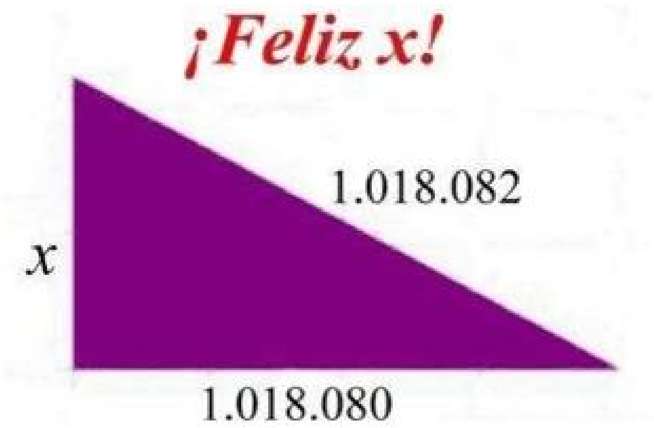
ABC, 15 de Enero de 2018
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Fernando Corbalán

Las propiedades matemáticas especiales detrás del número del año que comienza

2018 es un número con propiedades especiales - Fotolia

Acabamos de cambiar de año, y durante algún tiempo, si tenemos que poner la fecha, todavía dudamos de si es 2018 o 2017 (y de paso a veces reflexionamos sobre la fugacidad del tiempo: ‘Otro año más’, ‘cómo pasa el tiempo’,…). No sé a ustedes pero a mí (seguramente mis contactos son un tanto frikis) unos días antes de acabar el año pasado me llegó el whatsapp siguiente:



Lo cierto es que hasta entonces no había pensado que 2018, como número, tuviera ninguna propiedad especial. Olvidaba la conocida anécdota del matemático inglés **Hardy** (1877-1920) y **Ramanujan** (1887-1920, el gran genio autodidacta hindú) cuando este último estaba en el hospital y Hardy fue a visitarle. Mantuvieron la siguiente conversación, insólita salvo en el caso de dos matemáticos:

Hardy: *‘El número del taxi en el que he venido es el 1729; un número bien aburrido…*

Ramanujan (sobre la marcha): *‘¡No Hardy! Es un número muy interesante: es el más pequeño que se puede expresar como suma de dos cubos de dos formas diferentes’.*

Porque en efecto: $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

[Si alguien quiere profundizar en la relación entre ellos puede ver la película 'El Hombre que conocía el infinito', protagonizada por Jeremy Irons (en el papel de Hardy) y Dev Patel (como Ramanujan)].

Lo que nos lleva a pensar, que si, como le pasaba a Ramanujan, se tiene una fraternal relación con los números, todos tienen su peculiaridad que los hace diferentes. O como también decía otro matemático, francés en este caso, **F. Le Lionnais** en la dedicatoria de su libro 'Les nombres remarquables' ('Los números destacados'): 'A los amigos de toda la vida, deliciosos y terroríficos, los números'.

Ternas pitagóricas

Si calculamos el valor de la x del mensaje, aplicando el bien conocido **Teorema de Pitágoras** (quizás el único teorema que recordamos después de al menos 10 años de enseñanza obligatoria de matemáticas) nos sale, como era de esperar, que x = 2018. Eso indica que 2018, 1.018.080 y 1.018.082 son los lados de un triángulo rectángulo. O dicho de otra manera, que (2018, 1.018.080, 1.018.082) es una terna pitagórica (TP), es decir tres números que satisfacen el
Teorema de Pitágoras
. En nuestro caso

$$2018^2 + 1.018.080^2 = 1.018.082^2$$

Y surge de forma natural la pregunta, ¿con cualquier año (o al menos los próximos al actual) podremos forma una TP o éste tiene esa particularidad especial?

Sabemos que TP hay muchas, siendo la más pequeña y famosa (3,4,5), y algunas tan grandes como las que engloba nuestro actual año. Y no deja de ser curioso que si en vez de cuadrados lo que ponemos es cualquier otra potencia mayor que dos no haya ninguna terna de números enteros que cumpla la igualdad: ese es el llamado **Ultimo Teorema de Fermat** que tanto tiempo y esfuerzos costó demostrar.

