

Pilar Moreno

Ikusi makusi... eguneroko geometria
Veo, veo... geometría cotidiana



Pilar Moreno Gómez

Fisikan lizentziatua da Valentziako Unibertsitatean, eta, gaur egun, Matematiketako katedraduna da Benlliureko (Valentzia) BHIIn. Matematikaren irakaskuntzarekin eta dibulgazioarekin arduratutako eta konprometitutako emakume honek hoguei urte daramatza argazkigintza erabiltzen, Matematikaren irakaskuntzarako/ikaskuntzarako baliabide didaktiko gisa, bai eta eguneroko irudiak edertasunez, sensibilitatez eta geometriaz beterik erakusten dituen arte gisa.

Geometrías (1991), *Visiones Geométricas* (1992), *Geometría en la Sombra* (1993), *De la Naturaleza a la Lógica* (1993), *Fotografía Natural* (1996), *Geometría en los Puertos* (2000), *Geometría Canaria* (2003), *Naturaleza Reticular* (2004), *Anda con Ojo* (2005), *Contemplar, Conocer* (2005), la exposición colectiva *¿Y tú qué ves?* (2008),... dira bere erakusketetako batzuk. Gainera, aldizkako erakusketak egiten ditu Espainiako Matematiketako Erret Sozietatearen DivulgaMAT Matematikaren Dibulgaziorako Zentro Birtualean (www.divulgamat.net). 2000. urtean, Pilar Morenok lehenengo saria lortu zuen Matematikaren Munduko Urteko Espainiako Batzordearen kartel lehiaketan. RSMEko Dibulgazio Batzordeko kidea da. 2002an argitaratutako *Ritmos: Matemáticas e imágenes* (Nivola argitaletxea) liburuaren egilekidea eta 2006an argitaratutako *Anda con ojo* (Factoría K de Libros argitaletxea) liburuaren egilea da.

Es Licenciada en Físicas por la Universidad de Valencia, y actualmente es Catedrática de Matemáticas en el IES Benlliure (Valencia). Preocupada y comprometida con la enseñanza y divulgación de las Matemáticas, lleva ya veinte años utilizando la fotografía como un recurso didáctico en la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas, así como un arte que muestra imágenes cotidianas llenas de belleza, sensibilidad y geometría.

Algunas de sus exposiciones son *Geometrías* (1991), *Visiones Geométricas* (1992), *Geometría en la Sombra* (1993), *De la Naturaleza a la Lógica* (1993), *Fotografía Natural* (1996), *Geometría en los Puertos* (2000), *Geometría Canaria* (2003), *Naturaleza Reticular* (2004), *Anda con Ojo* (2005), *Contemplar, Conocer* (2005), la exposición colectiva *¿Y tú qué ves?* (2008),... Además, expone de forma periódica en DivulgaMAT, Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, de la Real Sociedad Matemática Española, www.divulgamat.net. Pilar Moreno recibió en el 2000 el primer premio en el concurso de carteles del Comité Español de Año Mundial de las Matemáticas. Miembro de la Comisión de Divulgación de la RSME. Coautora del libro publicado en 2002 por la editorial Nivola *Ritmos: Matemáticas e imágenes* y autora del libro *Anda con ojo*, publicado en 2006 por la editorial Factoría K de libros.

Edizioa Edita

Fundación **Bilbao Bizkaia Kutxa** Fundazioa

©Argazkiak Fotografías

Pilar Moreno

Testuak Textos

Santiago Fernández / Raúl Ibáñez / Goyo Lekuona

Maketazioa eta moldiztegia

Maquetación e imprenta

Ikeder, S.L.



Real Sociedad
Matemática Española

Pilar Moreno

Ikusi makusi... eguneroko geometria
Veo, veo... Geometría cotidiana

Argazkigintza matematikoa

IRUDIEK ETA ARLO BISUALEK GERO eta eragin handiagoa dute gure kulturari, eguneroko bizitzan eta gizartean. Telebista, zinema, publizitatea, artea, Internet... horiek guztiek irudia erabiltzen dute gurekin komunikatzeko, sentsazioak deskribatzeko, ideiak eta kezak adierazteko, produktuak saltzeko, mundu zahar eta berriak erakusteko... Modu horretan, errealitateari, errealitate desberdinei begira dauden leioak dira; hori horrela, begiratzeraz derrigortuta gaude, baina begiratzeraz ohituta ere bai.

