PROBLEMAS

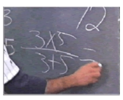
Después de dos reseñas acerca de cuestiones argumentales parece apropiado que ésta contenga ya matemáticas explícitas. Comenta nuestro compañero José María Sorando en la revista SUMA nº 48, en la sección cineMATeca,página 119:

“en una búsqueda cuidadosa podemos encontrar escenas que, fuera del contexto general del film, sean aprovechables para nuestros fines. Y presentaremos a los alumnos sólo esas escenas, siempre que sean comprensibles por sí solas”

Siguiendo este punto de vista, vayamos con una primera relación de escenas de este tipo, ordenándolas en orden creciente de nivel curricular. Para situar las escenas en su contexto, se incluirá una breve descripción del argumento de la película. Disculpad si además se cuela algún que otro comentario crítico, pero creo que también pueden ayudar a comprender el tipo de película de la que se habla, y en ocasiones a mostrar “cómo nos ven”, tanto a los matemáticos como a nuestra asignatura, lo cual quizá pueda ser objeto de debate con nuestros alumnos, con otras personas o de simple reflexión o jocosidad personal.

En la insufrible ***Un entrenador de primera*** (*Little Big League*, Andrew Scheinman, EE. UU., 1994), Billy Heywood, un niño de 12 años, hereda de su abuelo un equipo de béisbol (incluido el estadio donde juegan). Ni corto ni perezoso, Billy se encarga de entrenar a los jugadores y dirigir el club con el objetivo de ¡aspirar a ganar el campeonato! Momentos antes de salir a disputar el típico partido decisivo, Billy está en su despacho estudiando para un examen de matemáticas. Se encuentra “pegado” con el siguiente problema:

“*Joe y Sam quieren pintar una casa. El primero lo hace en 3 horas mientras que el segundo necesita 5 horas. ¿Cuánto tardarán si la pintan juntos* ?”



Uno a uno van desfilando todos los integrantes del equipo con respuestas como las siguientes: “*5 x 3 = 15 horas*”, “*5 + 3 = 8 horas*”, “*4 horas*”, “*¿pintarla? ¿de qué color*?”, “*yo debería*

saberlo; mi tío es pintor
", "¿
porqué no se compran una ya pintada
?". Hasta que llega "el listo" que dice: "
Es fácil. No hay más que aplicar la sencilla fórmula (a x b) / (a + b) = 1, con lo que sería (3 x 5) partido por (3 + 5) luego 7/8
". Bien, parece que algunos, al menos saben sumar y ¿multiplicar?. Se trata de un ejemplo más de "lo difíciles que son las matemáticas", aunque también tiene la lectura (que no será la que seguramente estaba en el ánimo de los guionistas) del tópico de la incultura de los deportistas, o generalizando malévolamente un poco más, del nivel intelectual del americano medio, atendiendo sobre todo a lo "graciosas" que tratan de ser las respuestas no numéricas. Pero no seamos tan severos con una producción que sólo trata de entretener, aunque no sepamos a quién. Analicemos la solución dada por definitiva por el último jugador. La versión descrita, la doblada al castellano, evidentemente es incorrecta porque esas operaciones nos llevan a 15/8, no a 7/8. (más adelante dedicaré una reseña a algunos penosos doblajes al castellano)Lo que sucede es que en la versión original se da el número mixto 1(7/8), que no se cita en el doblaje. En concreto, se aplica la ecuación

(M casas/hora) x (N horas) = MN casas pintadas.

En este caso, (1/5 + 1/3)N = 1, lo que despejando nos lleva a N =15/8 = 1(7/8).

Utilizar una fórmula como la que se indica, para este tipo de ejercicios, no es, bajo mi punto de vista, nada educativo. Lo normal sería (yo sólo he impartido docencia universitaria por lo que siempre hablaré de lo que hipotéticamente yo haría) seguir un razonamiento del siguiente tipo: de acuerdo con los datos indicados, el primer trabajador pinta 1/3 de la casa en cada hora, y el segundo 1/5. Juntos pintarán a razón de 1/3 + 1/5 = 8/15 de casa por hora, luego terminarán el trabajo en 1/(8/15) horas = 15/8 = 1 hora y 7/8, es decir, 1 hora 52.5 minutos. Típica cuestión de las tradicionalmente llamadas"reglas de tres", bien situada por tanto entre los posibles deberes de un chico de la edad de Billy.

El equipo acabó ganando el partido pero no sabemos si Billy aprobó su examen. Lo que es seguro es que podría sanear el club a costa de una bajada en los sueldos de los jugadores: no tendría más que epatarlos con una regla de tres sobre sus fichas, y que conste que no quiero dar ideas a nadie....