Pero volvamos a la pregunta. Y demos una respuesta para años pares, como el actual. Su cuadrado será múltiplo de 4, y por tanto si el año lo llamamos A, su cuadrado podemos ponerlo como

$$A^2 = 4B + 4$$

y entonces A, B y (B+2) formarán una TP puesto que

$$(B+2)^2 = B^2 + 4B + 4 = B^2 + A^2$$

En nuestro caso 20182 = 4064256 = 4x1018080 + 4, y ya tenemos la terna pitagórica que engloba a 2018, que era la que aparecía en la felicitación.

El año próximo

Si queremos estar preparados para poder felicitar de la misma forma el año próximo tendremos que ver si un procedimiento similar es aplicable a los años impares. En ese caso su cuadrado es impar, por lo que podremos ponerlo en la forma 2C + 1, que es justamente la diferencia entre los cuadrados de los números C y C+1, por lo que también 2019 podrá formar parte de una TP. La calculamos

$$2019^2 = 4076361 = 2C + 1 \rightarrow C = 2038180$$

Por tanto (2019, 2038180, 2038181) es una TP: ¡tenemos resuelta la felicitación del año próximo!

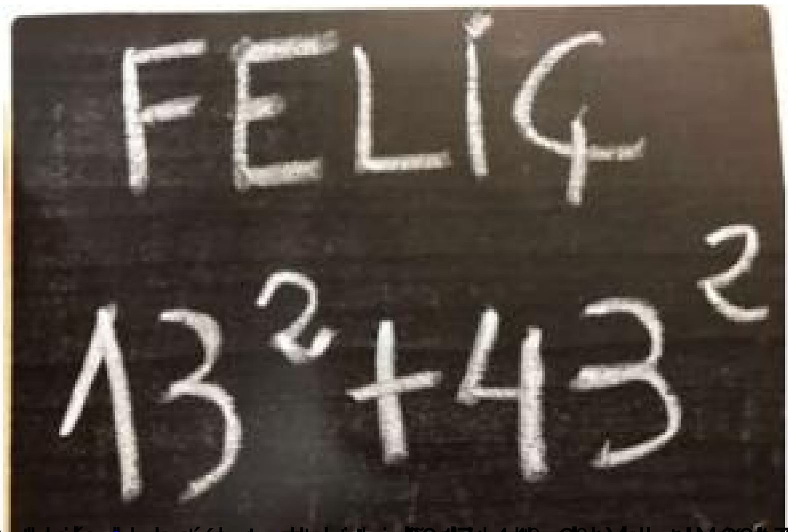
Y de paso hemos visto un resultado general que engloba a todos los años: dado un número natural cualquiera existe al menos una TP de la que forma parte.

Otras particularidades

Hemos visto por tanto que en orden a las TP 2018 no tiene nada de particular. ¿Hay alguna característica que lo distinga? Veamos. Un número puede tener solo como divisores el 1 y el mismo y entonces es primo; o tener otros y en ese caso es compuesto. Con respecto a la suma de sus divisores propios (diferentes del número), un número puede ser igual a ella (son los números perfectos), menor (en cuyo caso es escaso) o mayor (y es un número abundante).

Como 2018 tiene tres divisores 1, 2 y 1009 no es un número primo. Y como suman menos que el propio 2018, es un número 'escaso'. Lo mismo le pasó a 2017 (como a todos los primos) y a 2019. El primer año 'abundante' (respecto a sus divisores) a partir de ahora será 2020 (que tiene un montón de divisores: 1,2,4,5,10,20,101, 202, 404, 505, 1010 y 2020). Años perfectos no hay ni se les espera en un futuro próximo: la perfección también es escasa en el campo numérico. El número perfecto menor que 2018 y más próximo a él es 496; el siguiente es 8128 (bien lejano en términos temporales).

Tampoco por ahí encontramos ninguna singularidad. Sí que lo es en cambio la que aparecía en otro Washapp de felicitación del año (lo que confirma que estoy rodeado de grupos frikis).


FELIÇ
13^2+43^2