Escrito por Carmen Arriero e Isabel García
Viernes 01 de Octubre de 2004 16:31

Introducción

De las funciones elementales que se estudian en Educación Secundaria, las funciones trigonométricas cumplen la propiedad de ser periódicas. Debido a esta propiedad, estas funciones se utilizan como modelo matemático para el tratamiento de fenómenos periódicos.

En la vida cotidiana hay muchos fenómenos que se repiten periódicamente, como el movimiento de una noria, las pedaladas de un ciclista, las mareas de los océanos, el vaivén de un péndulo, comportamientos económicos, el sonido, algunas magnitudes físicas: la corriente eléctrica, los campos electromagnéticos, etc.

En todos estos fenómenos la función se repite periódicamente, es decir, si el periodo es T y la función f(x) entonces se cumple que $f(x + T) = f(x)$.

La Noria

Una Noria de feria tiene un radio de 10 metros y tarda 30 segundos en dar una vuelta completa. Virginia se sube a la Noria. Representa la función que da la altura del cestillo en el que se encuentra Virginia durante los 2 primeros minutos.

Solución

Simulación con Derive del movimiento de la Noria

Para comprender mejor el enunciado de este problema se ha realizado una simulación con Derive del movimiento de la Noria

Se supone que la velocidad angular ω de la Noria es constante, y su valor medido en rad/s es: $\omega = 2\pi/30\omega = \pi/15$

La ecuación de la circunferencia de la Noria de radio 10 unidades viene dada por:

$$x^2 + y^2 = 100$$

La ecuación de la recta que representa el suelo es:

y = -10

Los segmentos OP, que une el centro de la Noria con el cestillo, y PQ, que nos da la altura del cestillo donde se encuentra Virginia, se representan con Derive a partir de las expresiones:

Para simular el movimiento de la Noria se utiliza la **Barra de Desplazamiento** del Menú **Insertar** de la **Ventana 2D** con estos parámetros:

Resultando:

Expresión algebraica y representación gráfica de la función que da la altura del cestillo en el que se encuentra

Virginia durante los 2 primeros minutos:

De los datos del problema se deducen las siguientes características de la función pedida:

La altura h(t) depende de la ordenada del punto P, por lo que esta función es del tipo seno y de la forma:

$f(x) = A \cdot sen[k(t-d)] + n$

siendo:

A, la amplitud de onda
$K = 2\pi/T$ donde T es el periodo
d, el desfase
n, el desplazamiento vertical

El recorrido de la función es el intervalo [0, 20], por tanto, la amplitud de onda será $A = 10$

Como la noria tarda 30s en dar una vuelta completa, el periodo es $T = 30$, por lo que $K = 2\pi/30$

Cuando la noria ha dado un cuarto de vuelta, es decir, cuando han transcurrido (30/4)s = 7.5s el valor del ángulo es $\alpha(t) = 0$. Por tanto, esta función presenta un desfase de adelanto de 7.5 respecto de la función de referencia.

De todo esto se concluye que la expresión de la función que nos da la altura a la que se encuentra Virginia durante los dos primeros minutos es: