

ABC, 1 de Julio de 2019

CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas

Alfonso Jesús Población Sáez

Si hay más palomas que palomares, en alguno de estos cobijos siempre habrá más de un ave. ¿Parece lógico, no es cierto? Pues su aplicación puede darnos más de una sorpresa



Paseantes por el centro de Madrid - Adobe Stock

Una de las cosas que hace de las matemáticas una disciplina modélica, veraz y, (esta es una apreciación subjetiva personal) apasionante, es la obligación imprescindible de que cualquier afirmación o resultado que se realice vaya acompañado de una **demostración**. Por supuesto, que además sea

correcta e irrefutable,

porque si no, no serviría para nada. Cualquier artículo matemático debe tener esa prueba; si no, los matemáticos ni se molestan en leerlo. Vamos, que no pierden ni medio segundo, que la vida tiene muchas cosas interesantes que hacer para perder el tiempo leyendo tonterías (y entre esas cosas interesantes está el no hacer absolutamente nada, que es más provechoso que leer tonterías, como digo).

Obviamente si la demostración es muy sencilla o elemental, el autor lo indica y no hace falta que la incluya (lo cual hace que muchos lectores que no tengan cierto nivel en el campo al que pertenezca el escrito, y eso puede incluir grandes matemáticos expertos en otras ramas, pero no en esa, se queden a dos velas). No está de más recordar que, cuando un resultado matemático se ha demostrado correctamente, queda automáticamente inmortalizado por los siglos de los siglos: jamás nadie podrá echarlo abajo. El teorema de Pitágoras, demostrado hace siglos, seguirá siendo válido eternamente, aquí y en los posibles millones de mundos que puedan existir. No sucede esto con ninguna otra disciplina que yo sepa, ni siquiera científica. No porque éstas no sean rigurosas, que lo son y mucho, sino porque, al ser experimentales, siempre están condicionadas por un nuevo descubrimiento (la aparición de un nuevo objeto celeste, un nuevo elemento químico, una nueva especie animal, un fenómeno físico desconocido, etc.).

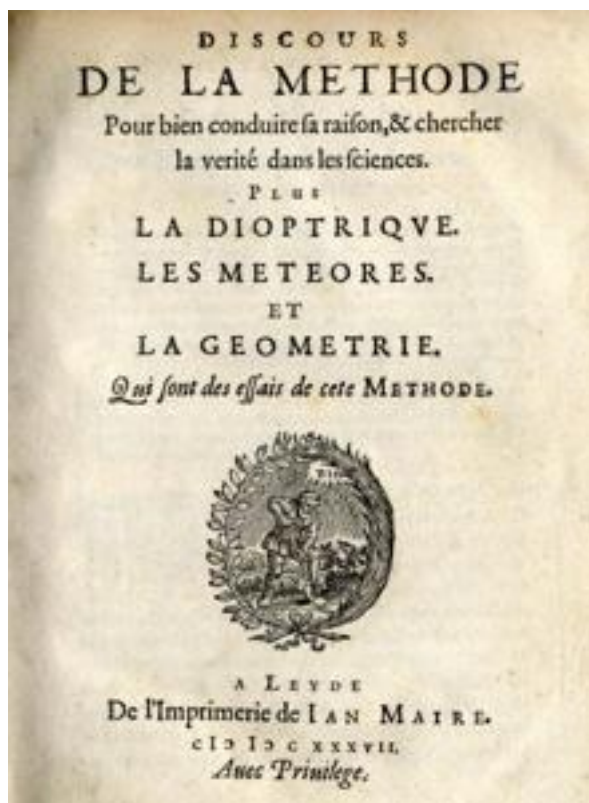
Pueden formularse nuevas teorías que amplíen las conocidas, que las mejoren, pero esas **deben ser también verificadas y comprobadas**

, y nunca podrán echar por tierra nada que ya pasó ese trámite. Una de las razones por las que yo elegí estudiar matemáticas (hay otras menos filosóficas también) es esa: no quiero aprender nada que en el futuro no sirva para nada, o algo que sea mentira, o que me engañe nada ni nadie (algo a lo que en la vida cotidiana parece que a nadie le importa demasiado, y no sigo por ahí que luego me dicen que esto no debe ser un artículo de opinión).