Testuinguru horretan, argazkigintza punta-puntako elementu kultural eta soziala da. Argazkilariak inguruko mundua erakusteko erabiltzen du kamera. Baina bere begiradatik igarotako mundu bat da, eta, horrela, beste begi batzuekin begiratzeko bidea erakusten digu. Robert Doisneau, Man Ray, Robert Capa, Henri Cartier-Bresson, Cristina García Rodero... Baina, gainera, kamera ohiko elementua da gure inguruan; gure bizitzako memoria bisual gisa erabiltzen dugun tresna soziala da.

Hori guztia dela eta, argazkigintzak daukan eta izan dezakeen balio didaktikoa ukalezina da. Txosten askotan (Cockroft, NCTM...) nabarmendu da bisualizazioak lehen eta bigarren hezkuntzetako curriculumetan daukan garrantzia. Gure historiako atalak eta historia horren parte izan diren pertsonaiak ulertzen laguntzen digu, eta gure mundua ulertzen, gauza makroskopiko eta mikroskopikoei begiratzen edo artearen mundutik bidaiatzen ere laguntzen digu... Baina matematikaren irakaskuntzarako ere oso tresna erabilgarria da. Beste argazkilari batzuek lente desberdinak erabili badituzte ere munduari begiratzeko, argazkigintza matematikoaren artistak lente berezia erabiltzen du, lente "matematikoa", munduari begiratzen laguntzeko.

Gure ikasleak ohituta daude matematikak gauza abstraktu gisa ulertzen; ikasgelan sartutako eta errealitateetik banandutako zerbait balira bezala ikusten dituzte matematikak. Baina matematikaren ikasketa moztuta geratzen da, ikasleek ez badute ulertzen abstrakzioa mundu errealetik sortzen dela eta bertatik datorrela mundu matematikoa, eta ez badute asmorik berriz ere mundu horretara itzultzeko, tresna erabilgarria den aldetik. Hori dela eta, oso garrantzitsua da, batez ere lehen eta bigarren hezkuntzetan, matematikaren ikasketa errealitatearekin kontaktuan garatzea. Ikasleengandik hurbil dauden errealitateekin kontaktuan, alegia. Eta, horretarako, argazkigintza matematikoa oso gauza erabilgarria da. Argazkigintzak begi matematikoekin begiratzen laguntzen digu, baina kontzeptu eta emaitza matematikoak ulertzen eta interpretatzen ere laguntzen digu.

Fotografía matemática

EL IMPACTO DE LA IMAGEN, de lo visual en nuestra cultura, en nuestra vida diaria, en nuestra sociedad es cada vez mayor. La televisión, el cine, la publicidad, el arte, Internet, ... utilizan la imagen para comunicarse con nosotros, describirnos sensaciones, expresarnos ideas e inquietudes, vendernos productos, mostrarnos nuevos y viejos mundos, ... conformando una ventana a la realidad, a distintas realidades, por la que estamos obligados, pero también acostumbrados, a mirar.

En este contexto la fotografía es un elemento cultural y social de primer orden. El fotógrafo utiliza su cámara para mostrarnos el mundo que nos rodea, pero un mundo que ha pasado a través de su mirada, y con ello nos muestra el camino para mirar con otros ojos. Robert Doisneau, Man Ray, Robert Capa, Henri Cartier-Bresson, Cristina García Rodero, ... Pero además la cámara es un elemento habitual en nuestro entorno, una herramienta social, que utilizamos como memoria visual de nuestra vida.

Ante todo lo anterior es innegable el valor didáctico que puede tener y tiene la fotografía. La importancia de la visualización en los *currícula* de primaria y secundaria ha sido destacada en todo tipo de informes (Cockroft, NCTM, ...). Nos ayuda a entender episodios de nuestra historia y a los personajes que han formado parte de ella, a conocer nuestro mundo, a mirar a lo macroscópico y lo microscópico, a viajar por el mundo del arte, ... pero también se ha convertido en una herramienta muy útil en la enseñanza de las matemáticas. Mientras otros fotógrafos han utilizado diferentes lentes para mirar al mundo, el artista de la fotografía matemática utiliza una lente especial, una lente "matemática", para ayudarnos a mirar al mundo.

Nuestros estudiantes están acostumbrados a entender las matemáticas como algo abstracto, encerrado en el aula y separado de la realidad. Pero el aprendizaje de las matemáticas se ve mutilado si los estudiantes no entienden que la abstracción surge del mundo real para conformar el mundo matemático y con la pretensión, en parte, de volver de nuevo a él como una útil herramienta. Por este motivo es muy importante, sobre todo en primaria y secundaria, que el aprendizaje de las matemáticas se desarrolle en contacto con la realidad, con realidades próximas al alumnado, y para ello es útil la fotografía matemática. Esta nos ayuda a mirar con ojos matemáticos, pero también nos ayuda a entender e interpretar conceptos y resultados matemáticos.



