

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

(publicado
matemáticas
10, 2001)

en Uno. Revista de didáctica de las
23, 2000 y Cuadernos del Ateneo de La Laguna

Mediante un diálogo, en dos actos, se escenifica una situación realista que sirve para ilustrar una forma de hacer estadística que no suele presentarse al alumnado de bachillerato. La situación es ficticia pero no así los datos ni las ideas que surgen durante la escenificación. Una de las mayores dificultades que tienen los alumnos de bachillerato, en inferencia estadística, es la formulación y contraste de una hipótesis. En la mayoría de los libros de texto, incluso en la introducción al tema, se presenta la hipótesis ya formulada y se solicita un contraste con el modelo de azar que proporciona la distribución Normal. Considero que solo resolviendo tales ejercicios, un alumno no será capaz de encontrar las respuestas a preguntas como: ¿Qué es una hipótesis estadística? ¿Cómo se formula? ¿Cómo se valida? ¿Qué es lo que prueba un test de hipótesis? Para todo test de hipótesis se fija un nivel de significación, ¿qué nos indica? ¿Cómo se fija? La usual presentación del tema en los libros de texto, y podríamos concluir que también en las clases de bachillerato, es tal que el alumnado casi nunca tiene que tomar ninguna decisión. Por ejemplo: formular una hipótesis, elegir el nivel de significación y decidir sobre el resultado o conclusión derivada de la aplicación del test.

El siguiente diálogo presenta una situación real que tiene ciertas ventajas frente a las situaciones presentes en los libros de texto. La población de partida tiene pocos datos, las muestras son de tamaño tres y se pueden enumerar una a una. El objetivo es elegir un estadístico, la media muestral, y construir una tabla para la función de distribución de la variable aleatoria asociada. Por último tenemos el nivel de significación del test de hipótesis. Su significado se presenta al final del diálogo mediante un acto que consiste en realizar un sorteo.

Hemos elegido el recurso de un diálogo pues hace mucho más vívida la situación de confrontación que siempre aparece en un test de hipótesis y que no suele explotarse. El modelo de Neyman-Pearson para los test de hipótesis estadísticos, enfrenta dos hipótesis: la nula y la alternativa. La evidencia estadística se utiliza como prueba en contra de la hipótesis nula. Esta teoría matemática tiene como referente más cercano una disputa en una corte de justicia. Sin embargo, en la

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

dramatización se ha elegido un momento anterior, el que corresponde a la preparación de un ataque contra la hipótesis nula tomando como evidencia un dato real, la composición de la muestra de los tres trabajadores despedidos.

Primer acto.

Los hechos

A finales de los años 80, la empresa WESTVACO procedió a una regulación de empleo. Esta se realizó en dos fases. Después de la primera fase de la regulación, las edades de los empleados que permanecieron contratados eran: 25, 33, 35, 38, 40, 55, 55, 55, 56, 64. En la segunda fase, la empresa despidió a tres empleados de edades 55, 55, 64. El comité de empresa argumentó que se había incurrido en discriminación por edad, en los despidos. La empresa afirmó que los tres empleados despedidos habían sido elegidos al azar y no por su edad. El comité de empresa puso el caso en manos de un bufete de abogados.

En el bufete de los abogados del comité de empresa

Abogado defensor (Ad): Señores, aunque no veo cómo rebatir la afirmación de la empresa, nuestro objetivo será diseñar una estrategia para convencer al jurado que el despido ha sido improcedente.

Ayudante-1 (A1): Estoy de acuerdo y, además creo que tenemos ganado el caso. A la vista de los datos, creo que la mejor estrategia será preparar la defensa basándonos en una prueba estadística.

Ayudante-2 (A2): Explícate, porque no veo tan claro que podamos rebatir la afirmación de la empresa.

A1: Observa la muestra de tres empleados elegidos por la empresa. Son tres de los cinco de más edad.

A2: Me colocaré en la situación de los abogados defensores de la empresa. Prueba de que no hemos hecho discriminación

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

por edad es la propia composición de la muestra. Hay dos de
55 años. En la población, sólo ese valor se repite y además tres
veces. Luego tiene más probabilidades de aparecer
en una muestra aleatoria que ninguno de los otros valores. De ahí que
haya dos en la muestra. Además, 56 no está en
esa muestra, y 64... Bueno, 64 tuvo mala suerte.

Ad: Muy bien A2. Me parece A1 que tu enfoque no nos llevará por
buen camino. Veamos, recordemos las matemáticas que
aprendimos en el instituto. ¿Qué probabilidad hay de elegir la muestra
55, 55, 64?

