Una de las posibles formas de aparición de las matemáticas en los periódicos es por medio de una sección dentro del suplemento escolar. En el caso de ***'Heraldo de Aragón'***, el medio de referencia en Zaragoza, se trata de 'Heraldo Escolar', uno de los más antiguos de nuestro país, que ha sobrepasado ya los 750 números.

En el mismo durante más de una decena de años he ido realizando cada semana diferentes formatos con títulos también distintos, que incluyó algunos años el llamado 'Los tres pies del gato' que trataba de actividades matemáticas sobre artículos del propio diario, de las páginas de información general, y que supuso para mí el inicio de una larga trayectoria de reflexión, que continúa en la actualidad, sobre el lugar de las matemáticas en los medios y de las posibilidades de utilizarlos en el aprendizaje de las mismas (parte de los cuales están recogidos en mi libro 'Prensa, matemáticas y enseñanza', Mira editores, Zaragoza, 1991).

ED01 ED02 ED03

ED04

ED05 ED06 ED07

ED08

ED09 ED10 ED11

ED12

ED13 ED14

El penúltimo formato fue el que vamos a ir presentando en esta sección. Apareció a lo largo del curso 2004/05 y su título era 'Espacio de-mente', que utilizaba dos acepciones de la palabra. Por una parte eran actividades en las que intervenían las neuronas, pero a la vez apelaba al hecho de que también aparecerían rasgos extraños y con una componente imaginativa.

Más allá del valor intrínseco de cada uno de los espacios creo que pueden servir como muestra de posibles actividades para el periódico, para clase o para el simple disfrute intelectual. Con la ventaja de que en cada artículo se dan las soluciones del reto propuesto en el anterior (o por lo menos indicaciones para obtenerlas con más facilidad).

El mecanismo de la serie se explica en el primero de los 'espacios dementes', por lo que no me alargo más. Solo aclarar que esta es la primera entrega, que abarca los 14 primeros artículos, y que habrá otras dos más hasta completar los 35 del año. Se dan en formato Word, tal y como yo los enviaba a la redacción; hubiera sido un poco más complicado ahora encontrarlos en otros formatos ya compuestos tal y como se publicaron.

Acabar diciendo que la saga continúa. Este curso 2007/08 recién empezado aparece cada semana en 'Heraldo escolar' una nueva sección: 'Mates de cerca'. En el título, además de desvelar las pretensiones, se juega de nuevo con las palabras: la presencia de las matemáticas en la vida diaria, pero también una visión cercana. Pero su contenido será materia para el futuro en Divulgamat.

ESPACIO DE-MENTE (1)

Hay cosas en la vida que hacemos de forma espontánea, sin darnos cuenta, como respirar o pensar. Pero eso no quiere decir que no se puedan mejorar. Si queremos bucear o ser socorrista necesitamos poder respirar de una forma diferente y lo mismo sucede si tenemos que hacer deportes muy intensos (como carreras cortas) o que exijan resistencia (como el ciclismo). Tenemos que conocer las técnicas precisas y entrenar. Algo que parece bastante pesado, pero que según como se haga puede llegar a ser divertido y placentero.

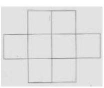
Lo mismo sucede con las maneras de pensar: hay que entrenarse para llegar a pensar mejor. A eso vamos a dedicar este espacio. Y como la mente es la parte más necesaria para pensar, lo llamamos DE-MENTE, jugando un poco con el hecho de que también tendrá algunas componentes un poco extrañas o imaginativas.

La mayoría de los problemas que propongamos serán de matemáticas, pero el objetivo último es aprender a afrontar de una forma más rentable la resolución de los problemas con que seguro que nos prueba la vida. No serán necesarios unos conocimientos matemáticos especiales, pero sí en cambio reflexión sobre los mecanismos mentales que utilizamos.

Cada miércoles nos referiremos al problema de la semana anterior, dando la solución o aportando claves para que se pongan en marcha mecanismos de pensamiento que permitan encontrarla. Porque igual que a los buenos viajeros les interesa más el recorrido que la meta, para llegar a resolver bien problemas tiene más importancia el proceso que la solución. Y vamos ya con el primero.

