



I.B. Sant Josep de Calassanç
Departament de Matemàtiques

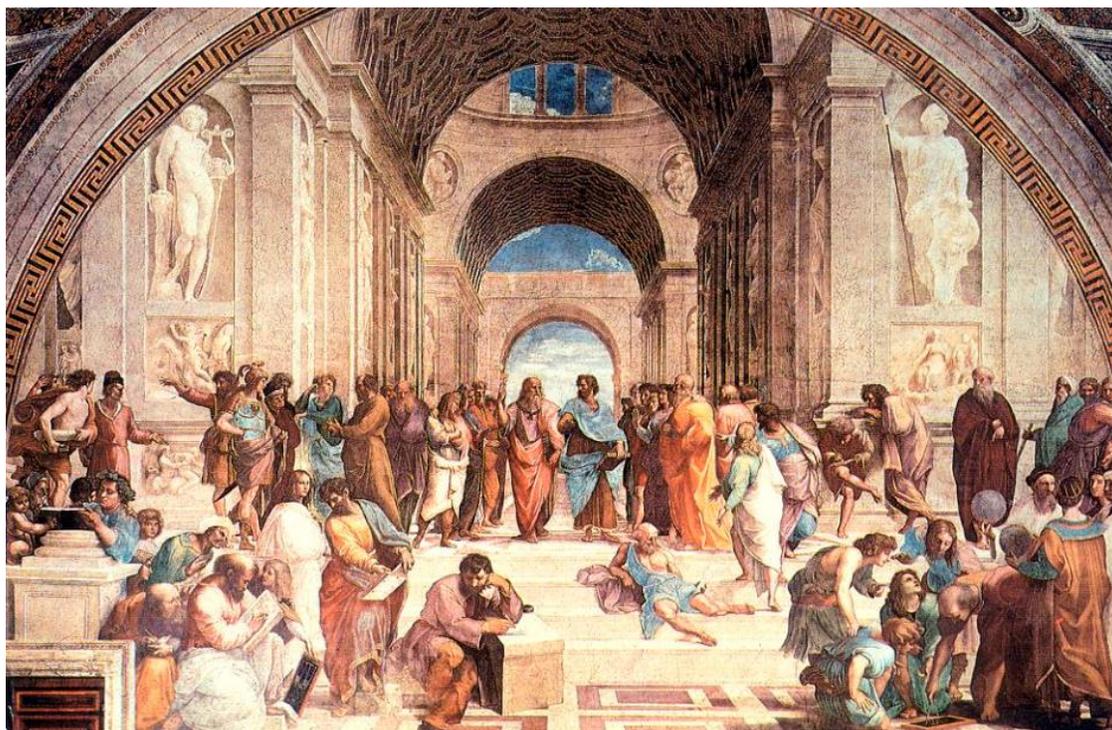
INAUGURACIÓN DEL CURSO ACADÉMICO 1995/96

Lección inaugural que versará sobre:

**LA MATEMÁTICA VERTEBRADORA DE
LA CULTURA**

a cargo de Pedro M. González Urbaneja

Catedrático de Matemáticas



Conferimos a las ciencias matemáticas el poder dialéctico de ascender de la caverna a la luz, de lo visible a lo inteligible, de los sentidos a la esencia, por medio de la inteligencia. Por ellas puede elevarse la mejor parte del alma a la contemplación del mejor de los seres: el Bien.

Platón. La República (532c).

Cultivé en mi juventud ante todo la Aritmética y la Geometría, porque se las tenía por las ciencias más simples y un camino para las demás.

Descartes. Reglas para la dirección del espíritu. (RIV.AT.X.374).

LA MATEMÁTICA VERTEBRADORA DE LA CULTURA

Sr. Director, compañeras, compañeros, alumnas y alumnos:

«La Ciencia es tanto un hábito de pensamiento como una forma de vida y las Matemáticas son tanto un aspecto de la Cultura como una colección de algoritmos».

C.B.Boyer (1949). *History of the Calculus and its conceptual development*, Dover, New York. p.VII.

Yo soy profesor de Matemáticas y de Informática, pero no os preocupéis, os prometo que en mi alocución no saldrán vectores, ni polinomios, ni ecuaciones, ni funciones, ni algoritmos.

Decía el decimosexto presidente de los Estados Unidos, Abraham Lincoln:

«He aprendido a pensar con lógica estudiando los Elementos de Euclides.»

Los *Elementos de Euclides*, escritos hacia el año 300 a.C., son una compilación enciclopédica de la Matemática griega elemental, que estuvo vigente como libro de texto en todas las escuelas del mundo, hasta hace unos cincuenta años. Después de la Biblia es el texto que más veces se ha editado. Pero quedamos en que no vamos a hablar propiamente de Matemáticas. Queremos describir el impacto que la Matemáticas ha producido, desde los albores de la humanidad, en su aplicación al mundo exterior a ella, al ser utilizada en el conocimiento y dominio de la naturaleza, en las actividades humanas de la vida cotidiana, en la manifestación artística o en la especulación filosófica. Intentaremos mostrar que la Matemática es un producto cultural de la racionalidad humana, que goza de tal singularidad que vertebra la Cultura. Por eso también comentaremos las relaciones de la Matemática con otras actividades, además de las mencionadas, como la educación, la política o la religión. Tras describir la incursión de la Matemática a lo largo de la historia en todos los confines del pensamiento y la cultura, la conclusión final será la constatación de que el mundo físico y social que nos ha tocado vivir está siendo matematizado aceleradamente a través de la utopía tecnológica que nos promete la Informática y que más vale estar en estado de vigilia sobre ello porque el abuso que el poder político y los grupos de presión podrían ejercer sobre el ciudadano, neutralizaría el presunto beneficio de una excesiva matematización del mundo.