Si les cuento esto es porque pretendo no sólo transmitir aspectos técnicos de las matemáticas (que todos sabemos cómo son porque todos hemos ido a la escuela), sino también ayudar a entender su filosofía, que tienen detrás, porqué se centran en unas cosas y no en otras, particularidades que no se enseñan salvo que uno lea los textos adecuados o viva cómo se trabaja matemáticamente. Creo que un **ABCdario de las matemáticas** debe tener también algo de esto, y por eso de vez en cuando lo incorporo.

A pesar de esa gran virtud de las demostraciones matemáticas, éstas son también la mayor de las pesadillas de los estudiantes, o de los neófitos en la materia. Algunas, no podemos negarlo, son muy complicadas de entender o asimilar, lo que también nos ayuda a valorar las grandes mentes que ha dado (y seguirá haciendo) la humanidad, y seguramente (me vuelvo a desviar) lo animales que estamos siendo permitiendo que todo este maravilloso mundo se vaya al garete (y no lo duden, ahí nos dirigimos) por primar intereses espúreos y de beneficio (para algunos) más inmediato.

Sobre las demostraciones falta una última característica, muy valorada por los matemáticos, pero que, si no se logra, tampoco nos volvemos locos: la elegancia. Esta idea sublima una demostración a la categoría de arte. ¿Y cómo sabemos si una **demostración es elegante**? Créanme, nada más verla, se nota. Quizá algún día nos metamos con esto del estilo de las demostraciones, pero hoy por hoy quedémonos en que, no todas las demostraciones son iguales (un ejemplo rápido de prueba que personalmente me parece elegante es la de **Euclides** de que existen infinitos números primos, por ejemplo, pero pueden discrepar, si no están de acuerdo).



«Discurso del método», primera edición de 1637

Precisamente Euclides es quien pone las bases en sus Elementos a lo que son las demostraciones en matemáticas. Posteriormente **René Descartes** consolidará en su **Discurso del método**

(1637; en la imagen portada de la primera edición) lo que es el rigor en los desarrollos de las demostraciones. Hablando de este gran filósofo y matemático (nadie lo va a negar), es de justicia decir (en otras cosas porque nos concierne bastante de cerca) que existen fundamentadas controversias sobre si Descartes fue el primero o no en establecer las ideas del Discurso o se pudo basar en lo escrito por otros pensadores, concretamente por dos españoles,

Francisco Sánchez

, apodado el Escéptico, y el medinense

Gómez Pereira

. Pero como todo, depende de quienes escriban la Historia, y los españoles nunca estuvimos bien considerados en el pasado respecto a la ciencia, por motivos diversos, uno de los no menos relevantes es la escasez de trabajos en esta área del conocimiento (las cosas han mejorado mucho desde el siglo XIX, aunque los gobiernos se sigan empeñando en apoyarla poco, y me sigo metiendo en camisa de once varas, pero es que las hay; si no las hubiera, no cabría opción de meterse en ellas).



Palomas en sus palomares - Wikipedia

El principio del palomar

Dicho lo cual, vamos a hablar de **una de las técnicas más habituales de demostración en matemáticas** (hay varias: quizá la más conocida sea la reducción al absurdo, o la inducción, o la búsqueda de un contraejemplo, o la deducción, pero hay más) y que, a pesar de su extremada simplicidad, da bastante juego si aprendemos a aplicarla correctamente. Me refiero al **principio del palomar**

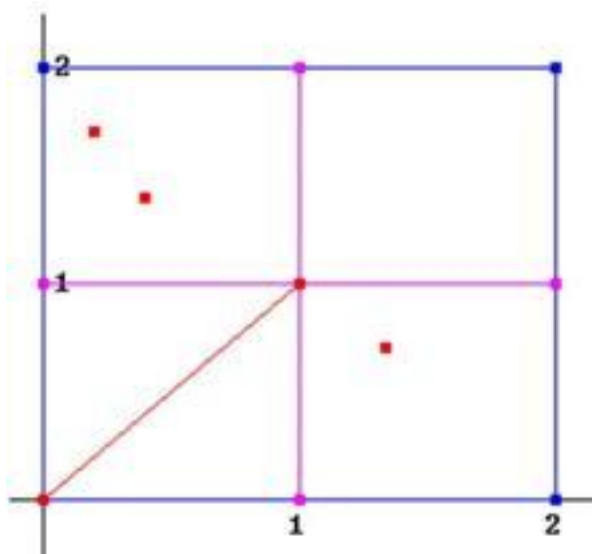
. Puede parecer una denominación peculiar, pero es que es de esos resultados que se presta perfectamente a un entendimiento universal. Este principio viene a decir que, si tenemos n palomares y m palomas, siendo $m > n$ (o sea que hay más palomas que palomares), y todas ellas se recogen a dormir en ellos, entonces en algún palomar hay más de una paloma. Parece de Perogrullo, ¿verdad?, pero esta evidencia permite hacer demostraciones inesperadas. Por ejemplo, una cuestión que Miguel de Guzmán recoge en varios de sus escritos, entre ellos su entretenido libro Cuentos con cuentas (1984):

