

De las matemáticas a la gestión pesquera

por

Dorleta García, Azti–Tecnalia

Muchos de los recursos pesqueros están hoy en día en estado de sobreexplotación, agotados o en recuperación después de una fase de agotamiento. Es el caso de la anchoa del cantábrico que está hoy en día en riesgo de colapso o el de la Merluza del Norte que después de unos años en mal estado empieza ahora a recuperarse. La gestión pesquera tiene como objetivo mantener las poblaciones explotadas en niveles saludables y al mismo tiempo que las pesquerías que las explotan sean económicamente rentables. Los gestores a la hora de tomar decisiones se apoyan en el consejo de científico, que es el fruto de un largo y costoso proceso en el que científicos de distintas nacionalidades y disciplinas trabajan conjuntamente.

El trabajo matemático en este proceso está relacionado principalmente con el análisis de datos, la aplicación de modelos ya existentes y el desarrollo de nuevos modelos para la estimación de parámetros biológicos de las poblaciones y parámetros técnicos y económicos de las pesquerías. En esta charla primero se hará una breve introducción a lo que es la gestión pesquera y sus principales problemas. En segundo lugar se presentarán algunos de los modelos matemáticos más comunes en gestión pesquera, y finalmente se presentará un ejemplo sobre evaluación de estrategias de gestión mediante simulación para la Merluza del Norte.

1. La gestión pesquera

La investigación pesquera comenzó a finales del siglo dieciocho tras observarse un pronunciado descenso en la productividad de los recursos marinos.

Aunque la gestión pesquera como la conocemos hoy en día tiene su fundamento en el trabajo de los científicos marinos Beverton y Holt publicado en 1956 (ver [1]). En Europa la gestión pesquera y de la acuicultura se enmarca dentro de la Política Pesquera Común (PPC) establecida por primera vez en 1983 y renovada en 2002. El Consejo Internacional para la Exploración del Mar (CIEM), más conocido por sus siglas en inglés ICES (*International Council for Exploration of the Sea*) nació en 1902 y es el organismo encargado de la coordinación de la investigación marina en el Atlántico Norte. ICES es el principal organismo encargado de dar consejo científico a los gestores pesqueros europeos. La gestión pesquera tiene tres objetivos principales:

- Mantener los recursos pesqueros y el ecosistema marino en un estado saludable.
- Tener pesquerías económicamente eficientes y rentables.
- El bienestar social, tanto de las comunidades pesqueras y como de los consumidores.

La Unión Europea junto con los estados miembros se encarga de regular la recogida de datos, facilitar la investigación y de dar el consejo de gestión. Rutinariamente se recogen datos relativos a las poblaciones biológicas y a las pesquerías con el fin de aplicar modelos bioeconómicos que permitan evaluar tanto el estado de las poblaciones como la rentabilidad y eficiencia de las pesquerías.

Debido al gran número de incertidumbres dentro del proceso de gestión (error en los datos, modelos inapropiados,...) las poblaciones son gestionadas bajo el principio de precaución. En la figura 1 se resume el marco utilizado normalmente en Europa a la hora de gestionar los recursos.

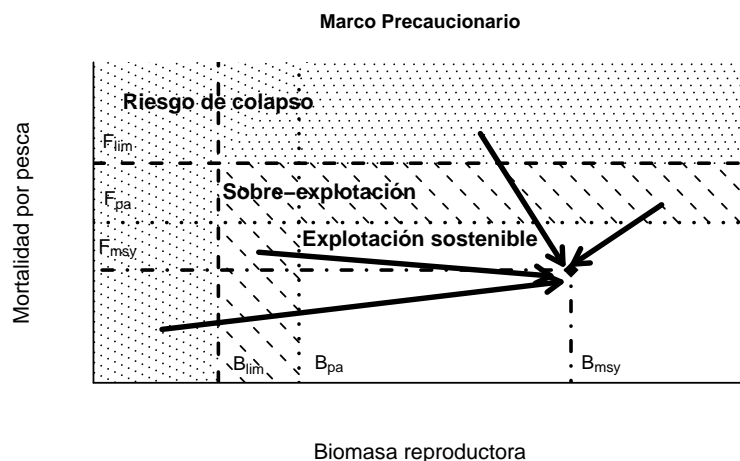


Figura 1: Marco precaucionario de la gestión pesquera.

Principalmente se utilizan dos indicadores uno relativo al estado del stock, normalmente la biomasa reproductora (B), y otro relativo a la explotación pesquera del recurso, normalmente la mortalidad por pesca (F). En base a estos dos indicadores se definen los puntos de referencia límite, F_{lim} y B_{lim} . Cuando la mortalidad por pesca está por encima de F_{lim} o la biomasa reproductora por debajo de B_{lim} , el riesgo de colapso de la población es alto y son necesarias medidas drásticas para reestablecer la población a niveles saludables. Con el fin de no llegar nunca a los niveles límites se establecen los puntos de referencia precaucionarios, B_{pa} y F_{pa} , en la región comprendida entre los puntos límite y los precaucionarios se establecen medidas apropiadas para la recuperación de la población y se dice que la población está sobre-explotada. Cuando la población está en la zona saludable, biomasa reproductora por encima de B_{pa} y explotación por debajo de F_{pa} , se define un punto de referencia objetivo y se establecen las medidas necesarias para llegar a ese punto en el corto o medio plazo. El punto de referencia más común en gestión pesquera es el denominado *MSY* derivado de las siglas en inglés the *Maximum Sustainable Yield* (rendimiento máximo sostenible).

En este trabajo primero se muestran algunos modelos habituales en la gestión de recursos pesqueros y su aplicación a los datos de la Merluza del Norte. Finalmente se muestra la evaluación y la simulación de estrategias de gestión para este stock.

2. Algunos modelos usados habitualmente en gestión pesquera

En la evaluación de las poblaciones se estudia tanto la dinámica de los individuos como la dinámica de la población. En esta sección se describen dos modelos de crecimiento individual en talla, el modelo de Von Bertalanffy y el modelo de Gompertz. Luego se describe el modelo de estructurado por edad de Sharpe, Lotka y McKendrick y finalmente se presentan algunos modelos de stock-reclutamiento. Los modelos de crecimiento en talla se presentan con su ajuste al stock de Merluza del Norte, el ajuste de los demás modelos a los datos de este stock se presentan en la siguiente sección junto con algunas simulaciones de estrategias de gestión.

2.1. Modelos de crecimiento individual en talla

Los modelos de crecimiento en talla relacionan la edad de los individuos con su talla. El más conocido es el modelo de Von Bertalanffy (ver [12]) y tiende a usarse aunque no sea el que mejor se ajuste a los datos. Estos modelos son importantes porque sirven para transformar los datos de captura por talla en datos de captura por edad. La mayoría de modelos poblacionales usados

en gestión están estructurados por edad por lo que los datos deben de seguir la misma estructura. Calcular la edad de los peces es muy costoso por lo que tener una relación entre la talla y la edad de los peces resulta esencial.