Las concepciones matemáticas se formaron tras primitivos procesos intelectuales y sociales, cuyas raíces se remontan al lejano pasado, en pleno Neolítico, cuando el hombre en vez de limitarse a buscar y conservar el alimento, se convirtió en productor del mismo a través de la agricultura y la ganadería. Restos materiales de tales épocas muestran como ciertos trabajos hubieron de estimular el desarrollo de concepciones geométricas, tanto labores con tejidos, metales, arcilla, etc., como actividades artísticas. El hombre neolítico, aunque no debía disponer de mucho tiempo para el ocio, ante la necesidad imperiosa y perentoria de "*buscarse la vida*" con la pesca, la caza y la agricultura, desarrolló en su alfarería y cestería un arte en el dibujo y en el diseño que revela, sin duda, un interés por las relaciones geométricas de congruencias y simetrías, que están en la esencia de la Geometría elemental. Tanto Herodoto como Aristóteles no situaban el origen de la Geometría más allá de la civilización egipcia. Herodoto afirmaba que la Geometría se había originado en Egipto a partir de la necesidad práctica de recuperar las fronteras de los lindes de las tierras después de las periódicas inundaciones del Nilo. De hecho Geometría etimológicamente derivaría de la expresión "*medida de la tierra*". Para Aristóteles, en cambio, la Geometría tenía su origen en especulaciones y rituales de la clase sacerdotal ociosa. Ambos, Herodoto y Aristóteles, subestimaron la edad de la Geometría. El origen ritual de la Geometría tiene también su fundamento en el conocimiento geométrico primitivo de la India. Hubo todo un venerable saber, que entre los siglos VIII y II a.C., adoptó la forma de un cuerpo de doctrina conocido por el nombre de "*Sulvasutras*" o "*Manual de las reglas de la cuerda*". "*sulva*" es una palabra que se refiere a las cuerdas utilizadas para realizar mediciones, mientras que el término "*sutra*" hace referencia a un libro de reglas o aforismos relativos a un determinado ritual o ciencia. Los "*Sulvasutras*" hindúes eran unos manuales que detallaban prescripciones para la construcción ritual de altares de forma y tamaño determinados. Ciertos estudiosos han sugerido que ambas geometrías, la egipcia y la hindú, podrían derivar de una fuente común, una especie de protogeometría, vinculada a algunos ritos primitivos, es decir, el origen de la Geometría estaría en una secularización de prácticas rituales, del mismo modo en que la ciencia se desarrolló a partir de la mitología y la filosofía de la teología.

En síntesis, el origen y desarrollo de la Geometría puede haberse estimulado tanto por las necesidades prácticas de la construcción y de la agrimensura, como por el sentido estético de la belleza en el diseño de trajes, cestos y cerámica, y también por prácticas de ritualismo religioso. Lo que sí está claro es que el origen de la Geometría es anterior a las civilizaciones históricas del próximo, medio y lejano Oriente, que se desarrollaron a lo largo de los grandes valles fluviales de Egipto, Mesopotamia, India y China. En ellas la Matemática aparece como una práctica protocientífica de carácter empírico e inductivo, indispensable para la agricultura, la medición de la tierra, el comercio, la astronomía, la navegación, la tributación, la ingeniería, la arquitectura, la guerra, etc.

Siempre ha impresionado la magnificencia de las pirámides egipcias, para cuya construcción el pueblo egipcio debía disponer de un considerable cuerpo de conocimientos matemáticos. En las pirámides y en los templos

egipcios se encerraron los conocimientos científicos, muchos de ellos momificados, hasta que tras las campañas napoleónicas (recordemos la arenga de Napoleón a sus soldados: «*cinco mil años os contemplan*») como queriendo decir: «*aquí tenéis la eternidad hecha piedra*») se pudo ir revelando a nivel científico «*el secreto de la esfinge*». Por fortuna para el conocimiento de la cultura egipcia se dispone de una serie de papiros que han sobrevivido durante más de tres mil años. Uno de los más famosos y extensos es de contenido matemático: es el Papiro de Rhind (que lo compró en 1858 en una ciudad del Nilo), que se conserva en el *British Museum*, también conocido como Papiro de Ahmes, en honor del escriba que lo copió hacia el año 1650 a.C. Ahmes emprende un ambicioso proyecto que según él afectará a todos los aspectos de la vida, ya que comienza su obra afirmando que: «*contiene el estudio completo y detallado de todas las cosas, así como el conocimiento de todos los secretos*». El papiro contiene, en realidad, una extensa serie de problemas prácticos de índole aritmético, algebraico y geométrico. Quizá el problema más interesante sea el cálculo del área del círculo. La aproximación de Ahmes equivale a tomar como valor de π un número próximo a 3,16, que es un valor muy aceptable, ya que tiene un error menor de 0,01. Desde luego es un valor mucho mejor que el de otros pueblos coterráneos y coetáneos, como los judíos y los caldeos. En la *Biblia* aparece en varios pasajes (I Reyes,7,2,3 y II Crónicas 4,2), a propósito de la descripción del templo de Salomón, el valor que el pueblo judío adoptaba para π . En libro de las *Crónicas* se dice: «*También hizo un altar de bronce,... Hizo el mar de fundición enteramente redondo, de diez codos de diámetro,... y un cordón de treinta codos lo ceñía en derredor*». De este pasaje resulta para la razón de la circunferencia al diámetro el valor de $\pi=30/10=3$, que equivale a identificar el círculo con el hexágono inscrito.

En la construcción de las pirámides el problema esencial era mantener la pendiente uniforme en cada cara y la misma en las cuatro. Por eso los egipcios debieron desarrollar ciertos rudimentos de Trigonometría. Las pirámides muestran un increíble grado de precisión geométrica, tanto en su construcción como en su orientación. Los Matemáticos Fourier y Monge que acompañaron a Napoleón en la campaña de Egipto ya comprobaron que en la Pirámide de Cheops llamada la "*Gran Pirámide*", construida hacia el 2800 a.C., la base es un cuadrado perfecto y las caras son triángulos equiláteros orientados a los cuatro puntos cardinales. Después también se advirtió que la razón del semiperímetro de la base a la altura de esta pirámide es aproximadamente el valor adoptado por los egipcios para π , es decir, que el perímetro de la "*Gran Pirámide*" sería sensiblemente igual a la circunferencia cuyo radio es la altura de la pirámide. Además, el área total de la pirámide y el área lateral se encuentran en proporción áurea, y también lo están el área lateral y el área de la base. Como una gran curiosidad resulta que el misterioso cofre de la cámara del faraón tiene un volumen exterior doble de su capacidad y coincide con el del Arca de la Alianza, que según la Biblia había construido Moisés para guardar las *Tablas de la Ley*, y cuyas medidas quedan reflejadas en el *Éxodo*. Los egipcios conocían y utilizaban el hecho de que el triángulo de lados 3, 4 y 5, llamado "*triángulo egipcio*", es rectángulo, para trazar una línea perpendicular a otra, a modo de "*escuadra de carpintero*". Además, en el antiguo Egipto el llamado "*triángulo egipcio*" tenía, según relata Plutarco ("*Sobre Isis y Osiris*", VIII,4) un cierto carácter sagrado, porque el número tres representaba a Osiris, el cuatro a Isis y el cinco a Horus. El triángulo Osiris-Isis-Horus, de lados 3,4,5, simboliza la renovación perpetua de la vida de los faraones. Quizá por esta razón las dimensiones de la cripta faraónica de la "*Gran Pirámide*" son proporcionales a 3, 4 y 5.