OCHO NÚMEROS

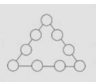
Se trata de colocar los ocho números consecutivos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 en la cuadrícula adjunta con la condición de que ninguno de los números tenga al lado uno consecutivo con él, mirando en horizontal, en vertical y en diagonal. Y se trata además de hacerlo de todas las formas posibles.



ESPACIO DE-MENTE (2)

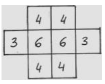
TRIANGULO MAGICO

Tienes que situar los nueve primeros números naturales (1,2, 3,...., 8, 9) en los nueve círculos de forma que la suma de los cuatro números de cada lado sea la misma.
 Trata de lograr que la suma sea en una de las soluciones lo mayor posible y en otra lo menor posible. ¿Hay también soluciones en que la suma sea un número intermedio entre las dos anteriores?



Ocho números (solución)

Para intentar resolverlo puedes ir probando a ver si hay suerte y aciertas. Si no, piensa un poco. Las casillas son más difíciles de llenar cuando tienen un mayor número de casillas con las que tocan. Abajo tienes cuántas son en cada una de ellas: las que tocan 6 son las que tendrás que llenar primero. Si analizas los números de 1 a 9 verás que no hay muchas posibilidades. Tan pocas que en realidad hay una sola solución, salvo simetrías (los números de arriba abajo o los de la derecha en la izquierda).



ESPACIO DE-MENTE (3)

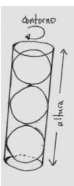
BOLAS DE TENIS

Si eres jugador de tenis ya sabes que las pelotas se venden en botes con tres (las más frecuentes) o con cuatro. Si no lo eres, ya lo sabes a partir de ahora.

Dos jugadores discuten sobre las dimensiones de esos botes: la altura y el contorno (la medida alrededor). No recuerdan cuánto tienen que medir las pelotas, pero a pesar de ello se atreven a hacer algunas afirmaciones, como las siguientes:

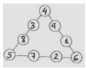
1. En ambos botes la altura es mayor que el contorno del bote, dice uno de ellos.
2. ¡Que va! Si tiene cuatro pelotas sí que es cierto, pero el de tres bolas tiene una altura menor que su contorno.

Seguro que puedes medirlos para ver lo que pasa, pero para eso hace falta que tengas ambos botes a mano (como no siempre ocurre tendrías que ir a una tienda de deportes). Pero como lo que no te falta es cabeza, tal vez usándola puedes dar una respuesta sin tener que hacer ninguna medición.



Triángulo mágico (solución)

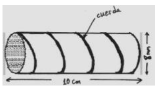
Los números que están en los vértices se suman dos veces (en los dos lados que se juntan en él), por lo que si quieres tener la suma mayor deberás colocar en ellos los tres números más grandes (7,8 y 9), y si la suma será lo menor posible con los tres más pequeños (1,2,3). También hay soluciones intermedias como:



ESPACIO DE-MENTE (4)

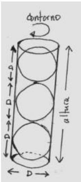
LA CUERDA QUE SE ENROSCA

Acabo de comprar un lápiz y tengo a mano también una cuerda que enrosco alrededor del mismo y resulta que da exactamente cuatro vueltas y cubre toda la longitud del lápiz, como ves en la figura. El lápiz tiene 10 cm de longitud y 8 mm. de diámetro. Yo puedo desenrollar la cuerda y medirla, algo que tú no puedes hacer; pero a pesar de todo, ¿puedes decirme qué longitud tiene la cuerda?



Bolas de tenis (solución)

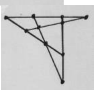
Si el diámetro de la bola es D, la longitud L del contorno del bote que la contiene es la de la circunferencia máxima de la bola, es decir, $L = \pi \cdot D \approx 3{,}14 \cdot D$. Si el bote es de tres bolas la altura del mismo será $3 \cdot D$ (luego menor que el contorno), mientras que si es de 4 bolas su altura es 4·D, mayor que el contorno. Y no depende de las dimensiones de la bola.