Modelo de Von Bertalanffy

El modelo de Von Bertalanffy (ver [12]) se deriva del supuesto de que la tasa de crecimiento instantáneo es proporcional a la diferencia entre la talla máxima L_∞ y la talla actual del individuo. Es decir: $\frac{dl}{dt} = r \cdot (L_\infty - l)$. El crecimiento de los individuos es máximo cuando su talla es mínima y nulo cuando llega a la talla máxima. Aplicando separación de variables a la ecuación anterior y definiendo como t_0 el momento teórico en el que el individuo tiene talla 0 se obtiene:

$$\int_0^{L(t)} \frac{dl}{r(L_\infty - l)} = \int_{t_0}^t dt$$

Integrando la ecuación anterior y despejando $L(t)$ obtenemos la ecuación de Von Bertalanffy: $L(t) = L_\infty \cdot (1 - e^{-r(t-t_0)})$.

Modelo de Gompertz

Este modelo asume que la tasa de crecimiento decrece exponencialmente con la edad del pez y es proporcional a la talla del individuo. El crecimiento descrito por esta ecuación es lento tanto en edades tempranas como adultas.

$$\frac{dl}{dt} = r \cdot l \cdot e^{-k \cdot t}$$

Aplicando separación de variables y definiendo L_∞ como la talla de los individuos en el infinito se obtiene:

$$\int_{L(t)}^{L_\infty} \frac{1}{l} \cdot dl = r \cdot \int_t^\infty e^{-k \cdot t} \cdot dt$$

Integrando la ecuación anterior y despejando $L(t)$ obtenemos la ecuación de crecimiento de Gompertz: $L(t) = L_\infty e^{-\frac{r}{k} e^{-k \cdot t}}$.

En la figura 2 se muestran 4 ajustes diferentes a datos de edad y talla del stock de merluza del norte. Para hacer el ajuste en todos los casos se asumió un error multiplicativo log-normal: $L_i(t) = L(t) \cdot \varepsilon^{\mu_i}$, $\mu \sim \mathbf{N}(0, \sigma)$, donde $L_i(t)$ es la talla observada y $L(t)$ es la talla correspondiente a un individuo de edad t bajo el modelo de crecimiento considerado. Para obtener los parámetros se maximizó el logaritmo de la función de verosimilitud:

$$\frac{n}{2} \ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right) - \sum_{i=1}^n \frac{(\ln(L_i) - \ln(L(t_i)))^2}{2\sigma^2}$$

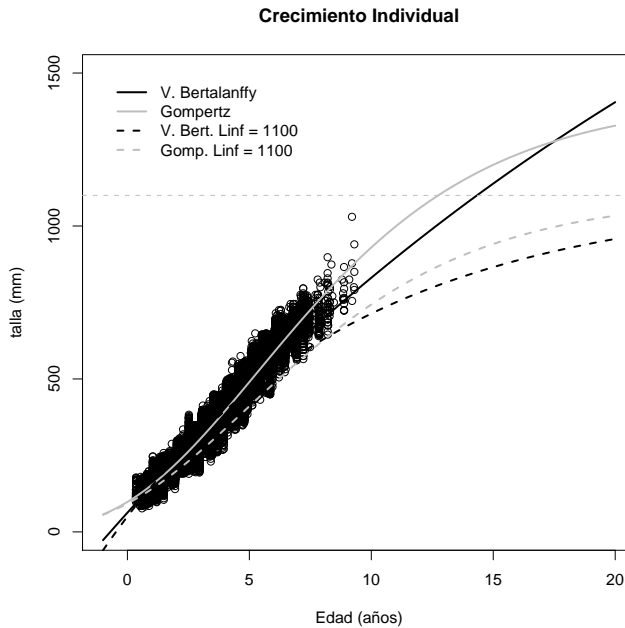


Figura 2: Ajuste de los modelos de crecimiento de Von Bertalanffy y de Gompertz a datos de edad y talla del stock de Merluza del Norte. Las líneas continuas corresponden a los ajustes en los que se estiman todos los parámetros y las líneas discontinuas a ajustes en los que se fija $L_{\infty} = 110$ cm. Las líneas negras corresponden con modelos de Von Bertalanffy y las grises con modelos de Gompertz.

En dos de los ajustes se utilizaron los dos modelos de crecimiento estimando los tres parámetros de los modelos y en otros dos se fijó el parámetro L_{∞} en 110 cm. La razón de fijar este parámetro fue que en la muestra usada para el ajuste no se disponía de individuos grandes por lo que el parámetro L_{∞} obtenido no se correspondía con la talla máxima observada en otras muestras.

model	Linf	r	t0	K	sigma	AIC
Gompertz	1420	0.4928	NA	0.1843	0.1169	-32312
Gompertz	1100	0.5512	NA	0.2226	0.1182	-31805
V.Bertalanffy	2876	0.0314	-0.7156	NA	0.1278	-28351
V.Bertalanffy	1100	0.0999	-0.4668	NA	0.1402	-24223

Tabla 1: Parámetros de crecimiento para los modelos de crecimiento individual en talla de Gompertz y de Von Bertalanffy, ajustados a toda la población y a la población de hembras y de machos por separado.

En la tabla 1 se muestran los parámetros y el criterio para la elección de modelos AIC. Según este criterio a menor valor AIC mejor es el ajuste. En

este caso el mejor ajuste se obtiene con el modelo de Gompertz al dejar libres todos los parámetros. De hecho el ajuste de Von Bertalanffy a todos los parámetros estima una L_∞ más de dos veces mayor a la observada en la realidad.

La figura 3 y la tabla 2 corresponden con el ajuste de los dos modelos a las hembras y machos por separado.

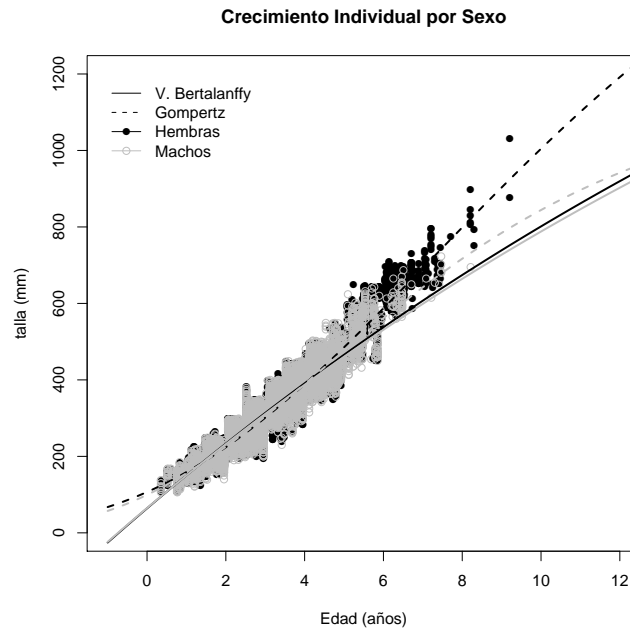


Figura 3: Modelos de crecimiento por sexo. Los puntos negros y líneas corresponden a las hembras y los grises a los machos. Las líneas continuas representan los ajustes del modelo de Von Bertalanffy y las discontinuas el de Gompertz.

data	model	Linf	r	t0	K	sigma	AIC
Hem.	Gomp.	1963	0.4277	NA	0.1469	0.1094	-8181
Mac.	Gomp.	1174	0.4972	NA	0.2013	0.1102	-9605
Hem.	V.Bert.	3122	0.0284	-0.7158	NA	0.1266	-7004
Mac.	V.Bert.	2231	0.0403	-0.7234	NA	0.1155	-9045

Tabla 2: Parámetros de crecimiento para los modelos de crecimiento individual en talla de Gompertz y de Von Bertalanffy, ajustados a toda la población y a la población de hembras y de machos por separado.

