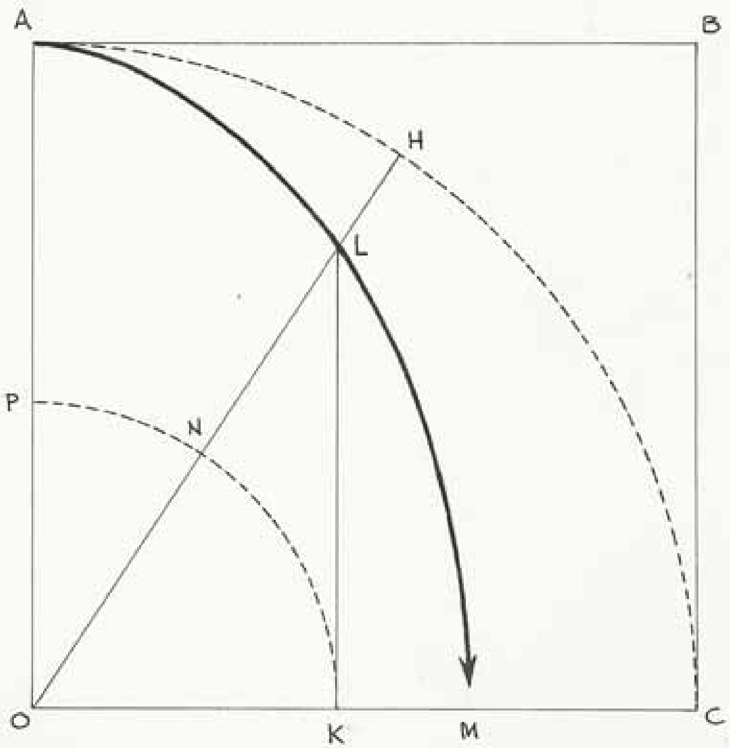


SI LA RAZÓN $\frac{\widehat{AHC}}{AO}$ NO ES IGUAL A $\frac{AO}{OM}$, ENTONCES DEBERÁ SER IGUAL A $\frac{AO}{OK}$ (DONDE OK ES UN SEGMENTO MENOR O MAYOR QUE OM).

① SUPONGAMOS EN PRIMER LUGAR QUE OK ES MENOR QUE OM. EN ESTA SITUACIÓN, CON CENTRO EN O Y RADIO OK, DESCRIBAMOS EL ARCO $\widehat{KNP}$.

ENTONCES, LA PERPENDICULAR A OC TRAZADA POR K CORTARÁ A LA CUADRATRIZ EN EL PUNTO L. ADEMÁS, LA SEMIRRECTA OL DETERMINARÁ SOBRE LOS ARCOS $\widehat{KNP}$ Y $\widehat{AHC}$ LOS PUNTOS DE INTERSECCIÓN N Y H, RESPECTIVAMENTE.

①



POR HIPÓTESIS SE TIENE QUE:

$$\frac{\widehat{AHC}}{AO} = \frac{AO}{OK}$$

AHORA BIEN, TENIENDO EN CUENTA AQUELLA PROPOSICIÓN EN LA QUE SE ASEGURA QUE "LAS CIRCUNFERENCIAS DE LOS CÍRCULOS SON ENTRE SÍ COMO SUS RADIOS RESPECTIVOS", RESULTA QUE:

$$\frac{AO}{OK} = \frac{\widehat{AHC}}{\widehat{KNP}}$$

LUEGO:

$$\frac{\widehat{AHC}}{AO} = \frac{AO}{OK} = \frac{\widehat{AHC}}{\widehat{KNP}}$$

DE DONDE:

$$AO = \widehat{KNP}$$

POR OTRO LADO, TENIENDO PRESENTE LA PROPIEDAD DE LA CUADRATRIZ:

$$\frac{AO}{LK} = \frac{\widehat{AHC}}{\widehat{HC}} = \frac{\widehat{KNP}}{\widehat{KN}}$$

Y LA RELACIÓN $AO = \widehat{KNP}$, RESULTA QUE:

$$\frac{\widehat{KNP}}{LK} = \frac{\widehat{KNP}}{\widehat{KN}}$$

DE DONDE: $LK = \widehat{KN}$.

ESTA ÚLTIMA "IGUALDAD" ES — OBVIAMENTE — UN ABSURDO SI SE ATIENDE A LA SIGUIENTE PROPOSICIÓN:

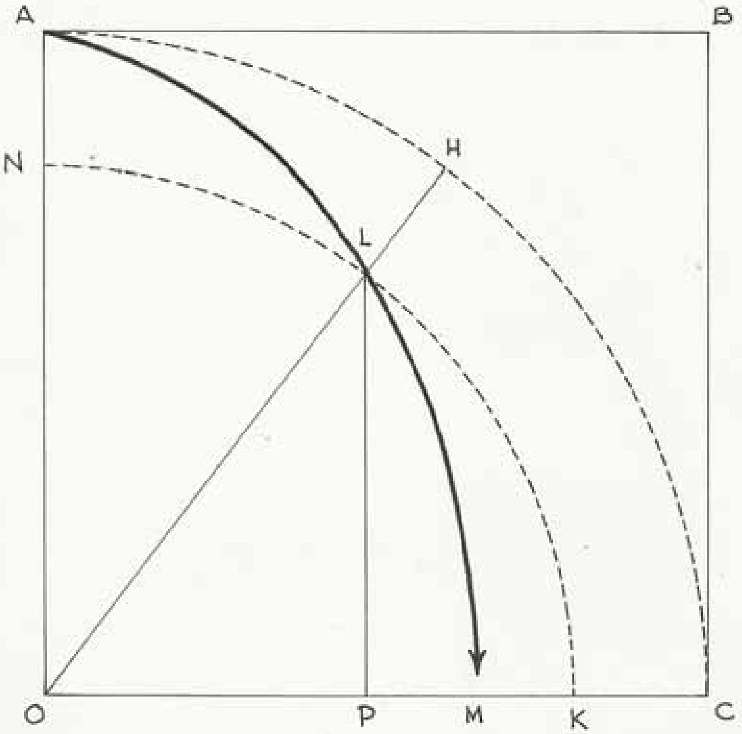
"CUALQUIER ARCO DE UN CÍRCULO, MENOR QUE UN CUADRANTE, ES MENOR QUE LA PORCIÓN DE LA TANGENTE (TRAZADA POR UNO DE SUS EXTREMOS) LIMITADA POR LOS RADIOS QUE PASAN POR SUS EXTREMOS".