Argazkigintzaren erabilera matematiken ikasketan:

- Geometriak eta, oro har esanda, matematikak gure inguruan duten presentziaren kontzientzia, naturan zein objektu edo eraikinen diseinuan.
- Begiratzeko dugun gaitasuna handitzen du eta gure begirada aberasten du.
- Piztu egiten du hausnarketa, begirada kritikoa eta sormena, batez ere sormen matematikoa.
- Hausnarketara bultzatzen gaitu: zergatik izaten dira ohikoak forma batzuk naturan? Zergatik gizakiak egindako objektuek forma jakin batzuk izaten dituzte, eta ez beste batzuk?...
- Zientzia honetan eta, oro har, ezagutzan sortzen den abstrakzio prozesua ulertzen laguntzen du.
- Kontzeptu eta emaitza (teorema) matematikoen ulermena ahalbidetzen du.
- Euclides, Fermat, Euler, Newton eta abarren zientzia ikasteko beharra erakusten du, gure mundua ulertzeko eta bertan modu positiboan aritzeko.
- Zenbakien, formen... matematikoen edertasuna transmititzen du.
- Hezkuntzako hasierako urteetan matematikaren inguruan sortzen den hesia apurtzen laguntzen du.



La utilización de la fotografía en el aprendizaje de las matemáticas:

- Conciencia de la presencia de la geometría y más generalmente de las matemáticas a nuestro alrededor, tanto en la naturaleza como en el diseño de objetos o edificios.
- Aumenta nuestra capacidad de observación y la riqueza de nuestra mirada.
- Estimula la reflexión, la mirada crítica y la creatividad, en particular, la matemática.
- Incita a reflexionar sobre ¿por qué algunas formas son frecuentes en la naturaleza? ¿por qué los objetos que construye el hombre tienen esas formas y no otras?...
- Ayuda a entender el proceso de abstracción que se produce en esta ciencia y en general en el conocimiento.
- Facilita la comprensión de conceptos y resultados (teoremas) matemáticos.
- Muestra la necesidad del estudio de la ciencia de Euclides, Fermat, Euler, Newton, ... para entender nuestro mundo y para actuar de forma positiva en él.
- Transmite la belleza de los números, las formas, ... las matemáticas.
- Ayuda a romper la barrera que en esos primeros años de la educación empieza a construirse alrededor de las matemáticas.

Jarduerak

Ondoren, zenbait jarduera adierazten dira, “*Ikusi makusi... eguneroko geometria*” argazki-erakusketa material didaktiko gisa erabiltzeko ikasgelan.

1. Jarduera

Irakasleak **erakusketa bisitatzera** gonbidatu behar ditu ikasleak, inongo helbururik zehaztu gabe, edozein arte-erakusketa bisitatzeko dugunean bezala. Modu horretan, begirada tolesgabearekin ikusiko dituzte argazkiak, eta beraien edertasunaz gozatuko dute. Bisitaren ostean, interesgarria izan daiteke beraiekin hitz egitea: ze iritzi duten erakusketari buruz, argazkiek zer iradoki dieten, zer sentitu duten erakusketa ikustean, zer gustatu zaien, zer ez zaien gustatu...