Los ajustes de los modelos de Von Bertalanffy obtenidos para hembras y para machos fueron similares, mientras que los de Gompertz se vieron significativamente afectados por el sexo de los individuos. La diferencia se apreció

sobre todo en el parámetro L_∞ que resultó mayor para las hembras. Según el criterio AIC tanto para hembras como para machos el mejor ajuste se obtuvo con el modelo de Gompertz, si bien en el caso de los machos la diferencia entre ambos ajustes fue menor.

2.2. Modelos de talla peso

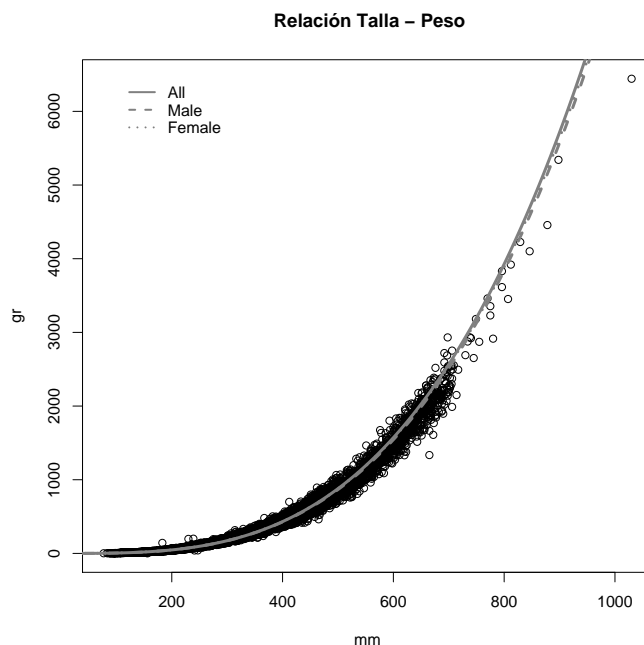


Figura 4: Relación talla peso. La línea continua representa el ajuste a toda la población, la discontinua el ajuste a la población de machos y la de punto a la de hembras.

También es de gran utilidad la relación entre el peso y la talla de los peces. Por ejemplo cuando se conoce la distribución por talla en peso total y se quiere conocer la distribución en número. El modelo más común viene dado por: $W = a \cdot L^b$.

Normalmente b es cercano a 3. De hecho a la hora de describir la fisonomía de un pez se distinguen tres grupos dependiendo del valor que toma b en la relación talla peso.

- $b = 3$. Crecimiento simétrico o isométrico (ley del cubo). Las proporciones corporales se mantienen constantes en el tiempo (ancho, largo y alto).
- $b < 3$. Crecimiento alométrico negativo. El pez se hace más alargado con la edad.
- $b > 3$. Crecimiento alométrico positivo. El pez se hace más redondo con la edad.

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación se obtiene un modelo lineal. Asumiendo normalidad en los residuos del modelo se obtienen fácilmente las estimas de a y b . En la figura 4 se muestra el ajuste a los datos de talla peso del stock de Merluza del Norte. El ajuste se hizo primero utilizando todos los datos y luego por sexo. Como se aprecia en la figura, las diferencias entre los tres ajustes fueron mínimas. El parámetro b fue estimado igual a 3,18, es decir las merluzas, a pesar de tener apariencia alargada, con la edad se van haciendo más redondas.

2.3. Modelos de crecimiento poblacional estructurados por edad

Lo que realmente interesa a la hora de gestionar el recurso es conocer cuantos individuos hay en la población y también cuantos ha habido históricamente para así poder definir un nivel óptimo basándonos en el pasado. Los modelos de dinámica poblacional más simples no distinguen entre la talla o edad de los individuos, pero debido a que las características biológicas dependen normalmente de estos factores muchas veces se considera esencial conocer la estructura de la población. Por ejemplo la disminución en el número de individuos reproductores puede poner en riesgo la supervivencia de un stock. Los modelos estructurados más comunes son los modelos estructurados por edad.

En 1911 Sharpe y Lotka (ver [10]) y en 1927 McKendrick (ver [7]) introdujeron la edad en los modelos de dinámica de poblaciones. Estos modelos consideran que la población puede ser descrita en función del tiempo y de la edad de los individuos que la forman.

Se denota por $n(a, t)$ la densidad de individuos en la población de edad a en el instante t . El modelo de Sharpe-Lotka-McKendrick viene dado por:

$$\frac{\partial n}{\partial t}(a, t) + \frac{\partial n}{\partial a}(a, t) = -\mu(a)n(a, t) \quad a > 0, t > 0 \quad (4.1)$$

Veamos como se deriva la ecuación anterior. Sharpe y McKendrick consideraron $\mu = \mu(a)$, pero la derivación del modelo es válida para cualquier μ . Definimos $N(t)$ como el número de individuos entre las edades a_0 y a_1 , es decir:

$$N(t) = \int_{a_0}^{a_1} n(a, t) da \quad (4.2)$$

La derivada de N es por definición:

$$\frac{dN}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t}$$

Los individuos cuya edad está en (a_0, a_1) en el instante $t + \Delta t$, son aquellos cuya edad estaba entre $(a_0 - \Delta t, a_1 - \Delta t)$ en el instante t y no han muerto

durante $(t, t + \Delta t)$. Luego:

$$\begin{aligned} N(t + \Delta t) &= \int_{a_0}^{a_1} n(a, t + \Delta t) da = \\ &= \int_{a_0 - \Delta t}^{a_1 - \Delta t} n(a, t) da - \int_t^{t + \Delta t} \int_{a_0 - \Delta t}^{a_1 - \Delta t} \mu(a) n(a, \tau) da d\tau \end{aligned}$$

Sustituyendo esto en la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left(\int_{a_0 - \Delta t}^{a_0} n(a, t) da - \int_{a_1}^{a_1 - \Delta t} n(a, t) da \right. \\ &\quad \left. - \int_t^{t + \Delta t} \int_{a_0 - \Delta t}^{a_1 - \Delta t} \mu(a) n(a, \tau) da d\tau \right) \end{aligned}$$

Aplicando el teorema del valor medio para integrales al primer y al segundo término de la igualdad anterior y definiendo como $f(t, \Delta t)$ el valor de la integral interior del tercer término, queda:

$$\frac{dN}{dt} = n(a_0, t) - n(a_1, t) - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t + \Delta t} f(t, \Delta t) dt$$

Si μ y n son funciones continuas en a , f también lo es, y entonces podemos aplicar el teorema del valor medio también al tercer término, luego:

$$\frac{dN}{dt} = n(a_0, t) - n(a_1, t) - \int_{a_0}^{a_1} \mu n(a, t) da$$

A los dos primeros términos les aplicamos el teorema fundamental del cálculo integral y entonces nos queda:

$$\frac{dN}{dt} = - \int_{a_0}^{a_1} \frac{\partial n}{\partial a} da - \int_{a_0}^{a_1} \mu n da$$

Por otro lado, derivando respecto de t el término de la izquierda de la ecuación (4.2) y igualando con lo anterior nos queda que:

$$\int_{a_0}^{a_1} \frac{\partial n}{\partial t} da = \int_{a_0}^{a_1} \frac{\partial n}{\partial t} da - \int_{a_0}^{a_1} \mu n da$$

Luego:

$$\int_{a_0}^{a_1} \left[\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial a} + \mu n \right] da = 0$$

Y esto para todo a_0 y a_1 luego:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial a} + \mu n = 0$$