A2: ¿Pero... es que esas matemáticas servían para algo?

A1: Claro. ¡Ya está!

Ad y A2 miran a A1 con poco convencimiento.

A1: Supongamos que es cierto lo que afirma la empresa. Es decir,
demos por hecho que han elegido la muestra al azar.

Ad: Me sorprende, A1, pero sigue, sigue. Me gusta la hipótesis.

A1: Bien. ¿Cuál es la probabilidad de que bajo tal hipótesis
se dé la muestra 55, 55, 64?

A2: Empiezo a sentirme mal, muy mal. Yo estudié el Bachillerato de
Ciencias Sociales, y las matemáticas nunca fueron mi
fuerte. Más aún, no recuerdo ninguna de las fórmulas...

A1: Claro. Te las aprendiste de memoria.

Ad: Alto. Dejemos los viejos y malos recuerdos a un lado. Volvamos al
caso. Para los 60.000 dólares que les pago al año,

me están ustedes haciendo un buen trabajo... Creo que el auxiliar fue
bastante bueno en matemáticas. Esperemos que recuerde mejor que

ustedes las matemáticas que nunca aprendieron.

*Entra el auxiliar (Ax), que gana 25000 \$ al año, y se le expone el
problema. Después de un rato.*

Ax: Ya lo tengo. El total de muestras de tres elementos que se pueden
extraer de un conjunto de diez elementos viene dado
por el número combinatorio

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = 120$$

Ad: ¿Tantas?

Ax: Sí. Eso es lo que resulta de aplicar la fórmula.

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

Ad: Y...¿Está usted seguro que es correcta?
Ax: Bueno. Creo que sí.
Ad: Sigamos. Luego, la probabilidad de elegir la muestra 55, 55, 64 es...
¡UNA entre CIENTOVEINTE! ¿No?
Ax: Pues no.
Ad: ¿Cómo que no?
Ax: Creo que hay..., a ver..., dos. No. Tres muestras con la misma composición.
A2: No, si al final resultará que la empresa tiene razón. ¡Vaya un caso que hemos elegido!
Ad: Paciencia A2. Explícamelo (*dirigiéndose a Ax*).
Ax: Hay tres empleados con la misma edad, 55 años, y sólo uno de 64 años. ¿De acuerdo?
Ad: Hasta aquí, nada nuevo.
Ax: Supongamos que los tres empleados, con edad 55 años, se llaman Albert, Barnes y Courant.
Ad: No sé que tiene que ver el caso con los nombres de los empleados.
Ax: Espere. Déjeme terminar. Construyamos una muestra como la elegida por la empresa utilizando los nombres, en vez de las edades. ¿De acuerdo?
Ad: Ya empiezo a ver lo que hay de nuevo. Siga.
Ax: Por ejemplo: Albert, Barnes y el señor de 64 años.
A2: ¿Y ese señor no tiene nombre?
Ax: Seguro que sí, pero no viene al caso.
Ad: Por favor, A2, conténgase. Siga, Ax.
Ax: Ya tenemos una. Ahora cambiamos Barnes por Courant y tenemos otra distinta: Albert, Courant y el señor de 64 años.
Por último, excluimos a Albert y formamos la muestra con Barnes, Courant y ...
A2: El señor, sin nombre, de 64 años. ¿No?
Ax: Exacto.
Ad: Ya lo veo. ¡TRES DE CIENTO VEINTE! ¿Hay alguna otra muestra que tenga esa frecuencia?
Ax: Pues...creo que no.
A1: No importa, mientras no nombremos a los empleados. Entonces está claro que la probabilidad de elegir al azar 55, 55 y 64 es muy pequeña. Luego la muestra no se ha elegido al azar.
A2: ¿Cuál es la probabilidad de elegir la muestra 25, 33 y 35? UNA DE CIENTO VEINTE, ¿No?. La misma. Un buen contra argumento para la defensa de la empresa.
Ax: No podemos eludir que hay tres posibles muestras como la elegida por la empresa.
Ad: No importa. A2 tiene razón. Nuestro argumento sería rebatido fácilmente por la defensa de la empresa.
A2: Se me ocurre... ¿Y si en vez de mirar la composición de la muestra calculamos su media de edad?