La Mesopotamia de la dinastía de Hammurabi conocía aspectos del Teorema de Pitágoras 1200 años antes que el propio Pitágoras, como manifiestan ciertas tablillas cuneiformes que se conservan en las universidades de Yale y Columbia. En ellas se pone de manifiesto que la cultura babilónica ya poseía un sistema de numeración posicional sexagesimal. Las razones para considerar el número 60 como base de numeración son múltiples con origen en la astronomía y el calendario o en la metrología, ya que una magnitud de 60 unidades permite diez posibles subdivisiones exactas propias, por 2, por 3, por 4, por 5, por 6, por 10, por 12, por 15, por 20 y por 30. Cualquiera que haya sido su origen, el sistema de numeración sexagesimal ha sobrevivido a todos los cambios históricos, incluso a los tan radicales del Sistema Métrico Decimal que introdujo la Revolución Francesa, para permanecer más que como reminiscencia como medida de las magnitudes temporales y angulares.

Hacia el año 500 d.C. los hindúes rebajaron el número de símbolos de 60 a 10 (tal vez con base en la anatomía de la mano). El sistema numeral de los indios fue difundido a Occidente a través de la obra del matemático árabe Al-Khowarizmi (que acuñaría el término Álgebra) "*De numero indorum*" (*Sobre el Arte de calcular hindú*). Se trata de una exposición completa del sistema de numeración posicional hindú, el sistema más completo y genial que haya sido ideado basado en la posición de los signos, que introducido en Europa a través de la conquista árabe de España, desbancó por su eficacia a todos los demás sistemas anteriores, convirtiéndose en definitivo. Para ponderar el valor del sistema numeral posicional, sólo tenemos que recordar lo inmanejable que era para escribir números grandes y para realizar operaciones aritméticas el sistema de numeración romano y todavía más el griego, que utilizaban letras del alfabeto para representar los números. El hecho de que con sólo diez símbolos, independientes de cualquier lenguaje concreto, puedan escribirse todos los números y puedan realizarse de manera tan sencilla todas las operaciones aritméticas, convierte al sistema posicional en uno de los instrumentos más potentes y valiosos de la ciencia y por ende en uno de los logros más sublimes del espíritu humano.

Unos seis siglos antes de la era cristiana el centro de gravedad del desarrollo matemático se desplazó de Mesopotamia y Egipto al mundo griego jónico que, sobre un sustrato de elementos orientales, inicia un proceso de desarrollo cultural que va abriendo campos de conocimiento racional frente a lo mitológico, con una actitud especulativa de la que carecieron las civilizaciones orientales. Se habla del "*Milagro griego*", no en sentido místico como efecto sobrenatural de un poder divino superior a las fuerzas humanas, sino como la aparición inesperada y

sorprendente de un hecho cultural en el que estas fuerzas humanas presididas por la razón buscarán una explicación lógica del cosmos tomando como centro el propio hombre. El espíritu oriental, confuso y desordenado da paso a la ordenación lógica del conocimiento, que al humanizar la religión humaniza asimismo la naturaleza, introduciendo en ésta el concepto de ley inexorable que rige los fenómenos naturales, independientes de los caprichos de los dioses, complementando la observación empírica con el razonamiento lógico, separando religión y ciencia, que en las sociedades orientales habían sido los dos extremos simbióticos del eje de rotación de la vida y haciendo de la Matemática una ciencia racional y universal y de la Geometría el núcleo medular del conocimiento. La Matemática prehelénica tiene un carácter meramente instrumental, es un medio para resolver problemas prácticos, mientras que para los griegos "*la ciencia es un fin en sí misma*". Los griegos hacen Geometría "*por el mero honor del espíritu humano*" y la utilidad es un valor añadido. La Geometría griega realizaría el tránsito de lo meramente empírico a lo teórico, apareciendo las primeras concepciones sobre prueba, demostración, axioma o teorema. Para los griegos su Geometría, carecía de utilidad inmediata y atendía sólo a la curiosidad intelectual mediata presidida por la reflexión serena, independiente de todo pragmatismo y no espoleada por la urgencia biológica de la satisfacción de las necesidades vitales inmediatas.

Pitágoras marca un hito en la Historia de la Matemática, porque transformó el saber geométrico en disciplina puramente teórica, investigando los teoremas de manera inmaterial y abstracta, es decir sin instrumentos ni mediciones materiales, sin referencia a materiales concretos y sólo por medio de la intuición de ideas y del discurso mental, dando el gran salto cualitativo, que supone el verdadero nacimiento en Grecia de las Matemáticas como ciencia especulativa y deductiva, más allá de la práctica empírica e inductiva de las civilizaciones del próximo, medio y lejano oriente. Es así que podemos hablar del "*Milagro griego en Matemáticas*" como parte del milagro que supuso la inflexión radical que realizaron los griegos en el ámbito general de la cultura y el pensamiento. Pitágoras y los pitagóricos desarrollaron un sistema filosófico que aunaba de forma mística la actividad religiosa y matemática, impulsando un potente movimiento cultural que llegó a ser mucho más que una escuela de pensamiento, un auténtico estilo de vida: *el modo de vida pitagórico*. El principal objeto de la doctrina pitagórica era la purificación del alma o catarsis mediante la permanente prosecución de estudios filosóficos y matemáticos como base moral para dirección de la vida con la finalidad de alcanzar la salvación a través de la sabiduría. Las palabras mismas Filosofía (*«amor a la sabiduría»*) y Matemáticas (*«lo que se aprende», «lo que se comprende»*), fueron acuñadas por Pitágoras para describir sus actividades intelectuales, como factores de elevación moral. Más allá de la ingente aportación de Pitágoras a la magnificación del acervo matemático, fue la propia instauración de la Matemática como ciencia racional a través de la idea, la necesidad y la práctica de la demostración, la contribución fundamental de Pitágoras a la Matemática. Allende la Matemática, la demostración es considerada, además, como elemento esencial en el tránsito del mito al logos que tiene lugar en la cultura griega. La demostración trasciende la mera persuasión de la dialéctica en la que los griegos eran grandes maestros, pues es posible con persuasión argüir lo falso contra lo verdadero (de ahí los reproches de Sócrates hacia los sofistas). La demostración convence por la ilación argumental incontrovertible, la lógica inexorable que alcanza algo absolutamente legítimo mientras no se pongan en entredicho las leyes del pensamiento. Por eso a partir de Pitágoras la Matemática es universalmente considerada como un manantial primario de verdad objetiva.