Y hemos llegado así a la ecuación (4.1). Nos falta ahora definir las condiciones inicial y de contorno. La condición de contorno, conocida en estos modelos como ecuación de natalidad o reclutamiento, es como su nombre indica, la que describe la entrada de nuevos individuos de edad 0 a la población. Si definimos $\beta(a)$ como la productividad instantánea de un individuo de edad a , una posible función de natalidad viene dada por:

$$n(0, t) = \int_0^{+\infty} \beta(a)n(a, t)da$$

El modelo con las condiciones iniciales y de contorno de Sharpe-Lotka-McKendrick se escribe entonces:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial a} = -\mu(a)n(a, t) \quad a > 0, t > 0. \quad (4.3a)$$

$$n(a, 0) = n_0(a) \quad a \geq 0. \quad (4.3b)$$

$$n(0, t) = \int_0^{+\infty} \beta(a)n(a, t)da \quad t > 0. \quad (4.3c)$$

Un método para encontrar soluciones de ecuaciones lineales en derivadas parciales de primer orden, es encontrar curvas en el plano a lo largo de las cuales la ecuación (4.3a) se reduzca a una ecuación diferencial ordinaria. Si consideramos curvas $\phi(s) = (a(s), t(s))$ y definimos $N(s) = n(a(s), t(s))$ se tiene que:

$$\frac{dN}{ds}(s) = \frac{dn}{ds}(a(s), t(s)) = \frac{\partial n}{\partial a} \frac{da}{ds} + \frac{\partial n}{\partial t} \frac{dt}{ds}.$$

Considerando entonces curvas en las que se cumpla:

$$\frac{da}{ds} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{dt}{ds} = 1$$

La ecuación (4.3a) queda reducida a la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dN}{ds}(s) = -\mu(a(s))N(s)$$

Si (a_0, t_0) es un punto del primer cuadrante y definimos $N_0 = n(a_0, t_0)$. Considerando la curva característica $\phi(s) = (a_0 + s, t_0 + s)$ donde $s \geq -a_0$, se tiene que:

$$\int_{N(a_0)=N_0}^{N(s)} \frac{dN}{N} = - \int_0^s \mu(a_0 + r)dr = - \int_{a_0}^{a_0+s} \mu(r)dr$$

Luego:

$$\ln \left(\frac{N(s)}{N_0} \right) = - \int_{a_0}^{a_0+s} \mu(r)dr$$

Aplicando exponentes en ambos lados: $N(s) = N_0 e^{-\int_{a_0}^{a_0+s} \mu(r) dr}$. Así conociendo el valor de $N(s)$ a lo largo de una curva que interseque con cada una de las rectas características tendríamos una solución única de la ecuación (4.3a).

Sea (a, t) un punto cualquiera del primer cuadrante. Si el punto está debajo de la diagonal $a = t$, es decir si $a > t$, cogiendo $t_0 = 0$ y $a_0 = a - t$, para $s = t$ tenemos que:

$$n(a, t) = n(a_0 + t, t) = N(t) = N_0 e^{-\int_{a-t}^a \mu(r) dr} = \frac{\pi(a)}{\pi(a-t)}$$

La función $\pi(a) = e^{-\int_0^a \mu(r) dr}$ representa la probabilidad de que un individuo llegue a tener edad a . El valor de N_0 viene dado en este caso por la condición inicial (4.3b), luego para $a > t$ se tiene que:

$$n(a, t) = N_0 e^{-\int_{a_0}^t \mu(a_0+r) dr} = n_0(a-t) \frac{\pi(a)}{\pi(a-t)} \quad (4.4)$$

Consideremos ahora (a, t) tal que $a < t$. Tomando $(a_0, t_0) = (0, t - a)$ y $N_0 = n(0, t - a)$ se tiene entonces que:

$$n(a, t) = n(a, t_0 + a) = N(a) = N_0 e^{-\int_0^a \mu(r) dr} = n(0, t - a) \pi(a) \quad (4.5)$$

Sustituyendo el valor de $n(a, t)$ obtenido en las dos ecuaciones anteriores en la condición de contorno (4.3c), obtenemos la ecuación integral de renovación utilizada en demografía:

$$B(t) = n(0, t) = \int_0^t \beta(a) n(0, t - a) \pi(a) ds + \int_t^\infty n_0(a - t) \frac{\pi(a)}{\pi(a - t)} ds \quad (4.6)$$

Esta ecuación fue analizada por primera vez en 1922 por Lotka (ver [6]). Si conociéramos las soluciones de esta ecuación, a través de las ecuaciones (4.4) y (4.5) tendríamos una solución del modelo (4.3):

$$n(a, t) = \begin{cases} n_0(a - t) \frac{\pi(a)}{\pi(a - t)} & \text{si } a \leq t. \\ B(t - a) \pi(a) & \text{si } a > t. \end{cases}$$

El modelo (4.3) se ha ido generalizando a lo largo del tiempo, en 1974 Gurtin y MacCamy (ver [4]) introdujeron la densodependencia en las tasas de mortalidad y natalidad. Es lógico que debido a la limitación de alimento y otras causas las tasas de mortalidad y natalidad de una especie sean dependientes del número total de individuos de la especie en cada instante, $N(t)$. El modelo no-lineal planteado por Gurtin y MacCamy se escribe:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial a} = -\mu(a, N(t))n(a, t) \quad a > 0, t > 0. \quad (4.7a)$$

$$n(a, 0) = n_0(a) \quad a \geq 0. \quad (4.7b)$$

$$n(0, t) = \int_0^{+\infty} \beta(a, N(t))n(a, t) da \quad t > 0. \quad (4.7c)$$

$$(4.7d)$$

Donde $N(t) = \int_0^{\infty} n(a, t) da$ representa el número total de individuos en la población en el instante t .

Modelos estructurados por edad en pesca

El modelo poblacional estructurado por edad más usado en la evaluación de recursos pesqueros es el Análisis de Población Virtual, más conocido como VPA (en inglés, *Virtual Population Analysis*). El VPA utiliza las llamadas ecuación de captura y ecuación de supervivencia para reconstruir la población dada la captura por edad que conocemos.

La ecuación de supervivencia se deriva de la ecuación diferencial ordinaria que describe el cambio en el número de individuos de una misma cohorte (individuos de la misma edad) a lo largo del tiempo:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = -Z_i(t)N_i(t)$$

Donde N_i representa el número de individuos de la cohorte i , y Z_i la tasa de mortalidad instantánea de los mismos. La tasa de mortalidad se descompone en mortalidad natural M_i y en mortalidad por pesca F_i , es decir, $Z_i = M_i + F_i$. Integrando la ecuación anterior por partes desde el instante t_1 al instante t_2 , donde $t_1 < t_2$, y suponiendo que la tasa mortalidad es constante en ese intervalo, se obtiene la ecuación de supervivencia: $N_i(t_2) = N_i(t_1)e^{-Z_i(t_2, t_1)(t_2 - t_1)}$. Tomando intervalos de un año: $N_{i,y} = N_{i,y-1}e^{-Z_{i,y-1}}$. El número total de individuos que mueren en el intervalo de tiempo $(y, y+1)$ es $N_i(y)(1 - e^{-Z_{i,y}})$ y la fracción de los que mueren debido a la pesca es $\frac{F_{i,y}}{M_{i,y} + Z_{i,y}}$, luego la captura de individuos de la cohorte i en el año y viene dada por:

$$C_{i,y} = \frac{F_{i,y}}{M_{i,y} + Z_{i,y}} N_{i,y} (1 - e^{-Z_{i,y}})$$

Esta ecuación se conoce como ecuación de captura.