«En cualquier momento hay en Madrid más de 20 personas con exactamente el mismo número de pelos en su cabellera»

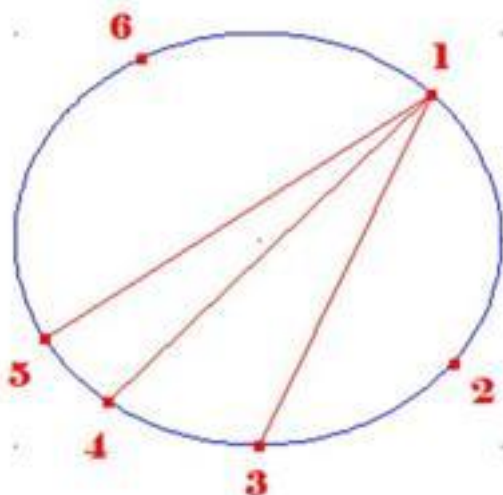
¿Cómo demostrar esta afirmación? El mismo lo indica: «hazte un palomar con 150.000 agujeros, número de pelos que como mucho soporta un mortal en su cabeza, y vete metiendo a cada madrileño en el agujero correspondiente a su número de pelos». Está claro, ¿no? Como en Madrid hay más de 3 millones de habitantes, seguro que en alguno de los 150.000 huecos hay más de 20 personas.

Pero el principio es aplicable en resultados no tan evidentes. Profundicemos un poco. El resultado suele aplicarse a cuestiones de teoría de números. Veamos un ejemplo de tipo geométrico:

En un cuadrado de lado 2 unidades hay 5 puntos. Probar que al menos dos de ellos están a una distancia menor o igual que $\sqrt{2}$.



$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$



La historia del principio del palomar

El principio del palomar fue establecido por el alemán Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet en 1834 (el que logró definir de forma precisa el concepto de función, entre otros logros), y es aplicable a muchas otras disciplinas aparte de las propiamente matemáticas. En informática, por ejemplo, es frecuente.

Con mucha frecuencia el número de posibles valores que pueden tomar los elementos de un vector supera el número de sus índices, produciéndose una colisión en una tabla hash. O en la compresión de archivos mediante algoritmos sin pérdida. Una rama más específica de las matemáticas, la teoría de Ramsey, también utiliza este principio (el problema de la fiesta, similar al descrito de la reunión de las seis personas es del tipo de cuestiones que contempla).

Recomendación para el verano



Una última recomendación de cara al verano, periodo en el que lo normal es tener más tiempo libre, y a veces hasta hay momentos de aburrimiento (que también son saludables, yo creo). A los que gusten de resolver enigmas y otras cuestiones no demasiado complicadas (esto es subjetivo, obviamente), cada verano propongo en [DivulgaMAT](#) (portal de divulgación de la RSME) un concurso cinéfilo-matemático.

[Este es el enlace](#) . Se trata de conjugar matemáticas y otras disciplinas usualmente «confinadas» en las llamadas «humanidades» (ya saben que no comparto esa distinción ciencias vs letras, porque la cultura, para mí, es única y no tiene apartados estancos, aunque algunos se empeñen en endosárselos), de modo que hay cuestiones de ambos tipos en torno al descubrimiento de alguna película que hay que descubrir. El objetivo es pasar algún rato agradable, y aprender algo si fuera posible. Espero que sea de su agrado .

Alfonso J. Población Sáez es profesor de la Universidad de Valladolid y miembro de la Comisión de divulgación de la RSME.

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la [Real Sociedad Matemática Española \(RSME\)](#)