## 1. Ese “peligroso” artilugio: la calculadora.

En la enseñanza de la matemática no existe una herramienta que cree mayor controversia y puntos de vista enfrentados e irreconciliables que el uso de la calculadora. No deja de ser curioso que hay profesores de matemáticas que, aunque no los utilicen, aceptan que otros compañeros puedan utilizar ordenadores u otros medios como los audiovisuales, pero están totalmente en contra de la utilización de las calculadoras en el aula.

Y eso a pesar de que las recomendaciones para su uso como material didáctico no es algo nuevo.

“No hay duda de que las calculadoras son, ahora, la herramienta natural para realizar las operaciones aritméticas. Por esta razón, aprender a usar una calculadora – y usarla con sensatez – debe formar parte del aprendizaje de la aritmética. Cualquier intento de evitar su uso sería tonto y provocaría solamente el alejamiento de los alumnos de las matemáticas escolares.”

La frase anterior está sacada del informe “Las matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90”, un seminario internacional organizado por la International Commission on Mathematicasl Instruction en Kuwait en 1986. Se podrían poner referencias más contundentes como las de los estándares del National Council Of Teachers of Mathematics o las referencias que aparecen en los curricula del Ministerio de Educación, pero creemos que es una buena muestra de que la calculadora debería formar parte de los utensilios corrientes de nuestras aulas.

Especialmente porque nadie realiza cálculos a mano fuera del ámbito escolar. Podríamos pensar que cualquier profesor que insistiera en sus clases que la mejor forma de enviar un mensaje a un amigo es escribirle una carta o un telegrama debería revisarse sus neuronas, pero nos parece normal imponer las obligaciones de los algoritmos de lápiz y papel, muy denostados por varios didactas.

El profesorado que está en contra de su utilización suele aducir que el uso habitual de la calculadora llevará aparejado que los alumnos no aprendan los algoritmos básicos de operaciones con lo que no podrán enfrentarse a situaciones problemáticas. Pero los estudios hechos hace decenas de años demuestra que este argumento es falso. No solamente no hay ningún estudio que demuestre que los alumnos que manejan calculadoras están peor preparados para las matemáticas, sino que se ha demostrado que los alumnos que investigan con esa herramienta están mejor preparados para afrontar la resolución de problemas.

Mi experiencia es que los profesores que muestran su disconformidad con el uso de esta herramienta es simplemente por desconocimiento de sus posibilidades, algo que suele ser evidente si se asiste a cualquier reunión de coordinación de las pruebas de la EBAU, en donde se pone de manifiesto el amplio desconocimiento de las posibilidades de las calculadoras. Ya que lo primero que hay que tener presente es que el uso de las calculadoras debe cambiar la metodología de la clase, y el tipo de pruebas que el alumnado debe realizar.

“Así pues, consideramos que los tribunales de examen deben diseñar sus programas y exámenes partiendo del supuesto de que todos los examinandos tendrán la posibilidad de utilizar una calculadora en 1985”.

La frase anterior está extraída del informe de una comisión británica, que a finales de la década de los años 70 del pasado siglo estudió las matemáticas que en ese momento se impartía en el ámbito no universitario, y propuso una serie de recomendaciones para la enseñanza en las siguientes décadas. Por el nombre de su presidente este documento se conoce como el Informe Cockcroft [i] .

La principal ventaja de las calculadoras es que los alumnos pueden comenzar a realizar investigaciones años antes de ver algunos conceptos que requieren una precisión de cálculo que lleva tiempo conseguir. Además, los juegos que tienen la calculadora como elemento auxiliar suelen estar pensados para desarrollar el cálculo mental y el razonamiento lógico previamente a la utilización de la calculadora. Es decir, el cálculo con la herramienta sólo se hace una vez se ha decidido qué operación es la adecuada para resolver la situación en la que nos encontramos. Ejemplos de estos juegos ya se propusieron [ii] en la sección de juegos inmersa en la revista SUMA de la FESPM y hoy vamos a ver otro enfoque más interesante, la simulación del juego de golf con la ayuda de la calculadora.