El VPA consiste en rellenar una matriz de número de individuos por edad haciendo uso de las dos ecuaciones anteriores. La mortalidad natural se

considera conocida y normalmente constante a lo largo del tiempo y edad. En algún caso se tienen estimas de la misma a partir de experimentos, como pueden ser estudios de marcado pero normalmente el valor de la mortalidad natural se elige un tanto arbitrariamente. La edad se considera finita y los individuos mayores de una cierta edad A se acumulan en un mismo grupo, conocido comúnmente como grupo plus.

$$\begin{pmatrix} N_{1,1} & N_{1,2} & \dots & N_{1,n} \\ N_{2,1} & \dots & \dots & N_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{A,1} & \dots & \dots & N_{A,n} \end{pmatrix}$$

Conociendo las mortalidades por pesca del primer año para todas las edades y de la primera edad para todos los años y teniendo datos de captura por edad para toda la serie, utilizando las ecuaciones de captura y supervivencia se pueden calcular fácilmente el número de individuos por edad para todos los años. Si por el contrario se conocen las mortalidades del último año y la del grupo plus para todos los años dando la vuelta a las ecuaciones y utilizando datos de captura se obtienen los números de individuos por edad. El primer algoritmo es conocido como *forward VPA* y el segundo y más utilizado como *backward VPA*.

El problema es como hallar los valores iniciales o finales de la mortalidad por pesca. Para encontrar los valores de las mortalidades por pesca se utilizan índices de abundancia, series temporales de datos que se consideran proporcionales a la abundancia de una cierta edad, es decir: $I_{y,a} = \beta \cdot N_{a,y}$. Estos índices se obtienen mediante campañas de investigación o de los datos de captura y esfuerzo de ciertas flotas. Los distintos modelos VPA difieren principalmente en el método estadístico utilizado para encontrar las mortalidades por pesca utilizando los índices de abundancia. Dos de los algoritmos VPA más utilizados en la evaluación de recursos pesqueros son el XSA (eXtended Survivors analysis, ver [11]) y el ADAPT (ADAPTive framework for the estimation of population size, ver [3]).

2.4. Modelos de stock-reclutamiento

Otros modelos básicos en la gestión pesquera son los modelos que relacionan el stock con el reclutamiento. Estos modelos son clave en la gestión pesquera ya que tanto los puntos de referencia límite como los puntos de referencia objetivo suelen estar basados en esta relación. El reclutamiento representa al grupo de individuos de una misma edad que resultan accesibles a la pesquería, que aunque suele coincidir con los individuos de edad 0, en general no tiene por que ser así. Hay peces que no son pescados hasta que

tienen una cierta edad por lo que no se tiene información de los individuos más jóvenes en cuyo caso el reclutamiento se considera igual al primer grupo de edad explotado. Como medida del stock lo normal es tomar la biomasa total reproductora, que se calcula multiplicando el número total de individuos por edad, por su peso medio y la proporción de maduros y sumando a lo largo de las edades.

Los dos modelos más utilizados a la hora de modelar la relación stock-reclutamiento son el modelo de Beverton y Holt (ver [1]) y el modelo de Ricker (ver [9]). La formulación más conocida para el modelo de Beverton y Holt es la siguiente: $R = \frac{\alpha S}{\beta + S}$, donde R representa el reclutamiento producido por S y S representa la cantidad de stock reproductor. Este modelo tiene una asíntota horizontal en α cuando S tiende a infinito, es decir α representa el reclutamiento máximo. β representa el stock reproductor necesario para producir un reclutamiento igual a $\beta/2$.

La formulación más conocida del modelo de Ricker se escribe: $R = \alpha S e^{-\beta S}$. En este caso α representa el reclutamiento por unidad de stock reproductor cuando el nivel del stock reproductor es bajo y $S = \frac{1}{\beta}$ es la cantidad de stock reproductor que produce el reclutamiento máximo $\frac{\alpha}{\beta \cdot e}$. Después de alcanzar el reclutamiento máximo en $S = \frac{1}{\beta}$ el reclutamiento empieza a decrecer y tiende a cero cuando S tiende a infinito.

Aunque estas dos relaciones de stock reclutamiento tienen sentido biológico los ajustes a los datos disponibles no suelen ser muy buenos debido a la poca variabilidad y la mala calidad de los datos. Por ello se suele utilizar el siguiente modelo conocido como modelo de regresión segmentada. Este modelo ajusta un modelo lineal con intercepto igual a cero y un punto de corte a partir del cual el reclutamiento es constante.

$$R_y = \begin{cases} \alpha \cdot S, & S < S_0. \\ \alpha \cdot \beta, & S > S_0. \end{cases}$$

3. Gestión de merluza del norte

El stock norte de la Merluza Europea es una de las especies más importante para la flota vasca de altura. A principios de los 90 se observó un fuerte descenso en el nivel de biomasa reproductora por lo cual se establecieron un plan de emergencia con el objetivo de proteger a los juveniles y un plan de recuperación cuyo objetivo era incrementar la biomasa reproductora por encima del nivel de precaución B_{pa} . Las evaluaciones llevadas a cabo desde 2007 indican que el nivel de reproductores está por encima de B_{pa} por lo que actualmente se está estudiando la viabilidad de diferentes estrategias de

gestión a largo plazo para este stock.

3.1. Evaluación del stock

El stock de la Merluza del Norte se evalúa con el modelo estructurado por edad XSA (ver [11]). En la figura 5 se muestran las estimas obtenidas para los números por edad y la mortalidad pesquera por edad desde 1978 a 2006. En el gráfico correspondiente a los números por edad, las cohortes (grupo de individuos de la misma edad) que tuvieron un fuerte reclutamiento se siguen fácilmente año tras año. En el gráfico de mortalidad pesquera es destacable la alta mortalidad en las edades siete y ocho en la década de los noventa. La mortalidad pesquera, en el reclutamiento, edad 0, es nula pues no se incluye en la matriz de capturas y la estimación se basa solamente en los índices de abundancia.

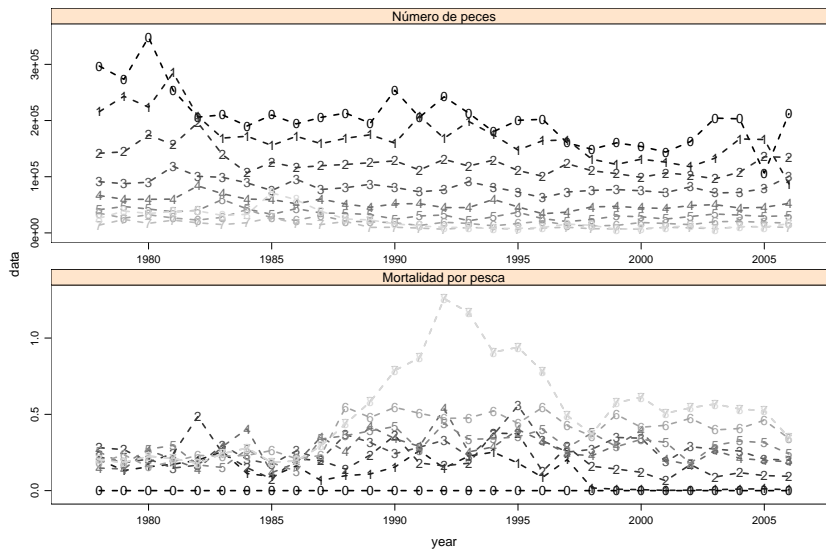


Figura 5: Estimaciones de números por edad y mortalidad pesquera por edad. Los números de las líneas corresponden con la estimación de esa misma edad y cuanto más oscura la línea más joven el grupo de edad al que representa.

