CONCURSO DE NAVIDAD 2011 (el rincón matemágico de Pedro Alegría)

El número pensado se obtiene restando la suma de las seis permutaciones (S_6) menos la suma de las otras cinco permutaciones (S_5). Sea el número pensado abc, calculemos la suma de las seis permutaciones y veamos qué verifica dicha suma S_6:

$\mathbf{S_6}$ = **abc + acb + bac + bca + cab + cba =**
100a+10b+c +100a+10c+b+100b+10a+c+100b+10c+a+100c+10a+b+100c+10b+a=
200(a+b+c)+20(a+b+c)+2(a+b+c)=(200+20+2)(a+b+c) = **222(a+b+c).**

Dicha suma es múltiplo de 222, S_6 =222n, con n=a+b+c. Si el número abc fuera 100, n sería 1 (valor mínimo posible) y si abc fuera 999, n sería 27 (valor máximo posible).

Conocido el valor de la suma de las cinco permutaciones, S_5 ($122 \leq S_5 \leq 4995$), tendremos en cuenta los múltiplos de 222, cuya diferencia con S_5 sea un número de tres cifras, el número pensado será una de estas diferencias: $222n - S_5$, con $(S_5 + 100)/222 \leq n < (S_5 + 1000)/222$ (para que la diferencia sea un número de tres cifras, ésta tiene que ser mayor o igual que 100 y menor que 1000, de ahí la condición anterior para el número n). Una vez calculada la primera diferencia, la segunda diferencia se calcula sumando 222 a la primera y así sucesivamente (siendo cuatro o cinco el número de estas diferencias, dependiendo de S_5).

Para saber cuál de estas diferencias es el número pensado, procedemos de la siguiente manera:

Sumamos las cifras (a+b+c) de dichas diferencias y nos quedamos con aquella que verifique a+b+c=n, siendo n uno de los valores calculados anteriormente. Comprobamos que efectivamente la suma de las cinco permutaciones es S_5 .

Resumimos todos los cálculos anteriores en la siguiente tabla:

n	**abc** **222n-S_5**	**a+b+c**	**Centenas** **2(a+b+c)-a**	**Decenas** **2(a+b+c)-b**	**Unidades** **2(a+b+c)-c**	**S_5**

Esta tabla la podemos construir con una hoja de cálculo, que también adjunto junto con este documento (haz clic en este enlace).

También podríamos calcular para cada diferencia la correspondiente suma de las cinco permutaciones restantes y compararla con el valor S_5. La solución, por supuesto, sería la correspondiente a aquella que coincidiera con dicho valor S_5. Junto a este documento adjunto una aplicación realizada con WIRIS (accede haciendo clic aquí), en la cual utilizo este último criterio para averiguar cuál es el número pensado inicialmente.

Veamos algunos ejemplos para entender la explicación anterior:

a) Sea abc = 365, en este caso S_5 = 2743 (cálculo que dejamos para el lector)

(2743+100)/222=12,806…

n	**abc 222n-S_5**	**a+b+c**	**Centenas 2(a+b+c)-a**	**Decenas 2(a+b+c)-b**	**Unidades 2(a+b+c)-c**	**S_5**
13	143	8				
14	365	**14**	25	22	23	2500+220+23=**2743**
15	587	20				
16	809	17				

Sólo el número 365 verifica la condición, por tanto **el número pensado es 365**

b) Sea abc =343 , en este caso S_5 = 1877

(1877+100)/222=8,905…

n	**abc 222n-S_5**	**a+b+c**	**Centenas 2(a+b+c)-a**	**Decenas 2(a+b+c)-b**	**Unidades 2(a+b+c)-c**	**S_5**
9	121	4				
10	**343**	**10**	17	16	17	1700+160+17=**1877**
11	565	16				
12	787	22				

El número pensado es 343

c) Sea abc=100, en este caso S_5 = 122

(122+100)/222=1

n	**Abc 222n-S_5**	**a+b+c**	**Centenas 2(a+b+c)-a**	**Decenas 2(a+b+c)-b**	**Unidades 2(a+b+c)-c**	**S_5**
1	100	**1**	1	2	2	100+20+2=**122**
2	322	7				
3	544	13				
4	766	19				
5	988	25				

El número pensado es 100

Marisa Berdasco Bengoa