## 2. La puntuación en el golf.

Aunque es una actividad de todos conocidas, bien por ser aficionados o por haberla visto en alguna película, la forma de puntuar puede ser diferente. Hay páginas donde se pueden encontrar hasta 18 formas distintas de puntuar [iii] . Como vamos a simular una partida es conveniente que tengamos en cuenta algunos conceptos que van a aparecer en las reglas.

En el golf, los hoyos se clasifican según una medida llamada par, se considera el par como el número de golpes que hay que dar a la bola para llegar al agujero correspondiente. En el golf de verdad esa cantidad depende de la distancia a la que esté el hoyo, pero en nuestro juego es una estimación de la cantidad de cálculos que hay que hacer para resolver el problema propuesto. Si se realizan menos o más golpes, se indican que son bajo o sobre par lo que tiene una terminología correspondiente que no nos aporta nada a nuestro juego. En general, ganará quien tenga menos golpes acumulados al final de la partida.

## 3. El juego del golf con calculadora.

Este es un juego de estimación. Es decir, el jugador debe suponer cuál será el valor que resuelva el problema propuesto y una vez que lo haya indicado realizará el cálculo con la calculadora. Por ello, la máquina de calcular sólo será una herramienta para realizar un cálculo mecánico y repetitivo, y no aportará nada a la resolución del problema, si el jugador es incapaz de estimar el valor a probar. Lo recalco ya que la estimación es un aspecto que no se suele trabajar en las clases de matemáticas, y sin embargo es una situación con la que nos vamos a encontrar a menudo en nuestra vida cotidiana.

Este juego aparece en mucha documentación sobre calculadoras, pero como no se suele indicar claramente de dónde se ha extraído, es difícil saber a ciencia cierta quien es el autor original del juego. Yo he utilizado principalmente los libros de Brian Bolt, en concreto el de “Más actividades matemáticas” que como su versión original es de 1985, debe ser de los primeros en citar el juego.

Vamos con el juego en sí.

Es un juego en el que pueden jugar de dos a cuatro jugadores e incluso se puede jugar en gran grupo. Cada jugador necesita papel y lápiz para hacer los cálculos y una calculadora. Se dispone de una serie de tarjetas como las siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| HOYO A<br>Halla a tal que<br>$56{,}7 < a^2 < 57{,}7$<br>Par 4 | HOYO B<br>Halla b dado por<br>$181 < 17 \cdot b < 183$<br>Par 4 | HOYO C<br>Halla c de forma que<br>$4{,}5 < \frac{269}{c} < 4{,}9$<br>Par 4 |
| HOYO D<br>Halla d dado por<br>$6{,}9 < d + \frac{1}{d} < 7{,}0$<br>Par 3 | HOYO E<br>Halla e verificando<br>$128 < e \cdot (e+9) < 130$<br>Par 4 | HOYO F<br>Halla el valor de f si<br>$21 < 1{,}3^f < 22$<br>Par 5 |
| HOYO G<br>Halla g de forma que<br>$0{,}7 < g^2 < 0{,}8$<br>Par 3 | HOYO H<br>Halla h dado por<br>$0{,}90 < \frac{h-10}{h+10} < 0{,}91$<br>Par 5 | HOYO I<br>Halla i tal que<br>$8{,}4 < \sqrt{i} < 8{,}5$<br>Par 3 |

En el libro citado de Bolt sólo aparecen alguna de las tarjetas. El conjunto completo está tomado de otro libro de Bolt del que tengo versión portuguesa.

La forma del juego es muy simple. Se barajan las tarjetas y se colocan boca abajo sobre la mesa. Se levanta una tarjeta y se muestra. Todos los jugadores van proponiendo valores que estiman que cumplirán las desigualdades y entonces realizan la operación con la calculadora. Si no consiguen el resultado, prueban con otro valor hasta dar con el resultado. En todos los casos antes de utilizar la calculadora hay que estimar el tiro. Al final se anota el número de intentos que ha necesitado para conseguir el hoyo, es decir, para resolver el problema.