Aunque las estimaciones se obtienen por edad la gestión del recurso se basa en dos indicadores, la biomasa reproductora, fracción madura del stock en peso, y la mortalidad por pesca de referencia, la media de la mortalidad por pesca para las edades 2 a la 6. En la figura 6 se observa la caída de la biomasa reproductora a finales de los ochenta y una suave recuperación de la misma en los últimos años. En 2006 la biomasa reproductora alcanzó el nivel de precaución B_{pa} . La mortalidad pesquera se situó alrededor del punto límite en la década de los noventa y en el último año de estimación, 2006, está ligeramente por debajo del punto de precaución F_{lim} .

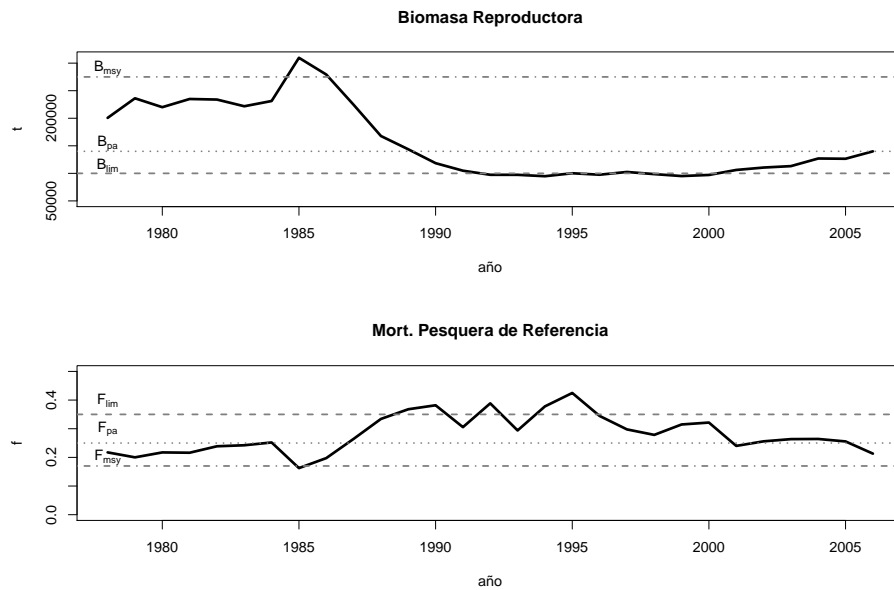


Figura 6: Biomasa reproductora y mortalidad por pesca de referencia.

En la figura 7 se muestran los pares de biomasa reproductora y mortalidad por pesca sobre el marco de gestión precaucionario. Se observa como en los noventa el stock se situaba en el límite de la zona de riesgo y que en los últimos años se ha acercado al límite de precaución. El objetivo de gestión para este stock es ahora tomar medidas para que alcance el punto de rendimiento máximo sostenible (F_{msy} , B_{msy}).

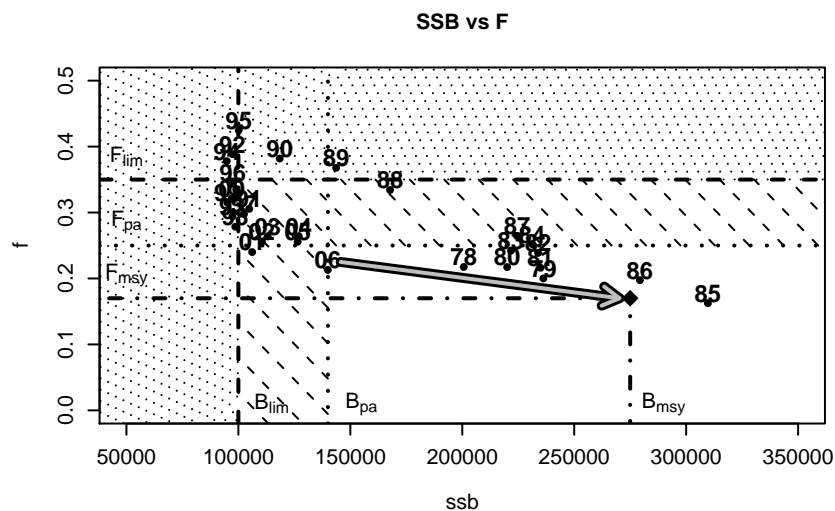


Figura 7: Evolución del stock dentro del marco de precaución.

Con las estimas de reclutamiento y biomasa reproductora se ajustaron las relaciones de stock-reclutamiento que se muestran en la figura 8. Se ajustaron cuatro modelos, el de Beverton y Holt, el de Ricker, el de regresión segmentada y el de regresión segmentada fijando el punto de corte en B_{lim} . Los pares de stock y reclutamiento no tienen mucha variabilidad por lo que los ajustes no son demasiado buenos. El modelo de Beverton y Holt se ve muy influenciado por los reclutamientos grandes y sobreestima la mayoría de los puntos.

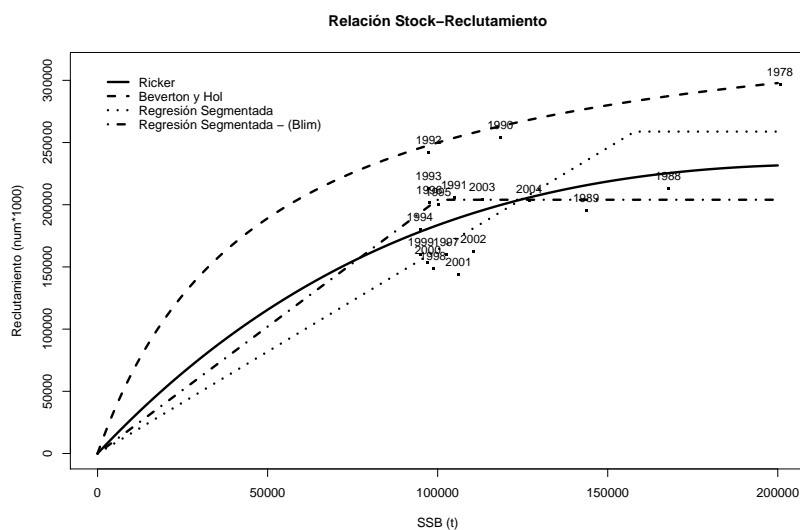


Figura 8: Ajuste de diferentes modelos de stock-reclutamiento a las estimas de reclutamiento y stock reproductor. La línea continua corresponden con el modelo de Ricker, la discontinua con el de Beverton y Holt, la de puntos con la regresión segmentada y la de puntos y rayas con la regresión segmentada con punto de corte en B_{lim} .