Conocida por todos es ***Jungla de cristal III, la venganza*** (*Die Hard: with a vengeance*, John Mc Tiernan, EE. UU., 1995), tanto por las veces con las que las televisiones nos la han hecho sufrir, como por ser referencia en todas partes de un problema de matemáticas (páginas de internet y artículos en revistas, la última en el número de SUMA citado arriba). El “malo” ha colocado una bomba dentro de un maletín en un parque público lleno de gente, y nuestros héroes, el Teniente John McLane y su amigo de turno Zeus Carver, tienen que desactivarla. Para lograrlo deben colocar exactamente 4 galones de agua sobre una balanza. Disponen para ello de dos garrafas vacías de 5 y 3 galones respectivamente, y un tiempo de 5 minutos. Este es su “sagaz” razonamiento:

- John*: Está claro que no podemos echar 4 galones en la garrafa de 3 ¿no?*

- Zeus*: Es obvio.*

- John*: Bien, bien, lo tengo. Llenamos la garrafa de 3 galones justo hasta arriba, ¿vale? Ahora podemos echar 3 galones en la garrafa de 5, lo cual nos da 3 galones exactos en la garrafa de 5, ¿no? Ahora cogemos la garrafa de 3 galones y la llenamos hasta 1/3....*

Zeus*: No, no, ha dicho que fuéramos exactos. 4 galones justos.*

- John*: ¡Mierda! Toda la policía de la ciudad movilizada y nosotros jugando como niños en el parque.*

- Zeus: *¿Quieres concentrarte en el problema en cuestión?*

[Pelea entre ellos sobre el supuesto racismo del otro con un montón de palabrotas tan del gusto del cine “moderno” y escenas del robo del oro federal por los hombres de Simon, “el malo”]

- Zeus*: ¡Queda menos de un minuto! Tíralo por ahí.*

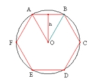
- John*: No podemos. Explotaría. ¡Lo tengo! Aquí hay 2 galones justos, ¿no? Lo cual deja 1 galón de espacio libre exactamente. Y esa está llena de 5 galones ¿no? Pasas 1 galón de los 5 galones a ésta y nos quedan.....*

- John y Zeus a la vez*: ¡4 galones exactos!*

Obviando las trivialidades iniciales, no queda claro en absoluto cómo obtuvieron los 2 galones en la garrafa de 3 ya que la escena fue interrumpida por el robo del oro, pero desde luego no llevaban buen camino, a pesar de que el asunto no es demasiado complicado: Se llena la garrafa de 5 y con ella se llena la de 3, quedando 2 galones en la garrafa de 5. Se pasan esos 2 a la garrafa de 3 galones y se prosigue como hicieron ellos, es decir, volver a llenar la de 5 galones, echar 1 galón en la de 3 que es lo queda para llenarla, quedando 4 galones en la garrafa de 5. Este parece haber sido el procedimiento que utilizaron los personajes, pero no es en absoluto único.

Desde un punto de vista matemático, existen tantas formas de obtener 4 galones a partir de medidas de 3 y 5 galones como expresiones de la forma$3a + 5b = 4$, siendo a y b valores enteros. A nada que nos fijemos nos daremos cuenta de que uno de los dos coeficientes anteriores debe ser negativo, el otro positivo y ninguno de los dos nulo. Podemos asociar a la idea de valor positivo la de número de veces que debe llenarse la garrafa correspondiente, y el que sea negativo nos indicará las veces que la otra garrafa debe vaciarse. Por ejemplo supongamos que $a = 3$y$b = -1$. Lo anteriormente dicho nos lleva a que para obtener 4 galones, basta con llenar 3 veces la garrafa de capacidad 3 galones, cuando vaya llenándose volcar su contenido en la de 5 galones y vaciar ésta una única vez cuando esté llena. En efecto, comenzamos llenando el recipiente de 3 galones y volcamos su contenido en el de 5. Volvemos a llenar la garrafa de 3 y echamos 2 galones en la de 5. La de 5 está llena, la vaciamos (esto responde al $b = -1$); en la de 3 galones quedó 1 galón que echamos en la de 5. Finalmente volvemos a llenar la garrafa de 3 galones (con lo que completamos el $a = 3$) y echamos su contenido en la de 5, conteniendo entonces ésta 4 galones. Obsérvese que el primer procedimiento descrito responde a los valores $a = -2$y$b = 2$. De las infinitas posibilidades que existen para a y b, la que más interesa a los matemáticos (y a cualquiera; ¡menuda gracia sería tomar a = 98 y b = -58, por ejemplo! Seguro que no acababan en esos 5 minutos que los dieron) es la que utilice menos trasvases de una garrafa a otra, y por consiguiente con la que menos tiempo se emplee (problema de optimización). ¿Se atreve el lector a encontrar esa solución óptima?

Como todos sabemos, el estudio de una ecuación como la anterior en la que sólo se consideran las soluciones con valores enteros, se conoce como resolución de una ***ecuación diofántica***
,
y su descripción puede resultar atractiva para alumnos de la ESO a partir de problemas cotidianos como éste (o los de pies, patas y cabezas de los animales de una granja, etc.).