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

A1: ¿La media? ¿Para qué?
A2: ¿Cuál es la media de edad de los diez empleados?
Ax: (*Calculando*) 45,6 años. La de la muestra elegida es...
58 años.
A1: ¡Bastante más! Luego...serviría.
Ad: ¿Serviría qué? Tenemos tres muestras con esa misma media. Volvemos a lo de antes.
A1: Espera... ¿Y si aplicamos un test de hipótesis?
A2: ¡No, por favor! Me niego a salir a la pizarra.
Ax: Sí. Creo que sería lo más adecuado.
A1: Necesitamos a alguien que nos ayude. Yo recuerdo algo relacionado con las tablas de la ... Normal, creo.
Ax: Sí, algo así. Pero creo que aquí no serviría...
Ad: Yo estudié el BUP y estoy totalmente perdido. Necesitamos un asesoramiento profesional.
Ax: Un amigo mío es matemático. Podría servir.
Ad: ¿Profesor universitario?
Ax: No. Trabaja en una fábrica de cerveza.
Ad: ¿En una fábrica de cerveza? ¿Qué hace un matemático en una fábrica de cerveza?
Ax: Creo que controla la calidad.
Ad: Un hombre práctico... Creo que nos servirá.
Ax: Tendría que ponerme en contacto con él y ver cuándo nos puede ayudar.
Ad: De acuerdo Ax. Pero esto corre prisa. Que sea lo antes posible.

Segundo acto.

Dos días después...

En el bufete esperan los mismos personajes del acto anterior. Suena el timbre y entra el matemático.
Ad: Buenos días. ¿Señor ...?
Matemático(S): El Estudiante. Por favor, llámeme El Estudiante .
Ad: ¿El Estudiante? Pero ¿no es usted Licenciado en Matemáticas?
(S): Sí, pero mi empresa no me deja utilizar mi verdadero nombre en tareas de asesoramiento externo.
Ad: El Estudiante. Está bien. De acuerdo. Me imagino que ya conoce el caso. ¿Es así?
S: Sí. Así es. Ax me ha puesto al corriente.
A1: Señor Estudiante, he repasado las matemáticas y creo que, aplicando un test de hipótesis como el que me enseñaron en el instituto, resolveremos el problema.
S: El test que le enseñaron en el instituto utiliza la distribución Normal. Aquí no vale.
A2: Ya me extrañaba a mí que lo que me enseñaron en

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

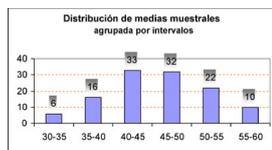
Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

el instituto sirviera para algo.

A1: ¿Cómo que no? ¿Entonces...?

Ad: Muy fácil me parecía a mí. Menos mal que Ax ha llamado a su amigo.

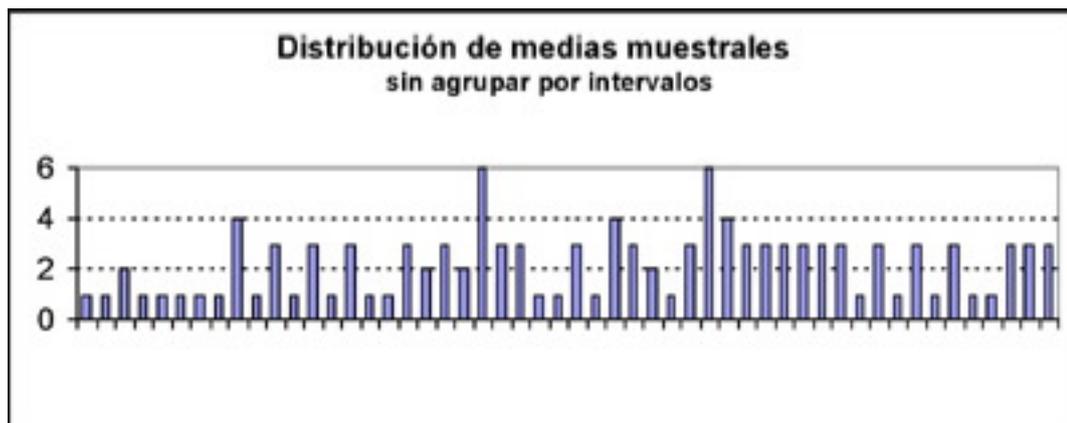
A1: Pero espere, llevo dos días haciendo cálculos con la ayuda del hijo de un amigo que está estudiando 2º de Bachillerato de CCSS. Primero construimos todas las muestras y calculamos todas las medias. Como la variable tiene muchos valores distintos, los agrupamos por intervalos. Mire este gráfico. Es como una Normal. Tiene forma de campana. ¿No?