3.2. Evaluación de estrategias de gestión

Actualmente se están llevando a cabo diferentes estudios para evaluar posibles planes de gestión a largo plazo para la Merluza del norte. El objetivo es llevar a la población a niveles de rendimiento máximo y sostenible. La evaluación de estrategias de gestión se lleva a cabo mediante simulación donde se consideran las principales incertidumbres tanto en el stock como en el proceso de gestión. En la simulación se simulan tanto el stock como la pesquería y el proceso de gestión como se muestra en la figura 9. El algoritmo de simulación se divide en dos módulos, el módulo encargado de simular la población real, el stock y la pesquería, y el módulo encargado de simular el

proceso de gestión que actúa sobre una población observada del stock y de la pesquería.

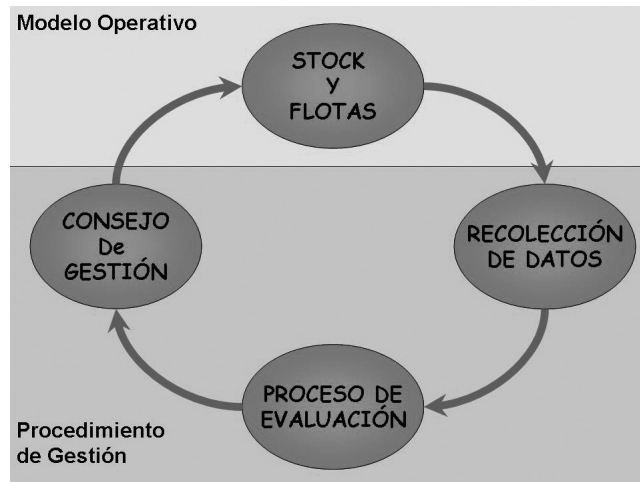


Figura 9: Diagrama del marco de evaluación de estrategias de gestión.

El modelo operativo simula el stock, la pesquería y la interacción entre ambos a través de la captura. Año tras año en la simulación el reclutamiento se simula mediante la relación stock-reclutamiento elegida y el resto de grupos de edades se lleva hacia delante usando la ecuación de supervivencia descrita en la sección anterior. La pesquería se simula utilizando la ecuación de captura calculando en cada paso el esfuerzo necesario para pescar una cierta captura dado el estado del stock. Como la relación stock reclutamiento es bastante incierta y influye mucho en la simulación se suelen simular escenarios con las mismas propiedades excepto la relación stock-reclutamiento.

En el proceso de gestión se simulan los principales pasos que se dan en la gestión de los stocks en la realidad. Primero se simula la recolección de datos simulando también los errores en los datos si se considera que este error tiene gran influencia en la estima del estado del stock. Por ejemplo se puede considerar que la captura por edad no es estimada con precisión debido al tamaño muestral de las edades y las tallas y el error en la asignación de edades. Luego los datos simulados se usan para ajustar el modelo de evaluación XSA y se obtiene una estima (población observada) de la población real simulada. A esta población observada se le aplica luego una regla de control de pesca que nos da el consejo de gestión. Normalmente el consejo de gestión se da en términos de captura máxima permitida, conocido como TAC (*Total Allowable Catch*). Esta captura es la que se utiliza posteriormente en el modelo operativo para condicionar la ecuación de captura y obtener así el esfuerzo realizado por la pesquería y la mortalidad pesquera.

Partiendo de una población inicial aleatoria el modelo operativo y el proceso de gestión se iteran año tras año e iteración por iteración. De esta manera se obtienen series temporales simuladas del stock y pesquería bajo cierta regla de control de pesca.

A continuación se presentan diferentes escenarios para la evaluación de estrategias de gestión de la Merluza del Norte. El algoritmo utilizado hace uso de las librerías FLR orientadas a la gestión pesquera (ver [5]). Estas librerías están desarrolladas dentro del paquete estadístico R (ver [8]) y están orientadas a la exploración de datos, la modelización y la gestión de sistemas pesqueros, aunque muchos de los métodos desarrollados son aplicables en otros ámbitos. El algoritmo utilizado está detallado en [2].

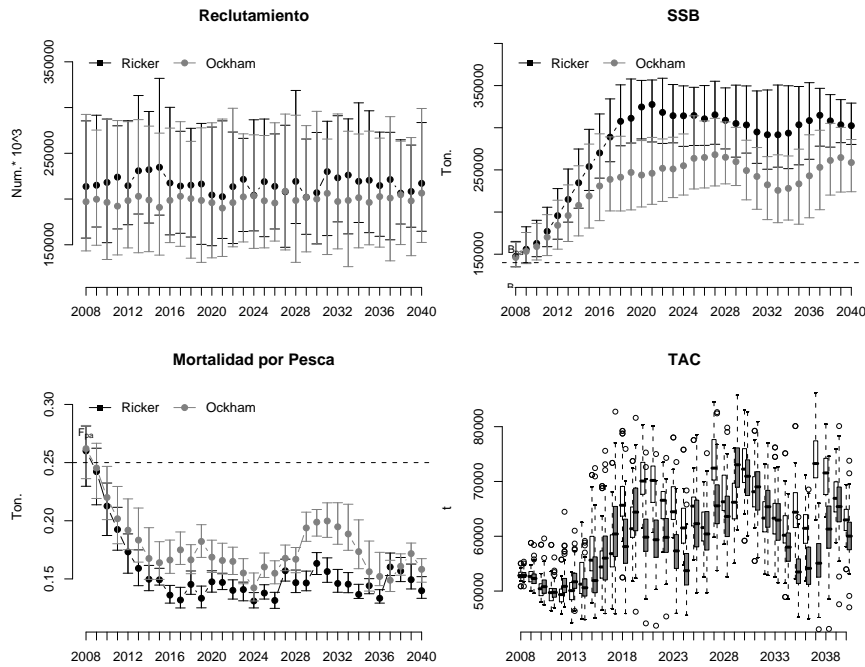


Figura 10: Series temporales de reclutamiento, biomasa reproductora, mortalidad por pesca y TAC obtenidas usando las relaciones de stock-reclutamiento de Ricker y de regresión segmentada con punto de corte B_{lim} . En los tres primeros gráficos los puntos corresponden con la mediana de las 100 iteraciones y los extremos de las líneas verticales con los intervalos de confianza del 5% y 95%. El cuarto gráfico es el gráfico de cajas de la captura máxima permitida.

En la figura 10 se presentan los principales indicadores de la población obtenidos usando dos relaciones de stock-reclutamiento diferentes, la de Ricker y la de regresión segmentada con punto de corte en B_{lim} . La regla de control de pesca se basa en alcanzar una mortalidad pesquera objetivo igual

a F_{msy} con variaciones anuales máximas de un 10 %. El consejo de gestión sin embargo se da en términos de captura transformando la mortalidad pesquera en captura mediante la ecuación de captura descrita anteriormente. La simulación comienza con una población aleatoria en 2007 y la proyecta hasta 2040. La población inicial tiene 100 iteraciones y se obtuvo iterando el ajuste del XSA 100 veces. En cada iteración se introducía un error en los índices de abundancia utilizados para el ajuste para obtener así iteraciones diferentes. Los reclutamientos obtenidos son más bajos cuando se usa la relación segmentada pero la variabilidad alrededor de la mediana es similar. El stock reproductor es similar en el corto plazo pero en el medio y largo plazo es más bajo en el escenario del modelo segmentado. Pero lo importante es que en ambos casos el stock reproductor está bien por encima del nivel de precaución B_{pa} y la probabilidad de estar por debajo del mismo es 0. La mortalidad pesquera baja gradualmente en ambos escenarios en el corto plazo hasta alcanzar niveles alrededor del objetivo F_{msy} en 2015. A partir de ahí la mortalidad fluctúa alrededor del objetivo. La razón por la que no se consigue estar exactamente en el objetivo es que el consejo de gestión se da en base a una población observada que no es exactamente igual a la real. Por lo que al sustraer el TAC impuesto de la población real la mortalidad pesquera real correspondiente no se corresponde con la mortalidad pesquera objetivo. En el escenario de Ricker la mortalidad pesquera es generalmente menor y los intervalos de confianza son más estrechos. Los TACs obtenidos son similares en los dos escenarios aunque en algunos años el escenario de relación segmentada resulta en capturas significativamente más altas. Las capturas rondan las 65.000 toneladas un 20 % mayor a la de 2007.

