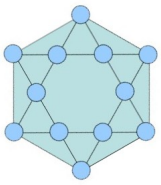
Cuando nos enfrascamos con nuestros alumnos en la resolución de problemas (no nos referimos a meros ejercicios repetitivos) debemos activar la capacidad de sorpresa y estar dispuestos a ser mejorados por ellos en las estrategias aplicadas para encontrar las soluciones de los mismos.

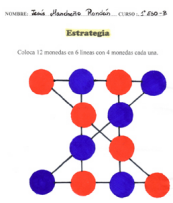
Para demostrar la anterior afirmación contamos lo que nos ocurrió en uno de los problemas planteados en el “Concurso de Ingenio” que desarrollamos en nuestro centro (concurso consistente en la resolución de un problema cada semana, a lo largo de 20 semanas del curso).

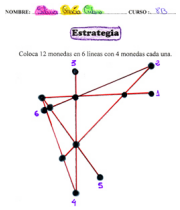
En cierta ocasión se le planteó a los participantes el siguiente problema: “Coloca 12 monedas en seis líneas con cuatro monedas en cada una”.

Cuando decidimos proponer este problema, esperábamos una solución única: la estrella de seis puntas formadas por dos triángulos equiláteros entrecruzados con las 12 monedas colocadas en los vértices e intersecciones entre los lados de los dos triángulos.



Al ver las respuestas dadas por los participantes la sorpresa fue mayúscula, pues fueron tan llamativas como las siguientes:





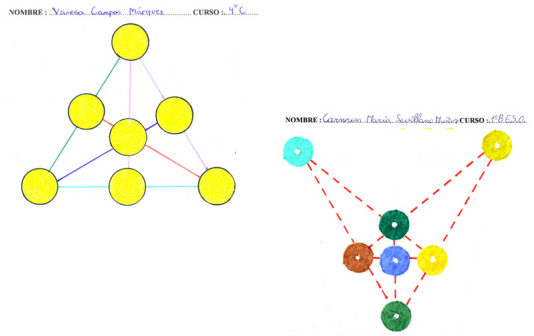
JUEGOS DE CONFIGURACIÓN

Son juegos de configuración aquellos en que hay que conseguir una determinada disposición con las piezas o fichas de que se dispone. Por la sencillez del material necesario se pueden desarrollar con nuestros alumnos de forma manipulativa, que permite a los estudiantes razonar mientras mueven físicamente las fichas.

En nuestro caso en concreto, dado un número determinado de monedas tendremos que conseguir una distribución de las monedas que cumpla unas condiciones determinadas.

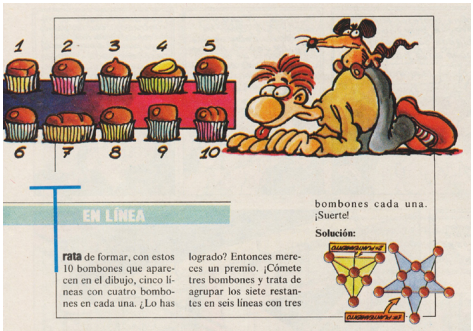
En este tipo de juegos hay que tener mucho cuidado con las condiciones que se plantean pues intercambiar números, por ejemplo, puede dar más de un dolor de cabeza y una búsqueda imposible. Siempre nos acordaremos del error cometido en nuestra aportación en el calendario matemático que editan SM y la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al Khwarizmi" (estupenda publicación coordinada por nuestro amigo Floreal Gracia). Entre otros problemas propusimos el siguiente: “Coloca seis monedas en siete filas de tres monedas cada una”. Y nos quedamos tan “panchos”, sin darnos cuenta del error que cometíamos. Al poco tiempo nos llamó Juan Emilio García preguntándonos “¿Cuál es la solución del problema que tenéis planteado en el calendario?”. Cuando revisamos nuestros datos dijimos “Tierra trágame”. El enunciado correcto era: “Coloca siete monedas en seis filas de tres monedas cada una”

El primer planteamiento no tiene solución, el segundo puede dar distintas disposiciones:



SELECCIÓN DE PROBLEMAS DE CONFIGURACIÓN CON MONEDAS

Durante años hemos ido recopilando, diseñando y ampliando una gran cantidad de juegos con monedas que entran dentro de los juegos de configuración. Muchos de ellos pueden encontrarse en hojas de pasatiempos de todo tipo de publicaciones. A continuación se puede ver uno aparecido en el *Pequeño País* en 1989.

