
REVISTA

DE LA

SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

A nuestros lectores

La Sociedad Matemática Española ha entrado en el V año de su fundación, y con este número la presente REVISTA en el año V de su existencia; existencia que, á pesar de nuestro atraso científico, especialmente en Matemáticas, no ha dejado de ser fecunda en alto grado para la cultura patria, gracias á la asiduidad de jóvenes entusiastas que, recién salidos de las aulas, han puesto su valimiento al servicio de tan noble causa.

De algún tiempo á esta parte nótanse, sin embargo, dificultades en la vida de ambas entidades, que no vienen precisamente del lado económico. Pues la Sociedad Matemática y su REVISTA son las únicas entre sus similares que, con notoria injusticia, no tienen subvención alguna del Estado, como la tienen la Sociedad de Historia Natural, la de Física y Química, la Geográfica Española, etc.; y, sin embargo, ha empezado su quinto ejercicio, antes de poner al cobro los recibos relativos al mismo, sin deudas de ninguna especie y con algunos cientos de pesetas efectivas en caja, y más de mil en créditos contra algunos socios, que no hay que atribuir á morosidad de éstos, sino á deficiencias del personal administrativo, que naturalmente es escaso y mal retribuido, como corresponde á quien no dispone de más ingresos que los precisos para los fines sociales que tiene que cumplir.

Las dificultades apuntadas no son, pues, de índole económica, son de índole científica y de dos clases distintas: Nuestra REVISTA, comparada con la de las Sociedades matemáticas extranjeras, tiene un nivel científico extraordinariamente bajo, saliendo muy mal librados del cotejo de nuestro trabajo con los que publican aquellas Sociedades; y si se tiene en cuenta que en España apenas hay otro órgano que el nuestro, que de la Matemática Pura se ocupe, habiendo tantos

en otros países, desde los que se consagran á la Matemática de la escuela y bachillerato, hasta el *Journal de Crelle* y el *Mathematische Annalen*, casi venimos á corroborar con nuestros esfuerzos la pobre idea que de nosotros tienen por ahí, de poco serios y nada reflexivos, ya que la seriedad y la reflexión en tan alto grado se requieren para los estudios matemáticos. Por el contrario, para los de casa en general, nuestra REVISTA resulta excesivamente elevada; no siendo pocas las quejas, y con razón, que en este sentido hemos recibido de ilustres compañeros, y principalmente de jóvenes principiantes á quienes hemos estado matando la afición con escritos ininteligibles á sus todavía escasos recursos matemáticos.

He ahí el primer problema. Problema que, sin pretensiones de resolución definitiva, la última Junta de la Sociedad ha estudiado y ha dado, por vía de ensayo, la siguiente solución: Que se rebaje todavía el nivel científico de la REVISTA hasta ponerlo al alcance de la mayoría de los matemáticos españoles, muy especialmente de los jóvenes principiantes, alumnos de nuestras Escuelas especiales, Facultades de Ciencias y Normales; que se procure interesar en los estudios matemáticos á los consagrados á otras ciencias, como naturalistas, físicos, químicos, etc., así como á los dedicados á artes ú oficios que puedan tener necesidad de ciertas ideas ó teorías matemáticas, exponiéndoles éstas, desprovistas de todo el aparato técnico-simbólico, al alcance de su cultura matemática. Y que se siga estimulando la afición de los jóvenes á la Matemática Pura, mediante premios de alguna más entidad y honor, á los solucionistas de determinado número de problemas y también á autores de trabajos, por elementales que sean, que consistan en nueva aplicación de la Matemática á alguna rama de la Historia Natural, de la Física, de la Química, de las artes ó de la industria; en elementalizar alguna teoría poco conocida entre nosotros por su carácter elevado, ó en explicar mediante el cálculo, apoyado en leyes naturales muy generales, con carácter de *apriorismo*, alguno de los principios descubiertos y establecidos hasta hoy por el método experimental, etc.