ESPACIO DE-MENTE (5)

COLOCACION CAPRICHOSA

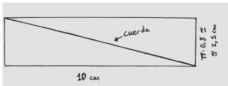
Queremos plantar 10 arboles en un jardín, pero no de una forma cualquiera, sino dándonos un capricho: formando 5 rectas con 4 arboles cada una. Parece que sea imposible porque 5·4 = 20, pero sí se podrá hacer si alguno de los árboles forman parte de más de una línea. Para que veas que es realizable te damos dos de las soluciones y te informamos de que hay otras cuatro posibilidades, que puedes buscar (todas o conformarte con algunas).



[Los árboles están marcados con puntos]

La cuerda que se enrosca (solución)

Si en vez de un lápiz fuera un cilindro hecho con cartulina de las esas dimensiones, la longitud L de la cuerda sería la misma. Si abrimos la cartulina la cuerda quedaría como se ve en la figura, por lo que L es la longitud de la hipotenusa: $L^2 = 10^2 + (2.5)^2$, luego L = 10.3 cm.



ESPACIO DE-MENTE (6)

SUMANDO IMPARES

Vamos a sumar números impares consecutivos empezando por 1:

1 + 3 = 4

1 + 3 + 5 = 9

1 + 3 + 5 + 7 = 16

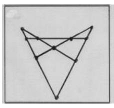
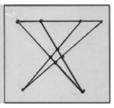
1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36

Y podemos seguir las sumas. ¿Encuentras llamativos los resultados que van saliendo? ¿Piensas que hay alguna regla general para esas sumas? Si tu respuesta es afirmativa, trata de encontrar una expresión del resultado y de dar razones para poder probarla.

Colocación caprichosa (solución)

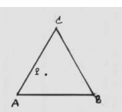
Te damos otras dos colocaciones de los nueve árboles. Recuerda que hay seis diferentes y ya tienes cuatro posibles. Seguro que has encontrado las dos que faltan.

ESPACIO DE-MENTE (7)

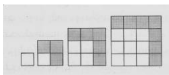
DISTANCIA A LOS TRES LADOS

Tenemos tres puntos A, B y C en el plano que son los vértices de un triángulo equilátero de lado 2. Elegimos un punto cualquiera P interior al triángulo ABC y hallamos la suma S de distancias desde P a los tres lados del triángulo.
¿Entre qué valores puede estar la suma S que encontremos?



Sumando impares (solución)

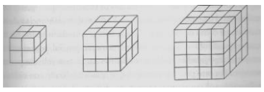
Parece que para resolver problemas de números solo se pueden hacer razonamientos numéricos, pero a veces es conveniente pensar en otras cosas, como en la geometría. Observa la figura adjunta: ves que cada suma es un cuadrado de lado igual al número de impares que sumemos. Podemos dar el resultado: la suma de los M primeros números impares es igual a M^2.



ESPACIO DE-MENTE (8)

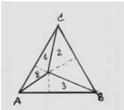
PINTANDO CUBOS

Con cubitos iguales (de lado 1cm) hacemos cubos grandes de 2, 3, 4, 5 cm de lado. Una vez hechos los cubos grandes pintamos toda su superficie exterior y cuando se ha secado la pintura deshacemos los cubos. De los cubitos pequeños que los formaban, ¿hay alguno pintado por más de 3 caras?, ¿cuántos están pintados por 3 caras?, ¿cuántos por 2? ¿cuántos por 1?,¿hay alguno sin pintar por ninguna cara? Busca la respuesta en todos los casos.



Distancia a los tres lados (solución)

La suma de distancias es la misma siempre, cualquiera que sea el punto P que elijamos e igual a la altura del triángulo original: $\sqrt{3} \approx 1.73$ cm. Para verlo observa la figura: el área del triángulo ABC (igual a la mitad de la base por la altura H) se puede obtener como suma de los triángulos 1, 2 y 3, todos los cuales tienen la misma base (el lado del triángulo). Luego la suma de las alturas de los tres (la suma de las distancias a los lados) es H. Sigue pensando: si el triángulo tiene lado L, ¿también es común la suma de distancias a los lados? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cuál es esa suma?