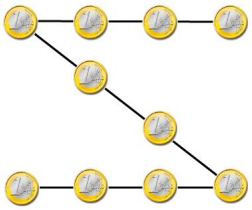


Dentro de este apartado de configuración podemos considerar dos grandes bloques:

a. En primer lugar tenemos las situaciones en que hay que colocar una serie de monedas en líneas con una determinada cantidad de monedas en cada línea.

A veces estos enunciados resultan paradójicos inicialmente; por ejemplo, nos pueden pedir que coloquemos diez monedas en cinco filas con cuatro monedas en cada una, pero también

pueden plantearnos colocar las mismas diez monedas en tres filas de cuatro monedas cada una. En el dibujo anterior está la solución a la primera propuesta y a continuación la solución a la segunda.



Para que nuestros lectores puedan entretener sus “largas horas de ocio” les planteamos una serie de retos en esta misma línea.

1. Coloca seis monedas en:
   a) Tres líneas de tres monedas cada una.
   b) Cuatro líneas de tres monedas cada una.
2. Coloca siete monedas en:
   a) Cinco líneas de tres monedas cada una.
   b) Seis líneas de tres monedas cada una.
3. Coloca ocho monedas en cuatro líneas de tres monedas cada una.
4. Coloca nueve monedas en:
   a) Tres líneas de cuatro monedas cada una.
   b) Ocho líneas de tres monedas cada una. Esta disposición corresponde al tablero de un conocidísimo juego de estrategia, tal vez el más famoso y sencillo de todos.
   c) Nueve filas de tres monedas cada una. Con el mismo número de monedas se consigue en esta disposición un alineamiento más, esto hace que el juego que se basa en este tablero, el Tres en raya áureo o trihex, tenga más líneas de ocupación.
   d) Diez líneas de tres monedas cada una.
5. Coloca diez monedas en:
   a) Tres líneas de cuatro monedas cada una.
   b) Cinco líneas de tres monedas cada una.
   c) Cinco líneas de cuatro monedas cada una.

Cuando los alumnos trabajan estas situaciones es aconsejable que lo hagan con monedas o cualquier sustituto apropiado, ya que la manipulación, como hemos indicado en otras entregas de esta sección de Juegos, es fundamental para abordar y comprender correctamente las estrategias que debemos utilizar para resolver estas propuestas. Hay veces en que el número de monedas es tan grande que hay que invertir un capital en el juego o bien pasarse a las fichas del parchís, de las damas, tapones de botellas o directamente al lápiz y papel.

Aquí tienen algunos retos más complicados.

6. Coloca 12 monedas en:
   a) Tres líneas de cinco monedas cada una.
   b) Cuatro líneas de cuatro monedas cada una.
   c) Cinco líneas de cuatro monedas cada una.
   d) Seis líneas de tres monedas cada una.
   e) Seis líneas de cuatro monedas cada una.

7. Coloca 13 monedas en:
   a) Nueve líneas de tres monedas cada una.
   b) Doce líneas de tres monedas cada una.
8. Coloca 14 monedas en:
   a) Cuatro líneas de cinco monedas cada una.
   b) Siete líneas de cuatro monedas cada una.
9. Colocar 15 monedas en 5 líneas de 4 monedas cada una [1] .

b. Otro tipo de planteamiento, también dentro de juegos de configuración, consiste en trabajar con un tablero, en el que puede variar el número de casillas, y colocar las fichas de forma que cumplan una serie de restricciones. Entre ellos aquí tienen algunas posibilidades:

1. Prohibido tres en raya
   Colocar todas las fichas que puedas sobre un tablero cuadrado, de forma que:
   a) En cada casilla no haya más que una ficha.
   b) No queden tres fichas alineadas.
   En un tablero 3x3 se pueden poner 6 fichas, ¿y en un tablero 4x4? ¿Y si es de tamaño 5x5?