¿Quién no ha oído hablar del *Teorema de Pitágoras*? Quizá ningún teorema de la amplia Matemática haya recibido tantas demostraciones. Bien puede decirse, por ello, que este teorema y la multitud de demostraciones del mismo que se han dado a lo largo de la Historia constituyen una prueba fehaciente de que hay muchos caminos para alcanzar la verdad. Y en este sentido vemos que a veces la Matemática nos ayuda a relativizar humildemente y vencer la arrogancia de creer que se está en posesión de la verdad. En la Edad Media al Teorema se le consideraba la base de toda sólida formación matemática. En algunos centros docentes, además de exigir un profundo conocimiento del Teorema para obtener el grado de maestro, se obligaba a exhibir una demostración nueva y original, por eso el Teorema de Pitágoras alcanzó la honrosa designación de "*Magister Matheseos*". Este hecho y la gran significación del Teorema explica la razón de las innumerables demostraciones que los matemáticos y no matemáticos de todas las épocas y personajes tan diversos como filósofos, monjes, políticos, juristas, ingenieros y artistas, han encontrado del más famoso Teorema de la Geometría.

Hay múltiples leyendas acerca del descubrimiento pitagórico del fundamento aritmético de la armonía musical. La ciencia pitagórica en general y la Matemática en particular parece haber sido una curiosa mezcla de pensamiento riguroso y de especulación mística y fantástica. Con una audaz imaginación, extrapolando los resultados sobre música y acústica, Pitágoras sacó la conclusión de que los cuerpos celestes emitían en sus movimientos unos tonos musicales armoniosos "*la Música de las Esferas*" (que tanta influencia tuvo en el ámbito poético sobre Fray Luis de León y en el científico sobre Kepler), como parte de una concepción cosmológica del universo que es concebido como un "*Cosmos*", o sea como un todo armoniosamente ordenado regido por unas leyes físicas cognoscibles. Con Pitágoras el universo se hizo Cosmos. La Matemática era la llave que permitía el acceso a los arcanos de la naturaleza y desvelaba su constitución y su orden interno. Naturaleza y número estaban indisolublemente unidos. Los pitagóricos perseguían penetrar en el secreto de la armonía de los números, ya que desvelado éste creían poder comprender la armonía del universo; soñaban con poder captar la esencia del universo bajo la forma de números enteros, imaginándose estar tras las huellas de misterio último de las cosas. Con sus fantasías numéricas Pitágoras fue, tal vez, quien primero creyó que los fenómenos de la naturaleza podrían entenderse y explicarse por medio de la Matemática, estudiando las más antiguas leyes cuantitativas de la Física, dando el primer paso hacia la matematización de la experiencia humana. En este sentido bien podrían

haber acuñado la frase que hizo célebre Galileo: «*la naturaleza está escrita con caracteres matemáticos*». Con Pitágoras nace por primera vez en la historia la confianza ilimitada en nuestra capacidad para explorar este universo, entendiendo por tal todo lo que el ser humano, que es razón y sentidos, puede percibir, incluyendo el universo interior. Podríamos calificar de pitagórica la fe que ha presidido la tarea humana de ir haciendo comprensible para el hombre el Cosmos global (macrocosmos y microcosmos) y que ha inspirado toda la actividad científica durante los últimos 2500 años.

Pitágoras es una de las figuras más influyentes en la Historia de su época, ya que sus seguidores como discípulos o epígonos extendieron sus doctrinas a lo largo y ancho de todo el mundo greco-romano y establecieron una íntima y duradera relación entre Matemática, Ciencia y Filosofía. Además, debido a su decisiva incidencia sobre la Filosofía de Platón, más allá de éste, Pitágoras influiría sobre la ciencia alejandrina y sobre el primer cristianismo, ambos empañados de platonismo. Cicerón escribe (en Tusculanas, I.1, XVI): «*En Roma nadie era considerado instruido si no era pitagórico*». Pitágoras es el primigenio inductor de una parte considerable de los elementos culturales que perviviendo a lo largo del tiempo han ido conformando la tradición del pensamiento occidental desde los primeros balbuceos de los pueblos helénicos hasta nuestros días. Así pues, la inconmensurable actividad intelectual de Pitágoras está en la raíz de la Filosofía, la Ciencia, la Matemática, la Cosmología, la Música,...; ha tenido influencia decisiva en la Educación, la Literatura, el Arte, la Religión, la Mística, la Ecología, el Feminismo, la Magia, ...; y a través de la digitalización informática la máxima sentencia pitagórica: «*El número es la esencia de todas las cosas*» está plenamente vigente. Aunque envuelto en una nebulosa de mito, misterio y leyenda, Pitágoras es el matemático más conocido. Como cuna del saber y del conocimiento la figura de Pitágoras pertenece al imaginario cultural de casi todos los pueblos. Por eso B.Russell escribe con autoridad (*Historia de la Filosofía Occidental*, Espasa-Calpe, Vol.I, pp.67-75): «*Pitágoras es intelectualmente uno de los hombres más importantes que han existido y que mayor influencia ha ejercido en la Historia del Pensamiento*» y también escribe (en *La Nation*, 27-X-1924): «*Quizá lo más extraño de la ciencia moderna sea su regreso al Pitagorismo*», como adelantándose algunas décadas a la consumación del sueño pitagórico «*El número es la esencia de todas las cosas*», que sería el alto grado de matematización del mundo actual.