Declarada en la cubierta la parte elemental del contenido de cada número, no hay ya obstáculo ninguno para establecer el cambio con las revistas de la misma índole elemental. Y aquellos trabajos de verdadera altura científica, que puedan sin desdoro, alternar entre los de las elevadas revistas extranjeras, trabajos que pueden entender y producir algunos españoles, siquiera éstos no sean muchos en número, se publicarán en números ó capítulos con otra paginación, sea con el título de Memorias ó trabajos de la Sociedad Matemática Española, ó

con cualquiera otro, y se enviarán, además de á los socios, al cambio con los trabajos de las Sociedades similares. En estas Memorias podrán tener cabida, no sólo los artículos de ingenieros y catedráticos ilustres, sino las tesis doctorales y los proyectos de ingeniería que, á juicio de las personas competentes de la Sociedad, lo merezcan.

De esta manera, no sólo no ahuyentando con trabajos ininteligibles para la mayoría, sino atrayendo con cuestiones comprensibles y de interés ó novedad, cree esta Redacción que podrá poco á poco irse despertando el gusto hacia este orden de conocimientos y formándose el público matemático que sustente, andando el tiempo, una bien surtida prensa matemática española, como hay en otras partes; cuestiones todas que no sólo no se improvisan, sino que requieren, por el contrario, mucho tiempo, mucha constancia y no poca dosis de paciencia.

El segundo género de dificultades viene del agotamiento, por decirlo así, de temas que contengan descubrimientos ó novedades bajo algún aspecto; dificultad que, si se recorren las colecciones de las revistas de las otras sociedades científicas, y se mira cómo vienen confeccionadas desde su segundo año de funcionamiento, se verá que es común á todas las sociedades; y mucho más debe serlo, por ley natural, para la Sociedad Matemática; porque por la índole de su cometido no dispone ni del recurso de la experimentación, de que disponen la Física y la Química, y con cuyos detalles llenan muchas páginas, ni del recurso de la observación de que disponen las Ciencias Naturales ó Biológicas, y cuyos relatos de hechos ó caracteres tanto se prestan á prolijas descripciones. La Matemática ha de sacar todas sus verdades de adentro, de nuestra propia razón; y no es esto tan sencillo.

Para salvar este inconveniente hay que no limitarse á exponer cuestiones completamente nuevas. Si tal hacemos, jamás produciremos una idea matemática que valga algo. Presentando una misma cuestión ya de un lado ya del otro; relacionándola con esta teoría abstracta ó aquel problema concreto; interpretando resultados analíticos en el campo de la Mecánica, de la Geometría ó de la Física, ó viceversa, pasando al análisis conceptos y relaciones de estas ciencias, y todo esto expuesto y discutido de cien maneras diferentes, es como brotan en la inteligencia las ideas matemáticas; y brotan lo mismo cuando los trabajos versan sobre cuestiones elementales que cuando á más arduos empeños nos consagramos. No; no nos faltarán temas, si hay decisión para plantearlos.

La Redacción invita, pues, á sus dignos compañeros los Catedráticos de Institutos y de las diversas Facultades de Ciencias, á los Inge-

nieros, Militares y Arquitectos, y á los simplemente aficionados, á que cualquier nota, observación, aclaración ó duda, ó bien cualquier aplicación matemática, que en horas de estudio éste les sugiriera á propósito de cualquier cuestión, tengan la bondad de enviárnosla ultimada ó sin ultimar, que arreglada en forma de publicación, si es que algo bueno contiene, ya surgirá de la controversia que suscite, y si no quedará como simple noticia ú observación. Si no hay profusión de Matemática elemental, no habrá nunca Matemática superior.

Estamos muy mal los españoles, en general, y salvo honrosísimas excepciones, de conocimientos matemáticos; mal que tiene sus raíces en la propia Escuela primaria; para cerciorarse de lo cual basta comparar en las oposiciones de maestros ó de maestras, los ejercicios que versan sobre matemáticas con todos los otros ejercicios, en los cuales se notará una gran superioridad respecto de aquéllos; raíces que se extienden luego por todo nuestro organismo social. Y como nadie quiere que le hablen de lo que no entiende, ni tampoco confesar su ignorancia, hemos convenido en que las Matemáticas no sirven para casi nada en el mundo; y los técnicos de todas las profesiones las han reducido á lo estrictamente preciso para entender el formulario ó el vademecum correspondiente.