2. Colocar 16 fichas en un tablero de ajedrez, de manera que no haya tres fichas en línea recta.
3. Coloca sobre un tablero cuadriculado de tamaño 6x6, 12 monedas de manera que en cada línea horizontal, vertical y diagonal no haya más que dos y sólo dos monedas.
4. Coloca 18 monedas sobre el tablero cuadriculado de 6x6, una por casilla, de manera que cada fila y cada columna contenga exactamente tres monedas.
5. Pares
   Coloca diez fichas en una cuadrícula 4x4 (como máximo uno en cada casilla) de manera que cada fila, cada columna y cada diagonal (principal o secundaria) tenga un número par de fichas.
6. Coloca ocho fichas (cuatro de un color y cuatro de otro) en una cuadrícula 4x4 de manera que no haya dos fichas de un mismo color en casillas que se encuentren en la misma fila, columna o diagonal.

JUEGOS DE MOVIMIENTO

En este tipo de rompecabezas se nos da una determinada disposición de las fichas o monedas y se nos pide que las recoloquemos en otra distinta. Para ello hemos que tener en cuenta una serie de restricciones:

- Haciendo un número determinado de movimientos.
- Haciendo un tipo determinado de movimientos, incluido giros de las monedas.
- Realizando el menor número de movimiento posibles.

Quizás el más conocido de este tipo de puzzles sea el de invertir un triángulo de monedas. [2]

Invertir el triángulo

Forma un triángulo como el de la figura, compuesto por diez monedas. Moviendo tan solo tres mone

Cambia la figura a circunferencia

Coloca seis monedas de la forma que indica la primera figura de la izquierda.

1. Convierte la figura en una circunferencia moviendo dos monedas.
2. Convierte la figura en una circunferencia moviendo tres monedas.

Mantener la cruz

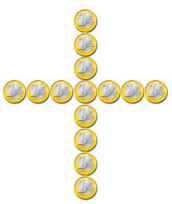
Poner sobre la mesa diecisiete monedas, formando una cruz, como muestra la figura. Si contamos las

El problema consiste en retirar sólo dos monedas y mover las mínimas posibles para que la suma de la

De ocho simples a cuatro dobles

Colocar ocho monedas en línea y, con tan sólo cuatro movimientos, obtener cuatro pilas de dos mon

De la cruz a siete pilas



Situar sobre la mesa catorce monedas, configurando una cruz, como muestra la figura. Con siete mov

Girar monedas

1. Partimos de cuatro monedas iguales y con las caras hacia arriba. ¿Cuántos movimientos se necesitan para que queden todas con la cruz hacia arriba si se giran tres cada vez? ¿Qué pasa si se tienen tres monedas y se da la vuelta a dos cada vez?

2. Ahora vamos a intercalar caras y cruces. Se colocan seis monedas en fila, las tres primeras con las caras hacia arriba y las otras tres con la cruz hacia arriba. Hay que conseguir, en el mínimo número de jugadas, cambiar esta disposición para que se alternen cara y cruz. En cada jugada se giran dos monedas. 3. También de giros va la siguiente situación. Se tienen nueve monedas distribuidas en un cuadrado, ocho caras y la del centro cruz. Un movimiento consiste en dar la vuelta a tres monedas a la vez que estén en la misma fila, columna o diagonal. ¿Cuántos movimientos se necesita para que queden todas las monedas con la cara hacia arriba?

Algunos de los problemas que se plantean tienen que resolverse aplicando una idea “creativa”, el pensamiento lateral, que difiere de lo que hacemos para resolver otros casos donde usamos el pensamiento lógico. Veamos algunos ejemplos:

Casi T

Partiendo de la siguiente distribución de monedas, ¿cómo podemos conseguir dos filas de cuatro monedas moviendo una sola moneda?

¿Y dos filas de cinco monedas moviendo solo dos?

Apuestas

Pequeño País, 22 de noviembre de 1987 Notas: [1] Se pueden encontrar propuestas de alineamiento con más de 15 monedas, pero para no aburrir vamos a poner aquí el tope.

[2]

Este pasatiempo ha sido desarrollado exhaustivamente por José María Gairin y José María Muñoz en su artículo “Moviendo fichas hacia el pensamiento matemático”, publicado en esta

misma revista en el número 51 de febrero del 2006.