Veamos un ejemplo. Ha salido la tarjeta correspondiente al hoyo h y se realizan los siguientes intentos:

| |
|---|
| h |

| |
|---|
| (h-10)/(h+10) |

| |
|---|
| 100 |

| |
|---|
| 0,818… |

| |
|---|
| 150 |

| |
|---|
| 0,875 |

| |
|---|
| 190 |

| |
|---|
| 0,9 |

| |
|---|
| 200 |

| |
|---|
| 0,904… |

El jugador ha necesitado cuatro tiros para lograr el hoyo.

Los jugadores van anotando todos los golpes que necesitan en todo el recorrido y al final gana el que haya necesitado menos golpes para conseguir todos los hoyos.

En algunas versiones a la cantidad de golpes que se ha necesitado para conseguirlo se le resta el número del par, con lo que se obtendrá un número negativo si se han necesitado menos golpes o uno positivo si se han necesitado más. Se suman todos y de nuevo gana quien tiene un valor más pequeño dentro de los posibles negativos.

En otras referencias donde se encuentra este juego se pueden ver tarjetas variadas, pero además, una vez visto el objetivo, cada profesor puede crear sus tarjetas según la operación que se quiera repasar. También se puede ampliar o reducir el recorrido de la partida.

En mi opinión, para atraer la atención hacia el juego, es conveniente comenzar con tarjetas más simples, en las que se necesite menos golpes para lograr hoyo, de forma que se aprenda la dinámica del juego antes de comenzar con otras tarjetas más complicada. Por ejemplo, las siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| HOYO A<br>Halla a tal que<br>$110 < a^2 < 115$<br>Par 3 | HOYO B<br>Halla b dado por<br>$120 < b \cdot (b+1) < 140$<br>Par 3 | HOYO C<br>Halla c de forma que<br>$20 < \frac{200}{c} < 25$<br>Par 2 |
| HOYO D<br>Halla d dado por<br>$-16 < 10 - d < -15$<br>Par 2 | HOYO E<br>Halla e verificando<br>$30 < e^3 < 35$<br>Par 3 | HOYO F<br>Halla el valor de f si<br>$20 < 4 \cdot f < 24$<br>Par 2 |
| HOYO G<br>Halla g de forma que<br>$25 < g^2 < 30$<br>Par 2 | HOYO H<br>Halla h dado por<br>$10 < \frac{h}{30} < 11$<br>Par 2 | HOYO I<br>Halla i tal que<br>$5 < \sqrt{i} < 6$<br>Par 2 |

## 4. Mejorar el hándicap.

En el golf, y en otros deportes, existe lo que se llama hándicap. En éste caso es el número de golpes que necesita un jugador para realizar un recorrido completo.

Algo que suele interesarle al alumnado es mejorar su hándicap. Es decir, una vez que se ha realizado el juego se les propone que intenten, ya que tienen práctica, pasar de nuevo el circuito y hacerlo en menos golpes. Para ello se les vuelve a proponer el juego pero cambiando en las tarjetas los números que limitan el valor a buscar, dejando la misma operación. De esta forme puede haber alumnos que no ganen, pero que mejoren su hándicap respecto a la partida anterior, lo que suele ser gratificante para esos alumnos.

## 5. Referencias.

Bolt, Brian (1988): *Más actividades matemáticas*. Labor, Barcelona.

Bolt, Brian (1996): *Puzzles de matemática*. Terramar, Lisboa.

---

## Notas:

[i] Se puede descargar pdf gratuito desde la página del Ministerio de Educación. https://sede.educacion.gob.es/publiventa/las-matematicas-si-cuentan-informe-cockcroft/pedagogia/1129

[ii] Se puede consultar en esta sección de juegos de divulgamat en la dirección http://www.divulgamat.net/index.php?option=com_content&view=article&id=10118&directory=67

[iii] Por ejemplo en https://www.golfsitges.com/modalidades-de-juego