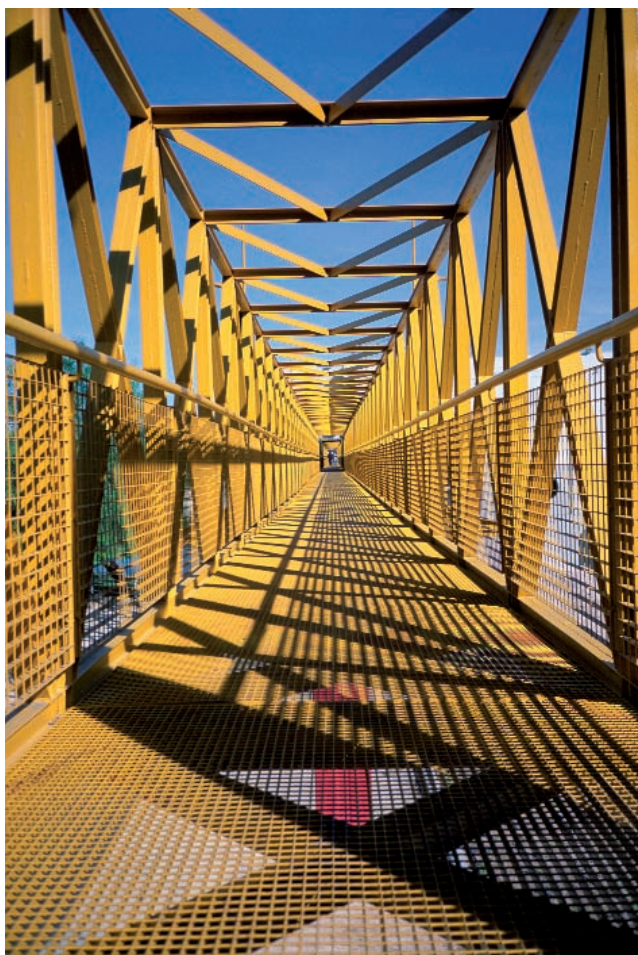


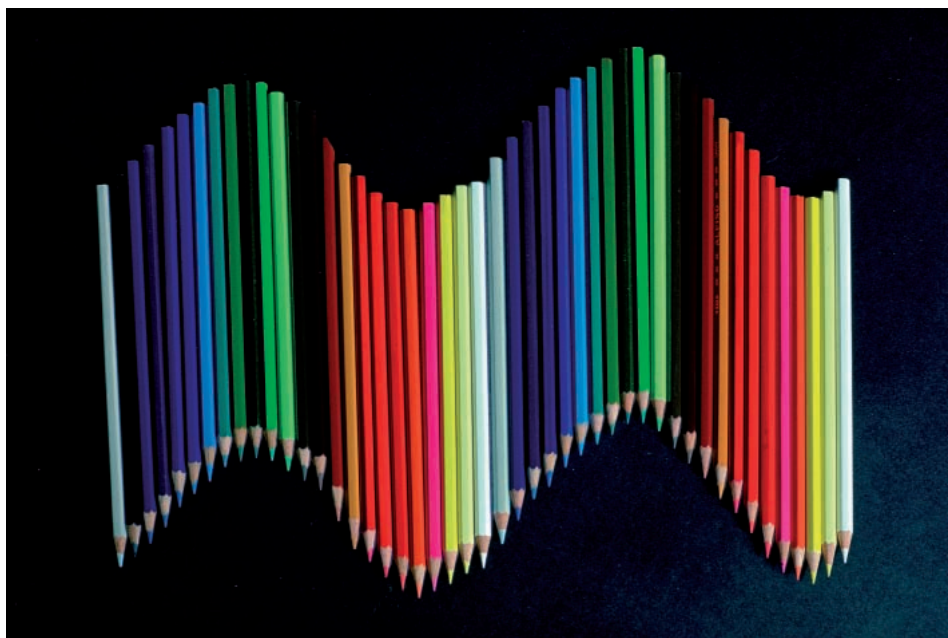
Actividades

A continuación se señalan una serie de actividades para utilizar la exposición fotográfica “*Veo, veo ... geometría cotidiana*” como material didáctico para el aula.

Actividad 1

El profesor debe invitar a los estudiantes a **visitar la exposición**, sin marcarles ningún objetivo inicial, como cuando visitamos cualquier exposición de arte, para que puedan verla con su mirada inocente y disfrutar de la belleza de las fotografías. Tras la visita puede ser interesante conversar con ellos para saber qué opinan de la exposición, qué les sugiere, qué han sentido al verla, qué les ha gustado, qué no les ha gustado,...





2. Jarduera

Jolasa oso elementu interesgarria da didaktikan, eta, hori dela eta, **komenigarria da ikasleek erakusketarekin jolastea** (taldeka edo bakarka), berau bisitatu ostean: i) argazkiei izenburuak jartzea; ii) analogien eta desberdintasunen arabera taldekatzea, edo gaien, koloreen, formen... arabera multzokatzea; iii) erakusketan agertzen diren matematikak eta geometriak deskubritzea eta horri buruz hitz egitea.

3. Jarduera

Irakasleak ikasle bakoitzari eskatzen dio argazki bat aukeratzeko eta fitxa bat egiteko, informazio hau jasoz bertan (ahozko jarduera ere izan daiteke): i) argazkiko irudia deskribatu; ii) izenburu bat jarri; iii) zergatik egin zaigu deigarri argazkia?; iv) ze eduki matematiko ikusten dugu bertan?; v) eduki matematikoa kontuan izanda, izenburu desberdinak eman argazkiari; vi) irudiko eduki matematiko bera daukan leku edo goeraren bat aipatu.