Con Pitágoras, Matemática y Filosofía tienen un origen común y quedan eterna y estrechamente vinculadas, lo que exige que la Matemática debe estudiarse por el amor al saber en sí mismo, es decir por Filosofía y para la Filosofía, porque es el instrumento esencial para *conocer y comprender* —que es lo que significa en griego el término *mathema*—, raíz de la palabra Matemática en todos los idiomas. Y es más, con Platón la Matemática es la antesala de todo otro conocimiento. En el mito de la caverna, Platón crea el fascinante mundo de las ideas, eterno e inmutable, cuya evocación nos abre las puertas al verdadero conocimiento. El mundo natural que percibimos con los sentidos, corruptible, degradable y efímero es la imagen física o copia de un modelo o paradigma, que es un mundo eterno que el Demiurgo diseñó según las leyes de la Matemática. Aprender Matemáticas es aprehender Matemáticas, en un proceso de desvelar o descubrir, no de invención, un proceso de recuerdo o reminiscencia. Platón fue el gran inspirador, director y catalizador de casi toda la actividad Matemática de su época. Siendo uno de los hombres más sabios de su tiempo, Platón no era propiamente matemático, pero su entusiasmo por la Matemática y su creencia en la importancia que la materia tenía para el estudio de la Filosofía, para la educación e instrucción de la juventud, para el entendimiento del cosmos y para la formación del hombre de Estado, hizo que se convirtiera en un insigne artífice y mecenas de matemáticos, debiéndose a sus discípulos casi toda la producción matemática del momento. Platón funda en el año 387 a.C. *La Academia* que durante el periodo clásico helénico sería el centro principal de la especulación filosófica y matemática del mundo griego. En muchos de sus *Diálogos* (*El Menón*, *La República*, *Las Leyes*, *El Teeteto* y sobre todo *El Timeo*) el filósofo desarrolla multitud de consideraciones extraídas de la Matemática, para establecer la supremacía intelectual de esta ciencia, a la que según Platón habría que confiar las funciones que forman la base de la acción política del Estado. Para Platón las Matemáticas están dotadas de un carácter de necesidad divina, lo que sintetiza en la máxima «*Dios geometriza siempre*». Platón geometriza toda la realidad: lo físico, lo moral, lo estético y lo político, en un ambicioso proyecto que quiere abarcar globalmente al ser humano. Con Platón la Geometría llega a ser un instrumento heurístico medular de toda su obra, que recoge el palpito y el sentir de toda la cultura griega, hasta el punto de que la Matemática es la llave del acceso a *La Academia*, por eso en el frontispicio de su puerta brillaba la inscripción: «*No entre nadie ignorante en Geometría*». *El Timeo* de Platón es un mito cosmogónico en el que se describe el mundo físico y los fenómenos naturales en clave geométrica. Es Dios quien geometriza el mundo, es decir, lo diseña según las leyes de la Matemática y lo escribe en aquellos caracteres matemáticos que Galileo reconocería como lenguaje imprescindible para descifrar sus secretos. La naturaleza sólo es comprensible si previamente se conoce el lenguaje matemático. La Matemática es para Platón la aristocracia intelectual del conocimiento y tiene la sagrada misión pedagógica de formar mentes bien hechas, cumpliendo con el fin propedéutico de servir de introducción al estudio de la Filosofía y de fundamento a todo saber humano.

El mundo moderno con el triunfo de la racionalidad tiene para algunos paradójicamente un origen mitológico o legendario en "*el sueño de Descartes*". El 10 de Noviembre de 1619 Descartes estaba en Francfort, con motivo de la coronación de Fernando II como Emperador de Alemania. Esa noche reunido con otros oficiales del Ejército del Príncipe de Orange, cenó copiosamente y cuando se retiró a descansar iba un poco mareado por los efectos del vino. En el curso de la noche tuvo algunos sueños que le dejaron una profunda impresión y que determinaron el devenir de su existencia. En su delirio onírico adivinó la unión del Algebra y la Geometría en un solo cuerpo de doctrina: "*La Geometría Analítica*" y se sintió predestinado para construir un nuevo sistema filosófico. En sus

propias palabras: «*He tenido la visión de una ciencia nueva y admirable.*» Al año siguiente el mismo día 10 de Noviembre Descartes vuelve a tener una visión que le ilumina, escribiendo al margen de un manuscrito: «*Este día he comenzado a comprender los fundamentos de un descubrimiento digno de admiración.*». A través de ciertas experiencias místicas de gran significado freudiano, Descartes habría vislumbrado en sueños la unificación e iluminación de toda la ciencia e incluso de la totalidad del conocimiento, gracias al "*método de la razón matemática*". Así adivinaba la creación de un «*Proyecto de una Ciencia universal que pueda elevar nuestra naturaleza a su más alto grado de perfección.*». Dieciocho años después de su primer sueño, Descartes plasma su proyecto en su "*Discurso del Método*" ("*Discours de la méthode pour bien conduire la raison et chercher la vérité dans les sciences*") y sus tres ensayos "*La Geometría*", "*La Dióptrica*" y "*Los Meteoros*", como apéndices, donde emprende una verdadera cruzada para reformar la Filosofía. Descartes elaboró "*La Geometría*" como un ejemplo de su método y quizá fue el propio germen del mismo. La Matemática era para él la base racional de su pensamiento y estaba convencido que en el campo de las Matemáticas su "*Geometría*" contenía todo el elenco de conocimientos en ese área del saber. Descartes aplicará su método dudando de todo excepto de las Matemáticas y de Dios, que garantizan la veracidad de los razonamientos claros y distintos. Descartes fue ante todo un geómetra; decía tener el hábito de convertir todos los problemas en Geometría. Lo que proporciona a su método cuerpo y sustancia es el empleo de las Matemáticas, la ciencia del espacio y de la cantidad, la más sencilla y segura de las creaciones de la mente. Así que en última instancia la finalidad de su ambicioso proyecto sería la matematización del mundo.

La visión de Descartes contagió el espíritu de la modernidad. Poco después, el también matemático y filósofo Leibniz, influenciado por la filosofía del "*Ars Magna Combinatoria*" del mallorquín R.LLull, acuñó el término de "*characteristica universalis*" para referirse al sueño de un método universal, gracias al cual todos los problemas humanos sin excepción, ya sean de naturaleza científica, jurídica o política, o de cualquier otra, se podrían resolver de forma racional y sistemática mediante cálculo lógico, incluso los contenciosos entre las personas.

Tras este recorrido histórico situémonos en nuestro tiempo. A finales del siglo XX, ¿Que grado de materialización de su sueño vería la sombra de Descartes si retornara a la tierra? ¿Cómo le ha ido al mundo en el proyecto cartesiano de matematización?

En los aspectos teóricos las ciencias de la naturaleza, la Física, la Astrofísica, la Química, hoy son profundamente matemáticas, y como se ha visto con la Relatividad y la Mecánica cuántica, si las Matemáticas disponibles son inadecuadas para describir ciertos fenómenos, es posible idear y desarrollar unas Matemáticas adecuadas. Las ciencias de la vida, la Biología y la Medicina cada vez adquieren un carácter más matemático. La Fisiología, la Genética, la morfología, la dinámica de poblaciones, la Epidemiología y la Ecología han sido provistas de fundamentación matemática. En Sociología y Psicología son fundamentales la acumulación e interpretación de estadísticas psicosociales. Se trata de un importante negocio manejado por la empresa y la acción gubernamental, pues las encuestas, los muestreos y los tests pueden alterar las estrategias comerciales y electorales. En Economía, las teorías de la competencia, de los ciclos y equilibrios comerciales exigen cierta profundidad matemática. La Teoría de la decisión, la Teoría de juegos y las estrategias de optimización tienen un papel primordial en la política comercial y militar. La Teoría de la plusvalía de la filosofía marxista tiene un fundamento matemático. Las operaciones de carácter industrial o institucional exigen la Teoría matemática de la planificación. En la actualidad, la Lingüística se ocupa más de los lenguajes formales, similares al matemático que de la compilación de diccionarios. La Matemática ha llegado a la Coreografía y a la Música (la última grabación de la Misa en si Menor de Bach ha sido producida por "*filtrado de formas de onda mediante transformada rápida de Fourier mediante un microcircuito electrónico*"). ¿Sabéis cómo definen sus rutas los camiones del servicio de limpieza para optimizar su recorrido por las calles de Barcelona? Aplicando la moderna *Teoría de grafos perfectos*. Algunos han querido llegar más lejos todavía. Se han dado definiciones matemáticas de la vida, mediante la llamada Teoría de la complejidad. Hay estudios que intentan explicar las tensiones entre Dios y el hombre relatadas en el Antiguo Testamento como ejemplos de aplicación de la Teoría de juegos. Alguien ha hecho una tentativa de situar el problema del mal en el mundo en el contexto de la Teoría de transformaciones matemáticas.