Estas son las raíces del mal, pero también tiene éste ramas en la parte más elevada de su frondosa copa que contribuyen á su crecimiento. Cuando se oye que en la Geometría de Staudt estábamos el año 90, y en ella seguimos; siendo así que entonces no se daban más que unas ligerísimas nociones de Geometría de Staudt como fundamento á un curso de Descriptiva para que dejara ésta de ser entre nosotros una recopilación de reglas de dibujo, y mucho después ha sido cuando se han publicado las obras españolas de Geometría Proyectiva, Sintética y Analítica, y las tesis doctorales de Geometría superior; cuando se dice que no nos son familiares las nociones de covariantes, substituciones, etc.; cuando á todo trabajo matemático español se le echa el sambenito de descubridor de cosas descubiertas, y se habla de semiobscuridad, como los murciélagos, en que un grupo de matemáticos españoles tiene su cómoda posición, cuando se pretende que la Sociedad Matemática Española ha vivido ya bastante, y á latigazos se nos quiere incorporar al movimiento científico europeo, comprendemos el miedo que muchas personas de valer nos han manifestado al pedirles trabajos para la Revista.

Y entre unas causas y otras, ¡así estamos de medrados! Así tenemos que ser tributarios de las otras naciones, no sólo en Ciencia, sino en Arte é Industria; como ocurre á todo pueblo que no trabaja en la

parte abstracta de la ciencia, que es el depósito sagrado de donde sacan luego sus inventos las Ciencias aplicadas, la ingeniería, las artes y la industria.

Mas téngase en cuenta que esas segundas formas del mal que lamentamos son estridencias de la vehemencia con que se anhela nuestra mejora; y no suelen ser tan constantes como la primera: aparecen de vez en cuando y pasan. Esta Sociedad y esta REVISTA MATEMÁTICA no tienen por qué morir, cuando, como elementos educadores, tanto bien pueden producir. Lo que habrá que hacer es mejorarlas y acondicionarlas para el cumplimiento de su misión social, que no debe ser otra que el que no puedan hacerse con algún fundamento esas críticas.

Y somos nosotros (los que hemos consagrado nuestra vida á las cuestiones matemáticas), los que tenemos que trabajar por su difusión y propaganda; y para esto tenemos que empezar por hacerlas agradables. ¿Quién duda que los conceptos sobre elementos en el infinito é imaginarios, sobre espacios enedimensionales, etc., han centuplicado los dominios de la Geometría y encerrado en sencillos enunciados cantidad enorme de doctrina sin cansancio para la inteligencia? Nadie lo duda. Todos admiramos la portentosa intuición que representan esas grandes síntesis, lo hábiles de los términos que las expresan y los grandes recursos para la inventiva que suministran á la inteligencia.

Pero si á los no iniciados en los secretos del tecnicismo les decimos de manos á boca, por ejemplo: Que todas las circunferencias que se pueden trazar en un mismo primer plano y en todos sus paralelos se cortan en dos mismos puntos imaginarios situados en la recta del infinito común á todos esos planos, lo cual es una gran verdad en el sentido amplísimo, y distinto del vulgar, que tienen en Geometría superior las palabras *imaginario*, *cortan*, *punto*, *recta é infinito*, lo probable es que el que tal oiga crea que nos burlamos ó que hemos perdido el juicio. En una revista científicamente educativa, como la nuestra, hay que huir del tecnicismo exagerado, ó descifrarlo en notas, llamadas ú observaciones, hasta que llegue á ser, á fuerza de repeticiones, del dominio de la mayoría.