ESTA SITUACIÓN ANÓMALA PROVIENE DE LA HIPÓTESIS DE TRABAJO $OK < OM$.

EN CONSECUENCIA, EL SEGMENTO OK NO ES MENOR QUE OM.

② SUPONGAMOS — EN SEGUNDO TÉRMINO — QUE OK ES MAYOR QUE OM. CON CENTRO EN O Y RADIO OK DESCRIBAMOS EL ARCO $\overset{\frown}{KLN}$, QUE CORTA A LA CUADRATRIZ EN EL PUNTO L. ENTONCES, LA SEMIRRECTA OL CORTARÁ AL ARCO $\overset{\frown}{AHC}$ EN H. ACTO SEGUIDO, DIBUJEMOS EL SEGMENTO LP PERPENDICULAR A OC.

②



POR UN RAZONAMIENTO SIMILAR AL SEGUIDO EN EL APARTADO ANTERIOR SE LLEGA A QUE :

$$AO = \overset{\frown}{KLN}$$

DE DONDE, TENIENDO EN CUENTA QUE (PROPIEDAD DE LA CUADRATRIZ) :

$$\frac{AO}{LP} = \frac{\overset{\frown}{AHC}}{\overset{\frown}{HC}} = \frac{\overset{\frown}{KLN}}{\overset{\frown}{KL}}$$

SE DESPRENDE QUE :

$$LP = \overset{\frown}{KL}$$

NO REVISTE DIFICULTAD ALGUNA DESCUBRIR QUE ESTA ÚLTIMA RELACIÓN ES FALSA (PARA PERCATARSE DE ELLO BASTA TENER PRESENTE QUE EL ARCO DE CUALQUIER SEGMENTO CIRCULAR ES MAYOR QUE SU CUERDA CORRESPONDIENTE).

EN CONSECUENCIA, EL SEGMENTO RECTILÍNEO OK NO ES MAYOR QUE OM.

POR TANTO, A PARTIR DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN (1) Y (2), SE PUEDE AFIRMAR QUE OK = OM.

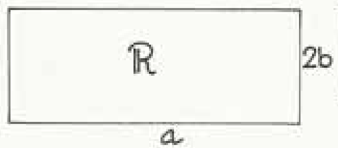
LUEGO :

$$\frac{\overset{\frown}{AHC}}{AO} = \frac{AO}{OM}$$

OBSERVEMOS QUE EN LA PROPORCIÓN ANTERIOR INTERVIENEN DOS SEGMENTOS RECTILÍNEOS (AO Y OM) Y UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA ($\overset{\frown}{AHC}$). ENTONCES, POR UNA SIMPLE CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA, SE PUEDE DETERMINAR UN SEGMENTO RECTILÍNEO $\underline{b}$, CUYA LONGITUD COINCIDA CON LA DE $\overset{\frown}{AHC}$.

DIBUJEMOS A CONTINUACIÓN UN RECTÁNGULO DE LADOS $\underline{a} = OA$ Y $\underline{2b}$.

NO RESULTA ENGORROSO COMPROBAR QUE EL ÁREA DEL RECTÁNGULO ANTERIOR ES LA MISMA QUE LA DEL CÍRCULO DE RADIO OA.



$$\boxed{\text{ÁREA DEL RECTÁNGULO } \mathbb{R} = a \cdot 2b = a \cdot 2(\overset{\frown}{AHC}) = a \cdot 2\left(\frac{2\pi a}{4}\right) = \pi a^2}$$

HASTA AQUÍ, PUES, HEMOS SIDO CAPACES DE CONSTRUIR UN RECTÁNGULO EQUIVALENTE A UN CÍRCULO. ¿CÓMO DIBUJAR UN CUADRADO DE LA MISMA ÁREA QUE EL RECTÁNGULO ANTERIOR?

VEAMOS : DESCRÍBASE UNA SEMICIRCUNFERENCIA DE DIÁMETRO XY = a+2b. POR U — PUNTO QUE DIVIDE AL DIÁMETRO XY EN LOS SEGMENTOS $\underline{a}$ Y $\underline{2b}$ — TRÁCESE UV PERPENDICULARMENTE A XY. ENTONCES, UV ES EL LADO DEL CUADRADO BUSCADO DADO QUE : "EN TODO TRIÁNGULO RECTÁNGULO, LA ALTURA CORRESPONDIENTE A LA HIPOTENUSA DIVIDE A ÉSTA EN DOS SEGMENTOS, ENTRE LOS CUALES ES MEDIA PROPORCIONAL".