El matemático que sigue sobre el papel el razonamiento estrictamente teórico de su ciencia, puede descubrir en cualquier momento que en realidad ha estudiado las leyes de algún campo de las ciencias de la naturaleza o de las ciencias sociales. Las ecuaciones diferenciales e integrales entre sus múltiples aplicaciones sirven para estudiar el crecimiento de poblaciones animales y vegetales, como demuestran los trabajos de Volterra. La investigación operacional, que nació durante la segunda guerra mundial para resolver cuestiones logísticas y estratégicas, ha sido utilizada después ampliamente en la planificación económica, la ingeniería de gestión y la medicina. La Topología algebraica y el Análisis Combinatorio se aplican al estudio de la estructura neuronal del cerebro y al estudio de las configuraciones moleculares de sustancias orgánicas. Por esta aplicación recibió J.Lederberg el premio Nóbel de Medicina en 1958. También se aplica a la Teoría cinética de los gases y en la Electrónica al diseño de circuitos eléctricos y más tarde de circuitos integrados miniaturizados, los chips de la tecnología informática. La abstracta Teoría de Grupos ha encontrado su aplicación en cristalografía y en el estudio de partículas atómicas elementales; y sorprendentemente, en Antropología en el estudio de las reglas matrimoniales de las sociedades primitivas. Se pueden mostrar ejemplos hasta la saciedad.

Apenas hay campo en el que las Matemáticas no hayan penetrado. Como una ley tan inexorable como la gravedad, parece que la Matemática es el pegamento que unifica el mundo racionalizado de Descartes. Y ello por

la capacidad de la Matemática para manejar la cantidad y la extensión, la regularidad y la disposición, la estructura y la implicación, la inducción y la deducción, la observación y la imaginación, la curiosidad y la iniciativa, la lógica y la intuición, la invención y el descubrimiento, el análisis y la síntesis, la generalidad y la particularidad, la abstracción y la concreción, la interpolación y la extrapolación, la decisión y la construcción, la belleza y la utilidad, la armonía y la creatividad, la interpretación y la descripción, siempre bajo la acción del entendimiento y el imperio de la voluntad. Esta aplicabilidad universal de la Matemática y su función social justifican la dedicación y la inversión en el estudio de todas sus ramas.

Las cualidades inherentes a las Matemáticas que se han reseñado justifican ampliamente la importancia de la Matemática en la Educación, que obliga a que esté presente, junto con el Lenguaje, desde los primeros momentos de la escolaridad hasta el final de la enseñanza obligatoria, en todos los sistemas educativos del mundo. Esto es una herencia del mundo clásico ya que, como vimos, Platón asigna a las Matemáticas la relevante misión de fundamento a todo el saber humano, proclamando vehementemente que las Matemáticas ejercen una influencia educativa decisiva en la formación y desarrollo de la inteligencia, por lo que es una obligación del Estado proporcionar a la juventud una buena formación matemática. Platón recoge de su maestro, Arquitas de Tarento la clasificación de las cuatro ramas del "*Cuadrivium*" medieval: la Aritmética, la Geometría, la Música y la Astronomía. Estas cuatro materias constituyeron durante la Edad Media cuatro *Artes liberales*, base del currículo académico secundario casi hasta la actualidad. La misión de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria es ante todo la de cooperar con otras disciplinas a desarrollar en el alumno unas capacidades que le permitan entender el complejo mundo actual, dotándole de instrumentos lógicos y metodológicos mediante los cuales pueda seguir racionalmente una argumentación. Las Matemáticas tienen una función informativa: la de adquirir un conjunto de conocimientos que familiarice al alumno con el mundo natural circundante y le ofrezca herramientas para interpretar el mundo físico, natural y social, en términos cuantitativos y abstractos. Pero la Matemática tiene esencialmente una función formativa: la de desarrollar en los alumnos el pensamiento crítico y el rigor científico, la de inculcar en el alumno una disciplina mental con la que operar sobre cualquier tipo de pensamiento o de situación y a través de la resolución de problemas desarrollar la iniciativa personal y la fortaleza para vencer obstáculos, estimulando la voluntad. La Matemática incide así decisivamente sobre el binomio entendimiento-voluntad que es la matriz del espíritu humano.