¿Es que se desdeña la Matemática porque si bien prestó inapreciables servicios á la Mecánica, á la Física, á la Química, á la Astronomía, á la Balística, etc., y tal vez siga prestándoselos desde sus más elevadas regiones, no asequibles desgraciadamente á la mayoría, su parte elemental, ó menos elevada, dió ya de sí cuanto tenía que dar, lo cual está consignado en manuales y tablas, y no hay por qué molestarse en embargar nuestro cerebro con laberínticos conocimientos, inútiles desde el punto de vista práctico?

He aquí una idea algo extendida, aun entre los doctos en otras disciplinas, que hay que combatir sin tregua ni descanso. No; la Matemática se pule y ensancha por todas partes al contacto con la realidad. Las necesidades de la Física Matemática han traído multitud de procedimientos de integración que de otro modo hubieran pasado desapercibidos. La idea de espacio se ha ensanchado extraordinariamente, al extender las conexiones naturales de punto, recta y plano á conjuntos infinitos de cosas que pueden escalonarse de un modo análogo, aunque esas cosas no sean puntos, ni rectas, ni planos. La navegación aérea ha traído una revisión y perfeccionamiento de las fórmulas de la estabilidad en el aire. Y en el terreno elemental, cada necesidad sentida ha traído, ó una fórmula nueva, ó mejora y simplificación de las existentes, ó más rapidez en los procesos demostrativos, ó en los de la aplicación práctica de sus doctrinas. Ni la Matemática ha dado de sí todo cuanto puede, ni las fórmulas y sus usos han llegado al máximo de perfeccionamiento. Hay que seguir trabajando. No está fundado el desaliento. Para convencerse basta pasar la vista por algunos libros de ciencia y de técnica, no matemática, puramente elementales.

Designan los cristalógrafos las caras de los cristales por tres números ó parámetros (jkl) inversos de los que miden los segmentos que cada cara determina, prolongada, si es preciso, sobre los ejes. Y cuando dos caras (jkl) y $(j'k'l')$ pertenecen á una misma *zona* (conjunto de caras paralelas á una dirección), esta dirección, ó *eje de la zona*, queda determinada por tres números, que vienen á ser sus *cosenos directores*, ó las coordenadas de un punto de la paralela por el origen; y dan, para formarlos, las obras de Cristalografía, la siguiente regla: Escribanse en dos filas los parámetros repetidos así

$$j \begin{vmatrix} k & l & j & k \\ \times & \times & \times & \\ k' & l' & j' & k' \end{vmatrix} l$$

sepárense las columnas extremas y fórmense las diferencias de los productos en cruz de las otras cuatro columnas tomadas dos á dos: $(kl' - k'l)$, $(lj' - l'j)$ y $(jk' - kj')$.

La demostración de esta regla por procedimientos trigonométricos es bastante laboriosa. Pero si se tiene en cuenta que las ecuaciones analíticas de esas caras trasladadas al origen son

$$\begin{aligned} jx + ky + lz &= 0 \\ j'x + k'y + l'z &= 0 \end{aligned}$$

y que en los sistemas lineales de ecuaciones homogéneas con una ecuación menos que incógnitas, éstas son proporcionales á los determinantes de los coeficientes de las otras, se tiene

$$\frac{x}{\begin{vmatrix} k & l \\ k' & l' \end{vmatrix}} = \frac{y}{\begin{vmatrix} j & l \\ j' & l' \end{vmatrix}} = \frac{z}{\begin{vmatrix} j & k \\ j' & k' \end{vmatrix}}$$

que expresa la regla anterior. Con la circunstancia de que esto es aplicable á ejes oblicuos, y de que la misma regla sirve para hallar los parámetros de una cara que pertenezca á dos zonas cuyos ejes (mnp) y ($m'n'p'$) son dados. Como éstas pueden introducirse algunas otras abreviaciones en varios puntos de la Cristalografía geométrica.