En la figura 11 se muestran los resultados obtenidos en cuatro escenarios diferenciados por la regla de control de pesca utilizada. Las cuatro reglas de control difieren en la mortalidad de pesca objetivo pero la variación anual es en los cuatro casos de un 10 %. Las mortalidades pesqueras utilizadas son $0,8 \cdot F_{msy}$, F_{msy} , $1,2 \cdot F_{msy}$ y F_{pa} . En los cuatro casos la relación de stock-reclutamiento usada es la de regresión segmentada con corte en B_{lim} . Lo más reseñable es que el punto de referencia F_{pa} , como mortalidad pesquera objetivo, no es sostenible a largo plazo, en el 50 % de los casos el stock colapsa en el largo plazo. Las otras tres estrategias resultan en trayectorias paralelas de reclutamiento, stock reproductor y mortalidad pesquera. De hecho el reclutamiento es exactamente el mismo porque la biomasa reproductora en ninguno de los escenarios baja del punto de corte. Como era de esperar a mayor mortalidad pesquera objetivo mayor mortalidad pesquera real y menor biomasa reproductora. Las trayectorias del TAC en el corto y largo plazo son similares. Sin embargo en el medio plazo la estrategia $1,2 \cdot F_{msy}$ resulta en mayor captura frente a F_{msy} y por el contrario respecto a ese mismo escenario

$0,8 \cdot F_{msy}$ da menores capturas.

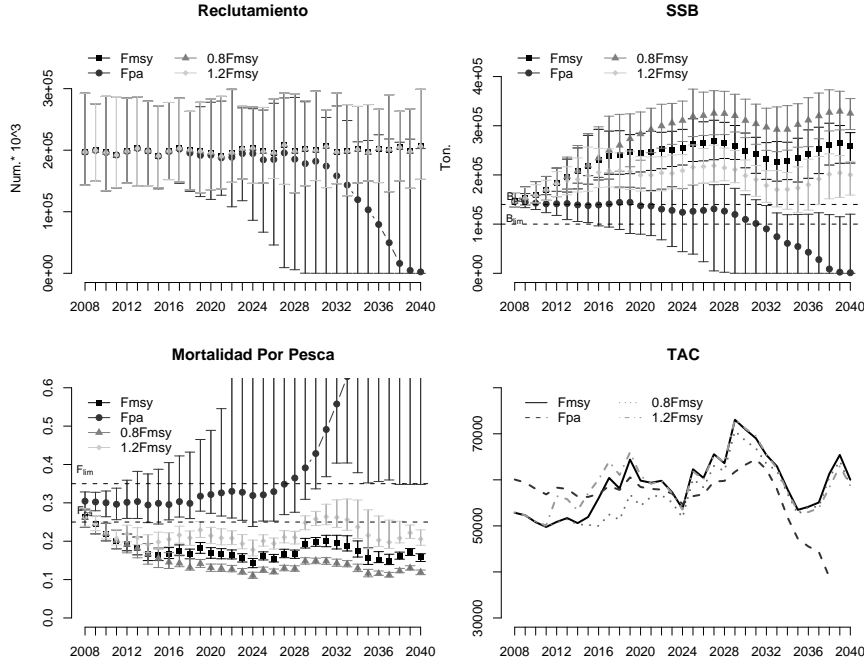


Figura 11: Series temporales de reclutamiento, biomasa reproductora, mortalidad por pesca y TAC obtenidas usando reglas de control de pesca con diferente mortalidad pesquera objetivo, $0,8 \cdot F_{msy}$, F_{msy} , $1,2 \cdot F_{msy}$ y F_{pa} . En los tres primeros gráficos los puntos corresponden con la mediana de las 100 iteraciones y los extremos de las líneas verticales con los intervalos de confianza del 5% y 95%.

En el cuarto gráfico se muestra la mediana de los TACs obtenidos.

En resumen,

- La estrategia de gestión basada en F_{msy} es robusta a las dos relaciones stock-reclutamiento consideradas.
- El punto de referencia F_{pa} no es sostenible a largo plazo.
- $0,8 \cdot F_{msy}$, F_{msy} , $1,2 \cdot F_{msy}$ son las tres sostenibles.
- En el largo plazo $0,8 \cdot F_{msy}$, F_{msy} , $1,2 \cdot F_{msy}$ dan similares capturas.
- En el medio plazo la estrategia más restrictiva podría suponer pérdidas en la pesquería respecto a las otras dos estrategias.
- Cuanto más estricta es la estrategia, mayores niveles de biomasa reproductora.

Bibliografía

[1] R.J.H. Beverton and S. Holt: *On the dynamics of exploited fish populations*, Springer-Verlag, New York, 1956.

- [2] D. García, S. Sanchez, R. Prellezo and M. Santurtun: Evaluation of Northern Hake and Southern Hake Recovery Plans, *Working Document presented in ICES WGHMM*, Vigo, ICES CM 2007/ACFM: 21, 2007.
- [3] S. Gavaris: An adaptive framework for the estimation of population size, *CAFSAC Research Document* **88129**, 1988.
- [4] M.E. Gurtin and R.C. MacCamy: Non-linear age-dependent population dynamics, *Arch. Ration. Mech. Anal.* **54** (1974), 281–300.
- [5] L.T. Kell, I. Mosqueira, P. Grosjean, J-M. Fromentin, D. García, R. Hillary, E. Jardim, S. Mardle, M.A. Pastoors, J.J. Poos, F. Scott and R.D. Scott: FLR: an open-source framework for the evaluation and development of management strategies, *ICES* **64** (4) (2007), 640–646.
- [6] A.J. Lotka: On the stability of the normal age distribution, *Proc. Nat. Acad. Sciences* **8** (1922), 339–345.
- [7] A.G. McKendrick: Applications of mathematics to medical problems, *Proc. Edin. Math. Soc.* (1926), 98–130.
- [8] R Development Core Team: *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2006, <http://www.R-project.org>.
- [9] W.E. Ricker: Handbook of computation for biological statistics of fish populations. Bulletin 119 of the Fisheries Resource Board, *Bulletin of the Fisheries Resource Board, Canada, Ottawa* **119** (1958), 247–285.
- [10] F.R. Sharpe and A.J. Lotka: A problem in age distribution, *Philosophical Magazine* (1911), 435–438.
- [11] J.G. Shepherd: Extended survivors analysis: An improved method for the analysis of catch-at-age data and abundance indices, *ICES Journal of Marine Sciences* **56** (1999), 584–591.
- [12] L. Von Bertalanffy: Quantitative laws in metabolism and growth, *Quarterly Review of Biology* **32** (1957), 217–231.

Dorleta García

Azti-Tecnalia

Txarramendi Ugarte s/n. 48395 Sukarrieta

e-mail: dgarcia@azti.es<http://www.azti.es>