

29. (Junio 2007) Teoría de Juegos (3)

Escrito por Juan Pablo Pinasco
Viernes 01 de Junio de 2007 16:36

Terminaba una columna anterior sobre teoría de juegos de la siguiente forma:

Y como esta es una columna dedicada a las matemáticas pero también a la literatura, una segunda pregunta que espero responder en otra ocasión es la siguiente:

¿Y qué tiene que ver todo esto con la literatura?

La respuesta, créanme, es verdaderamente surrealista.

Bien, hoy voy a dedicarle unas líneas a este tema.
* * *

Mencionábamos también un juego del estilo del Nim, donde dos jugadores retiraban piedras de una disposición en filas y columnas, y preguntábamos para cuál de los jugadores había una estrategia ganadora. Este tipo de juegos fue muy estudiados por el matemático inglés John Horton Conway. En estos juegos no hay vuelta atrás: de cada posición se pasa a una nueva que no apareció antes.

Conway introdujo una definición y una notación para los juegos que al principio parece extraña, basada en la idea anterior. Un juego se puede pensar como un grafo dirigido, es decir, un conjunto de nodos o vértices, y segmentos de un nodo a otro con una dirección. Podemos tomar como nodos las posiciones posibles, e indicar con un segmento las movidas: pasamos de una posición a otra. Es más, a cada segmento lo marcamos con una *L* o una *R* (que hacen referencia a

Left

y

Right

, los nombres de los dos jugadores), según cuál sea el jugador que hizo la movida. Faltaría definir cómo se gana un juego, y sin entrar en más detalles, diremos que uno de los jugadores gana si alcanza una posición en la cual el rival no tiene movidas posibles.

Un punto importante es que cada vez que se realiza una movida *L* o *R*, se tiene un nuevo juego, con lo cual se pueden identificar las movidas

L

y

R

con nuevos juegos. Conway utilizó esta idea para definir inductivamente un juego: si se tienen dos conjuntos de juegos

L

y

R

29. (Junio 2007) Teoría de Juegos (3)

Escrito por Juan Pablo Pinasco
Viernes 01 de Junio de 2007 16:36

, se tiene el juego $G = ($

L

,
 R

), es decir una posición a partir de las cuales se tienen disponibles las posiciones

L

y

R

.

Por ejemplo, si tanto L como R son vacíos, se tiene un juego muy simple donde ninguno de los dos dispone de movidas. Esta situación se la suele representar como el juego $G = \{\}$ y se lo suele llamar 0 (observemos que en el juego 0, el que empieza pierde). De la misma manera se podrían definir otros dos juegos, -1 y 1 , según L o R dispongan de una única movida que lleve al juego 0:

$1 = \{ | 0 \}$, $-1 = \{ 0 | \}$ Llamar estos juegos con números no es un 'accidente'. Uno puede seguir definiendo juegos (o números) por este camino, y el método recuerda las cortaduras de Dedekind, separando los racionales en dos clases, L y R , para definir los reales.

Y hay dos cosas sorprendentes al respecto:

La primera, que el método no sólo genera los números reales, sino además permite introducir los infinitésimos y distintos infinitos. De esta manera uno obtiene los números surreales, y su generalización, los 'nimbers'.

La segunda, es que Conway no publicó este resultado suyo en una revista de matemáticas, como se hace habitualmente, ni en un libro. El proceso de construcción de los surreales apareció en una novela, una historia de ficción cuyo autor era nada menos que Donald Knuth.

Notas y Links. Algunos recursos disponibles en la web.

- John Horton Conway, biografía en la Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/John_Horton_Conway

- Dierk Schleicher y Michael Stoll, An Introduction to Conway's Games and Numbers, [arXiv:math/0410026v2](http://arxiv.org/abs/math/0410026v2) [math.CO]

- Donald Knuth, Les nombres surreels (traducción de Daniel E. Loeb), [pdf](#).