ESPACIO DE-MENTE (9)

COCIENTES QUE LLENAN LA PANTALLA

En la calculadora nos dedicamos a calcular cocientes. Si hacemos 17/8 no se llena la pantalla, se obtiene un cociente cuyas cifras se acaban

17/8 = 2.125.

En cambio si lo que hacemos es 17/7 sí que se llena toda la pantalla, puesto que, en el caso de la nuestra, lo nos aparece es

17/7 = 2.428571429

Investiga los cocientes que llenan la pantalla y los que no la llenan. Procura dar una formulación lo más general posible.

[Poner una calculadora (si acaso con el resultado anterior) si hay espacio]

Pintando cubos (solución)

Las caras pintadas aparecen en la tabla

	Lado
3 caras	
2 caras	
1 cara	
0 caras	
Suma	
2	
8	
0	
0	

0

8

3

8

12

6

1

27

4

8

24

24

8

64

5

8

36

54

27

125

En la tabla, en la última columna (suma) tiene que aparecer el total de los cubitos empleados en la construcción, que es justamente el cubo del lado (la primera columna). Por eso es por lo que la tercera potencia de un número (el resultado de multiplicar un número por sí mismo tres veces) se le llama cubo.

Si quieres seguir con cubos más grandes (6, 7,..., o en general n cm de lado) el que la suma sea la tercera potencia del lado es una forma de ver si has hecho bien las cuentas.

ESPACIO DE-MENTE (10)

EN INGLES

A uno de tantos jóvenes que en verano va a algún país sajón a aprender inglés, quizás como consecuencia de lo cara que es la vida allí (pero también podría ser un poco manirroto), bastante antes de que se acabara su estancia se le terminó el dinero que su familia había previsto que le durara hasta su vuelta. Quizás para hacer ver que por lo menos le aprovechaba en cuanto al inglés envió un escueto mensaje: “SEND MORE MONEY”. No quedaron muy contentos sus padres, pero decidieron darle una oportunidad matemática, y le dijeron que le enviarían dinero como pedía si sabía resolver la suma

$$
\begin{array}{r}
S\,E\,N\,D \\
+\;M\,O\,R\,E \\
\hline
M\,O\,N\,E\,Y
\end{array}
$$

en la que cada letra es un dígito (siempre el mismo) y si dos letras que son diferentes corresponden a números diferentes.

Por si alguna vez te pasa algo parecido puedes empezar a entrenarte. ¡Ah!, y no es cuestión de acertar ni de suerte, simplemente pensando se puede obtener la suma (que además tiene resultado único).

Cocientes que llenan la pantalla (solución)

El cociente será exacto cuando podamos encontrar una fracción equivalente a la dada cuyo denominador sea una potencia de 10, y el número de decimales será igual al exponente de esa potencia. Como para obtener fracciones equivalentes tenemos que multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, la única posibilidad de obtener en el denominador una potencia de 10 es que los únicos factores primos del denominador inicial sean los de 10, es decir, 2 y 5. Si hay algún otro ya no será posible y el cociente no se acabará. Puedes comprobarlo en todos los casos que quieras.

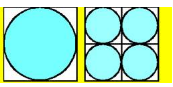
ESPACIO DE-MENTE (11)

GRANDES O PEQUEÑOS

Tenemos un cuadrado y un círculo inscrito dentro de él (es decir, que es tangente a los cuatro lados). Partimos el cuadrado en cuatro cuadrados iguales y en cada uno de ellos hacemos lo mismo: inscribimos un círculo (figura).

¿El área cubierta por los cuatro círculos es ahora igual, mayor o menor que en primer caso?

Si en cada uno de los cuatro cuadrados repetimos el proceso (con lo que tendremos ahora 16 cuadraditos iguales cada uno con un círculo inscrito), ¿qué podemos decir sobre la suma de las áreas de los nuevos cuadrados respecto a la del círculo original?



En ingles (solución)

Rápido es ver que M = 1, con lo cual S = 9, y de ahí O = 0. Se sigue de forma parecida hasta encontrar los demás. Se trata de la suma:

9 567

\+ 1085

1 0652

Esas sumas en las que las letras corresponden a números se llaman ‘criptoaritmos’ y puedes ser muy divertidas. Otro día veremos más.

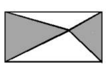
ESPACIO DE-MENTE (12)

¿IGUALES?

Dos hermanos heredan un terreno rectangular y quieren dividirlo en dos partes de la misma superficie. Un vecino propone como forma de hacerlo elegir un punto cualquiera del terreno y trazar los segmentos que unen ese punto con los cuatro vértices: así se obtienen cuatro triángulos. Basta con que cada uno de los hermanos elija los dos que están unidos por el vértice.

¿Realmente la superficie de los dos trozos es igual? En caso afirmativo haz los razonamientos necesarios que hagan ver claramente la razón.

b



Grandes o pequeños (solución)

El área (o superficie como quieras) que ocupa el círculo grande es el mismo que los que ocupan los cuatro pequeños, con lo cual, por muchas veces que repitas el proceso la suma de las áreas de todos los circulitos que obtengas será igual a la del círculo original. Para verlo puedes razonar utilizando la fórmula del área del círculo (π por el cuadrado del radio) y tener en cuenta que en cada etapa el radio se divide por dos, pero también puedes hacerlo usando semejanzas. Y ahora una generalización del problema. En vez de en el plano estamos en el espacio: un cubo con una esfera inscrita. Ese cubo lo dividimos en cubos de lado mitad. ¿Cuántos cubos obtenemos? Si en cada uno de estos cubos inscribimos una esfera, ¿cuál es la relación entre el volumen de la esfera grande y la suma de los volúmenes de todas esferas pequeñas?

ESPACIO DE-MENTE (13)

FECHAS CAPICUAS

Si ponemos la fecha de la forma habitual: día (de 01 a 30), mes (de 01 a 12) y año (con sus cuatro cifras) cada día viene dado por un número de 8 cifras. Así hoy es 15122004 (15 de diciembre de 2004), que no es un número capicúa (que como sabes son los que leídos de izquierda a derecha y de derecha a izquierda dan el mismo número).

Las dos últimos fechas capicúas han sido el 20 de febrero del 2002 (20022002) y el 10 de febrero de 2001 (10022001), como ves solo separados por un año y 10 días. No siempre están tan próximos entre sí. Puedes dar algunas vueltas por el calendario para verlo y contestar a las preguntas:

¿Cuáles fueron los dos días capicúas anteriores al 10/02/2001?
¿Cuales serán los dos próximo días capicúas?

Y si tienes ganas puedes investigar más días capicúas, tanto hacia atrás como hacia adelante.

¿Iguales? (solución)

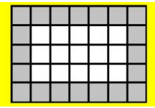
El área del rectángulo es el producto de las dos dimensiones: a x b. Dos de los triángulos que le corresponden a uno de los hermanos (los oscuros) tienen la misma base (a) y la suma de sus alturas es la otra dimensión (b), luego el área de los dos será (axb)/2, la mitad del total. La otra mitad es justamente el área de los dos triángulos que le corresponde al otro hermano. Y el razonamiento sirve para cualquier punto del terreno que elijamos.

ESPACIO DE-MENTE (14)

EL TAPIZ

Un artesano teje pequeños tapices cuadrados de dos colores: grises y blancos. Con ellos querría fabricar un tapiz mayor y le gustaría que poniendo los cuadrados grises en los bordes y los blancos en el interior necesitara tantos cuadrados grises como blancos.

Su primer intento es el de la figura, que no cumple las condiciones, porque puedes contar que hay 20 cuadrados grises y 15 blancos. ¿Es posible obtener algún tapiz con las condiciones exigidas? Si hay más de uno procura obtener todos los posibles.



Fechas capicúas (solución)

No tendremos que esperar mucho tiempo a tener otra fecha capicúa: la próxima es el 1 de febrero de 2010 (01022010); y la siguiente es enseguida: el 11 de febrero de 2011 (11022011). Sin embargo, antes del 2001 hay que retroceder más de ocho siglos para encontrar la anterior: el 29 de noviembre de 1192 (29111192); y un poco más atrás el anterior : 19 de noviembre de 1191 (19111191).

Ya que te has metido en calendarios puedes seguir buscando todas las fechas capicúas de este siglo XXI, que contiene bastantes.