Las Matemáticas son también un arte. De hecho a partir de Platón a la Matemática se la llamaba Arte como a las demás Artes Liberales, y esta denominación ha permanecido hasta poco después del Renacimiento para diferenciar la Matemática abstracta de la Matemática aplicada de los artesanos y comerciantes. A título de ejemplo, la obra fundamental de Vieta, el matemático que más influyó sobre Descartes y Fermat, se llamaba "*Introducción al Arte Analítica*". A los matemáticos nos sigue pareciendo que la Matemática es la más sublime de las Artes. Pero no sólo a los matemáticos. El gran poeta portugués Fernando Pessoa escribe en un bello poema: «*El binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo*». La Matemática ha sido uno de los argumentos más importantes en las especulaciones teóricas de los artistas. En todos los tiempos la Geometría ha estado al servicio de la expresividad en el arte por su capacidad de evocar simbólicamente a través de un ideal de belleza, lo esencial, lo original, lo inmutable y lo verdadero, en el afán de conocimiento de lo universal, de modo que subyace en la obra de arte una geometría, ostensible o secreta, que conforma proporciones, da significado a las intenciones del artista y contribuye a la emoción y al misterio que emana de la belleza. La armonía de las proporciones es la esencia de la belleza en la Filosofía de la Estética. Genio, ingenio y técnica, presiden cálculos, proporciones y simetrías, fundamento de la belleza que trasmite la obra de arte, que en modo alguno es casual, sino consecuencia de la primigenia armonía pitagórica de las proporciones que los matemáticos descubrieron y los artistas aplicaron. La fuente primaria de la armonía y la proporción en el Arte se halla en los conceptos matemáticos del universo pitagórico-platónico de los que derivan dos de los tipos canónicos de proporciones en el Arte: las conmensurables relativas a las consonancias musicales y las inconmensurables vinculadas a la Divina Proporción. El artista es con frecuencia inconscientemente un matemático que descubre y redescubre ideas de distribución espacial, de simetría, de periodicidad, de naturaleza combinatoria o transformacional; que revela en sentido visual e intuitivo teoremas de Geometría. En el Renacimiento la pintura tuvo muchas veces una cualidad matemática. Los pintores estaban obsesionados por la Geometría del espacio y por los problemas de la Perspectiva. Leonardo de Vinci escribe en su "*Tratado de la Pintura*": «*Nadie lea mis obras que no sea Matemático*». Según Durero la práctica de las construcciones geométricas forma el ojo y el espíritu del artista-geómetra y le proporciona la seguridad «*que hace la mano obediente*». Durero y Piero della Francesca tenían una sólida formación geométrico-matemática y contribuyeron decisivamente a la aparición de una nueva disciplina matemática: la Geometría Proyectiva de Pascal y Desargues. Quién no ve Geometría en las maravillosas proporciones del Partenón, en *La Santa Cena* de Leonardo, en *La Escuela de Atenas* de Rafael, en *La Melancolía* de Durero, en *La Rendición de Breda* de Velazquez, en *Los Embajadores* de H.Holbein, en los frescos P.Tibaldi de la Biblioteca de El Escorial, en los diversos cuadros de Boticelli, della Francesca, Brueghel o David; en la fascinación secular de los sólidos pitagórico-platónicos, (por ejemplo, en la sorprendente iconografía del universo matemático-artístico de Escher o en las reminiscencias pitagóricas de nuestros artistas, Gaudí y Dalí); en fin, qué excelsa Geometría subyace en la ingravidez de una catedral gótica, expresión del alma desmedida que anhela el infinito.

¿Y Cómo se llevan la Matemática y Dios? Podríamos hablar del origen sacro de la Geometría, de la simbología religiosa geométrica (el Pentagrama místico pitagórico, la cruz cristiana, las lúnulas islámicas, los mandalas como *sulvasutras* hindúes,...), de las geometrías del espacio popular y del espacio sagrado, del Pitagorismo como

religión (uno de los fundamentos filosóficos e ideológicos del Cristianismo), de la Matemática en San Agustín y en San Isidoro, de la Geometría como instrumento divino de creación y configuración (Pitágoras, Platón, Kepler, ...), del *Dios geómetra* como Arquitecto supremo del universo, del «*argumento ontológico*» de San Anselmo, del «*horror al infinito*» de los griegos y el Dios cristiano medieval, de la *Divina Proporción* de Luca Pacioli y los atributos de la divinidad, del simbolismo místico y religioso del Dodecaedro, de la duda metódica de Descartes y Dios en *El Discurso del Método*, del misticismo de Pascal y su apuesta probabilística sobre la existencia de Dios. Se comentó que para Platón «*Dios geometriza el mundo*» y lo escribe en aquellos caracteres matemáticos que Galileo reconocería como lenguaje imprescindible para descifrar sus secretos. Según Platón: «*Dios está haciendo Geometría continuamente*»; «*Dios uso el dodecaedro para todo*».

El descubrimiento pitagórico de las magnitudes inconmensurables y las paradojas de Zenón de Elea contra la pluralidad y el movimiento introdujeron en el mundo griego «*el horror al infinito*», que produjo la primera crisis de fundamentos en la Historia de la Matemática. La solución matemática que se le dio en la Academia de Platón ejerció una influencia decisiva sobre la Teoría de Aristóteles de la potencia y el acto –el hilemorfismo– que destierra del pensamiento, como no inteligible, el infinito actual. En las especulaciones de la Escolástica medieval, con el advenimiento del Dios cristiano, infinito actual supremo, dotado de atributos infinitos, que premia con dicha sin fin o castiga eternamente, lo inmenso, lo infinito, irá poco a poco impregnando de forma sutil el pensamiento y la cultura occidental, dando argumentos para dominar al infinito y emprender la vasta tarea de pasar del mundo cerrado de los griegos al universo infinito de Descartes y de Newton. Será Newton junto con Leibniz quienes desarrollarán, exhumando a Arquímedes y a sus epígonos, el Cálculo Infinitesimal, instrumento científico esencial en el dominio matemático del infinito y por tanto en la configuración de la nueva ciencia. Ya antes, también en la Edad Media, se dan argumentos, como el de San Anselmo, que pretenden demostrar la existencia de Dios, basados en uno de los métodos fundamentales de demostración en Matemáticas, «*el método de reducción al absurdo*». Y Descartes aplicará su método de la razón dudando de todo excepto de las Matemáticas y de Dios. Kronecker, un matemático intuicionista, al hilo de la fundamentación actual de la Matemática en la Aritmética, acuñó una frase que ha hecho época entre los matemáticos: «*Dios creó los números naturales, todo lo demás [en Matemáticas] es obra del hombre*». Como un regreso al pitagorismo, tal como escribía B. Russell, la Matemática tendría tal carácter de necesidad que Dios impregnaría en el ser humano desde el mismo acto del nacimiento la intuición básica de los números naturales, a partir de los cuales con un mero ejercicio intelectual, aplicando las leyes del pensamiento se reconstruiría toda la Matemática, en un acto de reminiscencia platónica. Por eso los milagros que describen las Sagradas Escrituras suponen la abrogación de las leyes físicas y naturales, pero nunca podrían atentar contra las leyes del pensamiento ni las leyes de la Matemática, lo que pudiera suponer una limitación de la omnipotencia divina, y por tanto origen de preocupación teológica de ciertos filósofos religiosos.