S: Sí, tiene forma de campana. La forma acampanada es necesaria, pero no es suficiente para garantizar que la distribución sea una distribución Normal. Mejor dicho, para que se pueda aproximar a una distribución Normal.

A2: ¿Entramos en clase de lógica?

Ax: Yo también hice cálculos y el gráfico de la distribución, sin agrupar por intervalos, no se parece en nada a la Normal.



S: Claro. Manipulando adecuadamente los datos se puede confundir a un auditorio sin conocimiento.

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

Ad: Un momento. Imagine que la defensa de la empresa muestra el gráfico de Ax. Los argumentos de A1, aunque no los entiendo, se irían al garete. ¿O no?

S: Totalmente.

A2: Definitivamente yo me retiro.

Ad: Queda usted suspendido de empleo y sueldo A2. ¿Qué podemos hacer S?

S: El trabajo que ha hecho A1 se puede aprovechar.

A2: ¿Sí, no me diga?

S: Sí. Se puede aprovechar.

Ad: Sea más explícito por favor.

S: Tenemos una población: las edades de los empleados. Tenemos la distribución de medias muestrales de tamaño tres.

Tenemos la media y la desviación típica de esa distribución. Sin embargo, tal distribución nos es desconocida. ¿De

acuerdo? Pues bien. ¡Construyamos una tabla de números críticos!

A2: ¿Crí... qué?

Ad: A2 usted se había retirado.

A2: Estoy de vuelta.

Ad: Sin empleo y sin sueldo.

S: En el instituto, dado que utilizaban la Normal como modelo probabilístico teórico para el contraste de hipótesis,

nos proporcionaban una tabla con los valores críticos y probabilidades correspondientes, la tabla Normal tipificada. Pero aquí

no vale. Entre otras cosas, la población es discreta y tiene muy pocos elementos.

A2: ¡Ah! Con que esos son los números críticos. En situación crítica me encontraba yo cada vez que tenía que utilizarla. Me vuelvo a ir y esta vez para siempre.

Ad: Sí por favor, váyase de una vez para siempre. Siga, S, por favor.

S: ¿Tienen un ordenador con hoja de cálculo?

A2: ¿Creía que a los matemáticos les bastaba sólo con el papel...?

Ax: En mi mesa tengo un ordenador.

S: Manos a la obra.

Algo más tarde...Vuelven S y

Ax con una tabla

3. (Abril 2006) El caso de los despidos de la empresa Westvaco

Escrito por Juan Antonio García Cruz (Universidad de La Laguna)
Sábado 01 de Abril de 2006 10:47

<i>Estadístico</i>		Probabili- dad	<i>Estadístico</i>		Probabili- dad	<i>Estadístico</i>		Probabili- dad
31,00	-2,34	0,01	41,33	-0,69	0,27	48,67	0,49	0,68
32,00	-2,18	0,02	42,00	-0,58	0,29	49,33	0,60	0,71
32,67	-2,08	0,03	42,33	-0,52	0,31	49,67	0,65	0,73
33,33	-1,97	0,04	42,67	-0,47	0,36	50,00	0,71	0,76
34,33	-1,81	0,05	43,00	-0,42	0,38	50,33	0,76	0,78
35,33	-1,65	0,06	43,33	-0,36	0,41	50,67	0,81	0,81
36,00	-1,54	0,07	43,67	-0,31	0,42	51,00	0,87	0,82
37,00	-1,38	0,08	44,00	-0,26	0,43	51,33	0,92	0,84
37,67	-1,27	0,11	44,33	-0,20	0,45	51,67	0,97	0,85
38,00	-1,22	0,12	44,67	-0,15	0,46	52,33	1,08	0,88
38,33	-1,17	0,14	45,00	-0,10	0,49	52,67	1,13	0,88
38,67	-1,11	0,15	45,33	-0,04	0,52	53,00	1,19	0,91
39,33	-1,01	0,18	45,67	0,01	0,53	53,33	1,24	0,92
39,67	-0,95	0,18	46,33	0,12	0,54	55,00	1,51	0,93
40,00	-0,90	0,21	47,33	0,28	0,55	55,33	1,56	0,95
40,33	-0,85	0,22	47,67	0,33	0,58	58,00	1,99	0,98
40,67	-0,79	0,23	48,00	0,39	0,63	58,33	2,04	1,00
41,00	-0,74	0,25	48,33	0,44	0,66			