Actividad 2

El juego es un elemento muy interesante en didáctica, por ese motivo **es aconsejable que los estudiantes jueguen** (en grupo o grupos) con la exposición tras visitarla: i) poner títulos a las fotografías, ii) agruparlas por analogías y diferencias, por temas, por colores, por formas, ... iii) descubrir y comentar la geometría y las matemáticas que aparecen en la exposición.

Actividad 3

El profesor pide a **cada estudiante que elija una fotografía y realice un ficha** con la siguiente información (puede ser también una actividad oral): i) describir la imagen de la fotografía; ii) darle un título; iii) ¿por qué nos ha llamado la atención esa fotografía?; iv) ¿Qué contenidos matemáticos vemos en la misma?; v) dar diferentes títulos a la fotografía que tengan que ver con su contenido matemático; vi) mencionar algún lugar o situación en la que también aparezca el contenido matemático de la imagen.



4. Jarduera

Irakasleak edo jarduera zuzentzen duen pertsonak **argazki-sortak egiten ditu, ikasleen artean banatzeko** (esate baterako, hiru argazki ikasle talde bakoitzari), eta hauxe proposatzen du:

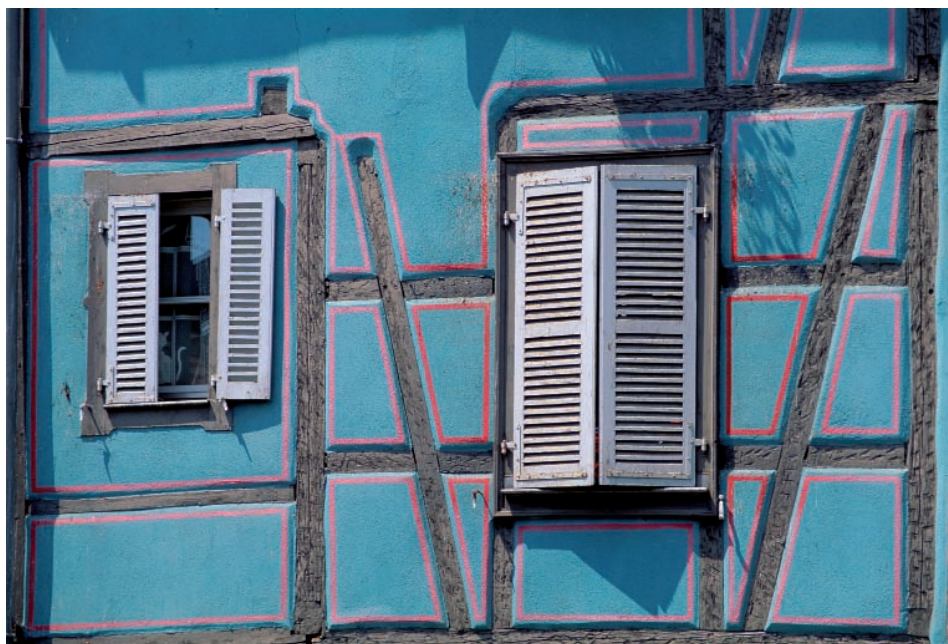
- a) Lan indibiduala: argazkiak deskribatzea, beraien artean analogiak aurkitzea, desberdintasunak aurkitzea, izenburuak jartzea.
- b) Talde txikitako lana: deskribapenak, analogiak, desberdintasunak eta izenburuak konparatzea. Taldeak aurkeztuko dituen ondorioak eztabaidatu, negoziatu eta lantzea.
- c) Talde bakoitzak bere ondorioak azalduko dizkie ikasgelako kideei (edo jardueran parte hartzen duen taldeari).
- d) Ondorioen laburpena: irakasleak edo jarduera zuzentzen duen pertsonak azken agerpen bat egingo du, emaitzak osatu, antolatu eta beraien buruz hitz egiteko.
(Abiapuntu alternatibo gisa, ikasleek aukeratu dezakete ze argazki-multzo landu)



Actividad 4

La profesora, el profesor o persona que dirija la actividad hace **grupos de fotografías para repartir entre los estudiantes** (por ejemplo, tres fotografías para cada grupo de estudiantes) y propone:

- a) Trabajo individual: describir las fotografías, encontrar analogías entre ellas, encontrar diferencias, ponerles títulos.
- b) Trabajo en pequeños grupos: comparar las descripciones, analogías, diferencias y títulos; discutir, negociar y elaborar las conclusiones que presentará el grupo.
- c) Cada grupo expondrá a la clase (o al grupo de participantes de la actividad) sus conclusiones.
- d) Resumen de conclusiones: la profesora, el profesor o persona que dirija la actividad realizará una exposición final para completar, organizar y comentar los resultados.
(Un punto de partida alternativo puede ser que los estudiantes sean quienes eligen los grupos de fotografías sobre los que trabajar)



5. Jarduera

Irakasleak edo jarduera zuzentzen duen pertsonak **zenbait gai matematiko aukeratzén ditu** (ikasleen adinaren arabera, kontzeptu zehatzagoak aipa daitezke: zirkunferentzia, hirukia, esfera, espirala... Edo, bestela, kontzeptu orokorragoak: figura geometriko lauak, figura geometriko solidoak, simetria, eraldaketa geometrikoak, kurbak, fraktalak, paralelismoa...), eta gai horiek ikasle-talde txikien artean banatzen ditu. Aurreko jardueraren egiturari jarraituz, ikasleei eskatzen die kontzeptu horrekin erlazionatutako argazkiak bilatzeko (aukeraketa justifikatu beharko dute).

6. Jarduera

Etterako jarduera. **Besteak beste, egunkari, aldizkari, publizitate-liburuxka edo familiako argazkietan, erakusketan ikusitako kontzeptu matematikoen antzekoak bilatzea.** Argazki-sorta bat finkatu daiteke, ikasle bakoitzak ikasgelara eraman ditzan eta, han, argazki horiek talde txikietan landu daitezén. Adibidez, mini-erakusketak egin daitezke kartoi mehean, ikasgela apaintzeko. Horrela, 3. jardueran bezala egingo genuke lan.

7. Jarduera

Argazki lehiaketa. Ikasleen arteko argazki lehiaketa egitea oso jarduera interesgarria da.

Amaitzeko, beste irakasgai batzuetako irakasleak animatu nahi ditugu, "Ikusi makusi... eguneroko geometria" erakusketarekin lan egin dezaten, beraien irakasgaiaren ikuspuntutik.

Actividad 5

La profesora, el profesor o persona que dirija la actividad **elige algunos temas matemáticos** (dependiendo de la edad de los estudiantes se puede hablar de conceptos más concretos como la circunferencia, el triángulo, la esfera, la espiral, ... o conceptos más generales como figuras geométricas planas, figuras geométricas sólidas, simetría, transformaciones geométricas, curvas, fractales, paralelismo, ...) para repartir entre pequeños grupos de estudiantes y, siguiendo la estructura de la actividad anterior, pide a los estudiantes que busquen las fotografías que tienen relación con ese concepto (deberán justificar su elección).

Actividad 6

Actividad para casa. **Buscar en fotografías de periódicos, revistas, folletos publicitarios, ... o en fotografías familiares conceptos matemáticos similares a los vistos en la exposición.** Se puede fijar un número de fotografías para que cada estudiante lleve al aula y allí trabajar con ellas en pequeños grupos. Por ejemplo, se pueden realizar mini exposiciones sobre una cartulina para decorar el aula y trabajar de forma similar a la actividad 3.

Actividad 7

Concurso fotográfico. Una actividad muy interesante es la realización de un concurso fotográfico entre los estudiantes.

Para terminar, nos gustaría animar a profesores de otras asignaturas a trabajar con la exposición “*Veo, veo... geometría cotidiana*” desde la perspectiva de la asignatura que imparten.

Bibliografía Bibliografía

- BELL-LLOCH, Aurora; DIESTRO, Montserrat; GONZÁLEZ, Evaristo; MARTÍNEZ, Agustín; SANTAOLALLA, Elsa: *Fotografía y Matemáticas*, SMPM Emma Castelnuovo.
- BORRÁS, Eliseo; MORENO, Pilar; NOMDEDEU, Xaro: *Ritmos: matemáticas e imágenes*, Nivola, 2002.
- BORRÁS, Eliseo; MORENO, Pilar; NOMDEDEU, Xaro: *Fotografía y matemáticas*, Materiales educativos del MEC. [www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2000/matefoto/libro/index.htm]
- MORENO, Pilar: exposiciones virtuales de fotografía matemática en el portal DivulgaMAT. [www.divulgamat.net]
- MORENO, Pilar: *Anda con Ojo (fotografía matemática)*, Factoría K de libros, 2006.



Real Sociedad
Matemática Española