¿Qué incidencia tiene la Matemática sobre la Política? Digamos que múltiple, empezando por señalar a la Estadística como instrumento esencial de la acción política del Estado como indica su propia etimología que deriva del término «*Estado*», o el carácter genuinamente matemático de las leyes electorales que definen completamente la composición de los parlamentos. Platón ya había sentenciado –en sus famosos *Diálogos La República y Las Leyes*, entre otros) acerca de la importancia trascendental de la Matemática como herramienta fundamental para la formación del hombre de Estado. Pero es en la época de la Revolución Francesa donde prácticamente «*la Matemática toma el poder*». *La Enciclopedia* de Diderot y D'Alembert (ambos con gran formación matemática –el *Teorema Fundamental del Álgebra* se llama a veces «*Teorema de D'Alembert*–), prepara el ambiente para la gestación de una Revolución social y política con gran protagonismo de los matemáticos (Monge, Carnot, Condorcet, Lagrange, Legendre, Laplace,...). El propio *Discurso Preliminar de la Enciclopedia* –de gran contenido histórico, científico y matemático– es redactado por D'Alembert. Fruto de la intervención de los matemáticos de la Revolución es el *Sistema Métrico Decimal*, uno de los instrumentos prácticos que más ha simplificado la vida de los hombres. Condorcet, fundador de la Matemática Social y artífice de los «*manuales del maestro*» propicia un espíritu socio-político con la máxima «*Esclareced las ciencias morales y políticas con la luz del Álgebra*». Las instituciones políticas crean la figura del matemático profesional como funcionario asalariado al servicio del Estado y en particular como profesor de las más prestigiosas instituciones científico-educativas de la historia –la Escuela Politécnica y la Escuela Normal Superior–. Napoleón, como político y militar, con una brillante y extensa formación matemática escribe: «*Las obras de Matemáticas contribuyen a la ilustración de la nación*» y «*El avance y la perfección de las Matemáticas están íntimamente ligados a la prosperidad del Estado*».

A lo largo del último medio siglo, la Matemática se ha aliado a la Tecnología y al mundo de los negocios para engendrar el Ordenador. La Informática ha nacido de madre matemática y de padre tecnólogo y el Ordenador como máquina que efectúa rápidamente operaciones lógicas y aritméticas, es uno de los sueños primigenios de las Matemáticas, descendiente muy tardío de las máquinas de calcular de Pascal y Leibniz. Todas las informatizaciones tienen un sustrato matemático. La aplicación última de la Matemática tiene lugar hoy a través de este maravilloso ingenio matemático-lógico que es el Ordenador, sorprendiendo la amplitud y versatilidad de las aplicaciones y la aceptación general que ha tenido esta tecnología, al ser tan universales sus capacidades potenciales, que muchos aspectos de nuestra vida cotidiana están reconvirtiéndose para mejor adaptarse al Ordenador. Qué duda cabe que hay que congratularse de las magníficas aplicaciones sociales de la Informática a la vida cotidiana, al mundo laboral, comercial y científico con las nuevas profesiones, de las aplicaciones al arte, al diseño, a la música y a la enseñanza. Pero debemos estar atentos porque el cambio social hacia la sociedad informatizada debe mantener una ética en la administración de la información. Somos una sociedad

matematizada, saturada de estadísticas donde se ha difuminado el sentido de la individualidad, con la consiguiente deshumanización del individuo. El propósito final de la aplicación de las Matemáticas a las personas está en poder comparar individuos o grupos de individuos, poder llegar a una opinión precisa y definitiva acerca de quién es más inteligente, más fuerte, más atractivo, más prolífico, más rico, más sano, más feliz, o quien tiene más derecho a vivir mejor y a tener más prestigio, o peor aún, quien guarda ciertas esencias lingüísticas, ideológicas o raciales, y en última instancia cuando este arma del pensamiento se pervierte, quién es más inútil, y por tanto de quién se puede prescindir más fácilmente, o quién no cumple la norma de la tribu para condenarle al ostracismo. Cada vez que se escribe una ecuación alusiva a un grupo de individuos, ya sea en economía, psicología, sociología, política, medicina o demografía, existe la posibilidad de deshumanización. Siempre que nos valemos de la informatización para pasar de fórmulas y algoritmos a decisiones políticas y acciones que afectan a las personas, nos exponemos al bien y al mal a escala masiva.

Con la informatización, el sueño de Descartes de Matematización del mundo ha llegado a su punto culminante. Pero afortunadamente hay cosas no matematizables, que naturalmente estarán fuera del mundo físico, los elementos vitales específicamente humanos como emociones y pasiones, creencias y actitudes, sueños e intenciones, alegrías y pesares. Los celos, las envidias, la ira, la piedad y la compasión, el mundo interior del ser humano nunca podrá ser matematizado. Aunque algunos psicólogos y sociólogos armados de potentes cuestionarios y distribuciones estadísticas ji cuadrado pretendan cuantificar la mente y el corazón del hombre, hoy por hoy, la gente celosa de su individualidad, suele rechazar su palabrería como absurda y pretenciosa. Pero la vida interior del individuo no es lo único que trasciende la inexorable matematización. También grandes aspectos de la vida interior de la sociedad, de la civilización misma, la literatura, la música, las mareas y las corrientes de la historia, los asuntos importantes de la política o las increíbles sandeces que llenan los diarios, quedan todavía extramuros del Ordenador, más allá de cualquier ecuación o inecuación. Bueno es que sea así. De verdad.

Quiero terminar con unas exhortaciones: a los alumnos de Ciencias os aconsejo que no abandonéis completamente la cultura humanística, filosofía, historia, literatura, ... etc. Debéis de cultivar sólidos valores de carácter extracientífico, sino seréis unos técnicos ignorantes, con un pensamiento rígido. Habéis de combinar ciencia, tecnología y vida. A los alumnos de Letras os aconsejo que no abandonéis completamente la cultura científica. El olvido o ignorancia de la ciencia, produce un analfabetismo funcional, ya que en nuestra época la ciencia se ha convertido en un instrumento fundamental para la comprensión y transformación del mundo.

A todos vosotros: estáis al final de una etapa crucial de vuestra vida, acabando la Enseñanza Media. La cultura con la que os manejaréis a lo largo de vuestra vida será la que recabéis hasta el final de este curso, ya que después la especialización universitaria, el mundo laboral y familiar, y las diversas vicisitudes de la vida, no permiten dedicar excesivo tiempo al cultivo del conocimiento, más allá de las obligaciones familiares y profesionales. Desarrollad la capacidad de autodidactismo, basándola en una sólida formación básica.

Distribuid vuestro tiempo de estudio y diversión en proporción adecuada, a poder ser en proporción áurea (siendo el segmento mayor el del estudio), lo que sería *«alternar el ocio con el negocio»*, entendiendo por negocio la atención a vuestra profesión actual: Estudiante (*«dícese del que estudia»*). Debéis de cultivar los atributos de la mente sin olvidar las fuerzas del corazón, para desarrollar una sensibilidad que os permita una clara percepción de los problemas del mundo que os rodea, no sólo para comprenderlo sino también, en la medida de lo posible, para transformarlo en una dirección positiva. Y recordar siempre que como señalaba el filósofo Kant *«El árbol de la vida es mayor que el árbol del pensamiento»*

Muchas gracias a todos por vuestra atención.

Pedro Miguel González Urbaneja
Departamento de Matemáticas
I.B. Sant Josep de Calassanç
25/9/95