El número de grados del arco de círculo máximo comprendido entre dos puntos de la Tierra separados por el mar se halla resolviendo el triángulo cuyos vértices son esos dos puntos y el polo, del cual se conocen dos lados (colatitudes de los puntos) y el ángulo comprendido (diferencia de longitudes de los mismos). Llamemos α á la mitad del número de grados hallado; $R(1 - \cos \alpha)$ será la ságita de dicho arco, y las porciones de radios comprendidos entre el mismo y su cuerda á uno y otro lado de la ságita, tendrán por su expresión

$$R \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right),$$

siendo R el radio terrestre y β el ángulo comprendido entre el radio medio y cada uno de los otros. Si mediante un mapa que marque sondajes de precisión se llevan sobre la ságita y demás porciones de radios la parte alícuota de éstos que marquen esos sondajes en los puntos correspondientes, partiendo del arco, y se unen los extremos por un trazo continuo, construyendo, finalmente, la figura afine de este trazo y del arco de círculo en una afinidad ortogonal homológica respecto de la cuerda, que aumente la escala de las ordenadas en tres ó cuatro veces la de las abscisas, se tendrá un perfil del fondo del mar comprendido entre aquellos dos puntos, y encajado entre dos términos de comparación: el arco de circunferencia y su cuerda. El conocimiento de un número suficiente de estos perfiles dará muchísima mejor idea del relieve del fondo del mar que las descripciones que traen en este punto las diversas Geologías; trabajo éste que, con un buen mapa y un poco de paciencia, cualquiera puede realizar.

Las dos ecuaciones conocidísimas, que sirvieron á Arquímedes, una vez que descubrió el *principio* físico de la pérdida de peso de los cuerpos sumergidos, para determinar la parte de plata y la parte de oro que tenía la célebre corona mandada hacer por Hieron, puede servir á la Geología para determinar en las rocas compuestas de dos minerales la parte que contienen de cada uno, y para las rocas compuestas de mayor número de minerales no sería difícil añadir á aquellas dos ecuaciones, mediante relaciones de otra índole, las ecuaciones que falten para constituir sistemas determinados de ecuaciones.

Quéjense los botánicos, con razón, del escaso valor científico que tienen los términos de la morfología vegetal, como *lanceolada*, *sagittada*, *acorazonada*, etc., refiriéndose á la forma de las hojas, y vienen trabajando para substituir esos nombres por los de las curvas geométricas que, sin gran esfuerzo, se ven en los contornos limbares de muchas hojas y foliolas, ó que se pueden imaginar pasando por los vértices de los lóbulos que integran dichas hojas. El limbo foliar del *Ricinus Sanguineus* Hort se halla, en todas las fases de su desarrollo, según el Dr. Caballero, inscrito en la porción de espiral de Arquímedes comprendida entre el primero y el segundo punto doble de esta curva, teniendo el punto de unión del peciolo con la hoja precisamente en el punto de retroceso de dicha curva. Bodo Habenich, citado por Torner, cree que la mayor parte de las formas de las hojas pueden expresarse por la ecuación en coordenadas polares

$$\rho = f(\cos \omega)$$

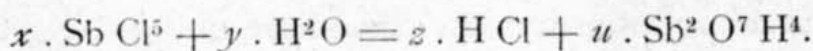
y espera, con el tiempo, encontrar la prueba fisiológica de la necesidad de esa forma particular.

El mismo D. Jorge Torner, en la *España Forestal*, cita el notabilísimo caso de las flores interiores del *Chrysanthemum leucanthemum* L, cuyos diámetros crecen proporcionalmente á su separación del centro del receptáculo, sus circunferencias son tangentes tres á tres para que quepan el mayor número posible, y los centros de esas circunferencias forman dos series de espirales logarítmicas arrolladas en sentidos contrarios que se cortan bajo ángulos de 60 y de 120°; hechos todos que son susceptibles de demostraciones matemáticas.

No nos ocuparemos de la aplicación de las fracciones continuas á las relaciones filotáxicas y determinación de los ángulos de divergencia de las hojas, ni de los máximos y mínimos, mediante el gran principio de la economía de trabajo ó de materia que rige á casi toda la Naturaleza, aplicados á razonar el por qué de las formas de los *panales*

y de los ojos compuestos de los insectos ó á demostrar matemáticamente las leyes de la reflexión y de la refracción, etc., etc., porque son cuestiones bastante conocidas, aunque no dudamos que en todas ellas pueden nuevos estudios encontrar detalles ó aspectos nuevos de las mismas.

Cuando se formula una ecuación química no es preciso saber de antemano las cantidades de cada uno de los cuerpos puestos á reaccionar ni las cantidades de los que origina la reacción. Basta con saber qué cuerpos se ponen y qué cuerpos se producen. Para la preparación del ácido piroantimónico $\text{Sb}^2\text{O}^7\text{H}^4$, dice el argentino A. Pérez, se descompone por el agua el percloruro de antimonio Sb Cl^5 , formándose al mismo tiempo ácido clorhídrico H Cl . Se tendrá, pues,



En virtud del principio de la conservación de la materia, los números de átomos de cada cuerpo en el primero y segundo miembro de la igualdad deben ser iguales; luego la suma de los productos de los exponentes de un mismo cuerpo simple por los coeficientes de las diferentes moléculas en que figura en el primer miembro de la igualdad, será siempre igual á la suma de los productos análogos en el segundo miembro, y se tendrán así tantas ecuaciones como cuerpos simples tomen parte en la operación. En el caso citado esas ecuaciones son: $x = 2u$, $5x = z$, $2y = z + 4u$ é $y = 7u$; sistema de ecuaciones homogéneas, que para que se verifique por valores de las incógnitas distintos de cero, se debe verificar como se verifica

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \end{vmatrix} = 0.$$

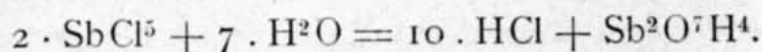
En cuyo caso las razones de x , y , z á u serán $\frac{x}{u} = 2$, $\frac{y}{u} = 7$ y

$\frac{z}{u} = 10$; y dando á u el menor valor posible entero que haga enteros

x , y , z , saldrá:

$$u = 1, x = 2, y = 7, z = 10,$$

y la ecuación química pedida será:



Estos sistemas de ecuaciones en x, y, z, u son indeterminados en el fondo, aunque á veces parezcan determinados y hasta incompatibles. La determinación se obtiene por la condición de ser enteros y positivos los valores que se buscan y por alguna otra que imponen siempre las leyes químicas del problema. Pero á veces suelen obtenerse dos ó más soluciones enteras positivas y finitas, y entonces cabe indagar, si no son posibles en la realidad todas las soluciones, cuál lo es y por qué; y si lo son más de una, bajo qué condiciones químicas, se realizarán unas ú otras, etc., etc.

Hasta en la Psicología existen relaciones matemáticas bien determinadas, como la famosa ley de Fechner entre las intensidades de las sensaciones y las magnitudes de los estímulos que las producen, que dice que las intensidades de las sensaciones crecen proporcionalmente á los *logaritmos* de los estímulos, cualquiera que sea el orden á que dichas sensaciones se refieran (de luz, de sonido, de peso, etc.). Ley que se demuestra ligando por cálculos ciertos datos de la experimentación y operando con las relaciones obtenidas, y de la cual pueden deducirse curiosos hechos de experiencia psíquica, etc., etc.

Y no citamos relaciones matemáticas de craneometría, microscopía, etc., porque es preciso terminar.

Cualquiera que hojee, con un poco de cuidado, libros de Mecánica, de Física, de Química, de Historia Natural ó de las Técnicas correspondientes, encontrará temas á millares como los precedentes, que harían su enumeración interminable. Para nuestro objeto bastan los apuntados, y ellos prueban, con sobrada elocuencia, que dentro del campo de la Matemática elemental, puede aún hacerse mucho y ameno en el sentido de aplicaciones útiles de sus principios, y mucho también en el sentido de mejora de sus reglas y procedimientos en el terreno abstracto, y con ello queda de paso corroborado, como nos proponíamos, que no están agotados, ni mucho menos, los temas para trabajos de propaganda, ni tiene fundamento el desaliento que, al parecer, había empezado á dejarse sentir en nuestro campo.

LA REDACCIÓN.