También es conocido por todos el progresivo arrinconamiento que ha ido sufriendo la geometría de nuestros planes de estudio. Pero el cine no la ha olvidado del todo, básicamente porque sus representaciones gráficas "quedan bien" en las películas, y porque el ciudadano medio reconoce esas gráficas como propias de las matemáticas. Veamos dos ejemplos en películas distanciadas en el tiempo y de diferente nacionalidad. En 

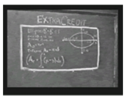
Las diabólicas (*Les Diaboliques*, Henri- Georges Clouzot, Francia, 1955), las protagonistas son maestras en un internado y tienen un pequeño secreto oculto en un sucio aljibe en el patio del colegio. La directora ("de ciencias"; la otra es "de letras") pregunta en clase: "
superficie del hexágono conociendo el radio de la circunferencia. ¡Vamos! Estoy esperando
." Son las 10:10 (la cámara nos muestra el reloj porque ella, nerviosa, lo mira constantemente; están limpiando el aljibe y van a descubrirlas). A las 10:50 un alumno sale a la pizarra en la que está dibujado el hexágono de la figura adjunta. El chico responde: "
6 AB por h dividido por 2
". ¿Responde esto a la pregunta? En efecto esa expresión nos proporciona el área del hexágono regular, pero la maestra dijo "
conociendo el radio de la circunferencia
", que evidentemente no es h. Desde luego h se deduce a partir del teorema de Pitágoras ya que en un hexágono regular el triángulo OAB es equilátero, pero en la película no hay nada que haga relación a este cálculo. Puede que después de casi una hora estén comentando otros modos de hallar el área, pero lo más probable es que sea un despiste en el guión (muchos, matemáticos incluidos, dirán ¿qué más da? Sólo es una película para distraerse; ¿os daría igual que dijeran que Nerón conquistó las Galias y se casó con Nefertiti? Pues a mí lo otro, tampoco me da igual, ya veis, raro que es uno). Una versión más moderna con idéntico título en castellano,
Las Diabólicas
(
Diabolique
, Jeremiah S. Chechik, EE. UU., 1996), (¿porqué gastarán dinero en convertir películas estupendas en auténticos bodrios?), calca hasta eso, una cuestión de matemáticas, aunque la sustituye por esta simpleza: "

Si x equivale a 4, ¿cuánto son x
-
2
?" Los alumnos responden correctamente, 2. "
¿Y cuánto son 10 + xcuando x equivale a 3? Te lo pregunto a tí
". El interpelado contesta 13. En la pizarra, la profesora les manda más ecuaciones, pero también lineales de primer grado.

Antes de dedicarse a la catequesis, Mel Gibson dirigió la prometedora ***El hombre sin rostro*** (
The
Man Without a Face,
Mel Gibson. EE. UU., 1993). Justin McLeod (Mel Gibson) es un antiguo profesor con el rostro desfigurado como consecuencia de un accidente de automóvil en el que murió un niño, motivo por el cual fue procesado y condenado a siete años de prisión. Una vez cumplida la condena, vuelve a su pueblo, tratando de pasar desapercibido, lo cual fomenta aún más ciertos rumores. Allí se hace amigo de un niño con problemas al que trata de ayudar en la preparación del examen de ingreso en una Academia Militar. En una de sus lecciones, trata de enseñarle cómo encontrar gráficamente el centro de una circunferencia cualquiera, construyendo las perpendiculares a dos cuerdas de la circunferencia por sus puntos medios. McLeod lo explica con detalle a partir de dos cuerdas con un punto común (ver fotografía). "
Es la proposición 47 de Euclides
", dice McLeod, "
y esta es de Pitágoras: en un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual, ¿a qué?
" "
A la suma de los cuadrados de los catetos
", completa el chico.

El procedimiento (que alguien me corrija si no estoy en lo cierto) es válido pero no es general: el centro puede determinarse a partir de dos cuerdas cualesquiera, sin que necesariamente tengan un punto común. Se trata de un corolario al *problema I Proposición I* del *libro Tercero* de los
Elementos
de Euclides. Seguramente los guionistas manejarían una compilación de resultados de ese libro, porque no he encontrado nada que lo relacione con una tal proposición 47. Otro problema que McLeod propone a Chuck es el siguiente: "
Un agujero de un metro de ancho por un metro de profundo, ¿cuál es su volumen si se rellena hasta la mitad?
" Al chico le cuesta, y no es de extrañar porque al pobre no se le dice la forma del agujero, y

evidentemente no es lo mismo si es cilíndrico, cónico, semiesférico o cúbico, entre otras posibilidades.



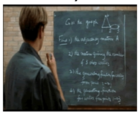
Demos un "pequeño" salto hacia el calculo integral en una variable. En ***Academia Rushmore*** (*Rushmore* , Wes Anderson, EE.UU., 1998), un alumno pregunta a su profesor por un "intrigante" problema propuesto en una pizarra lateral del aula (ver foto; no se distingue demasiado bien, disculpad pero es la mejor que he encontrado; lo que propone es el cálculo de la superficie de una elipse de semiejes a y b). El profesor les comenta:

"*No os preocupéis por él [...] Lo he puesto como broma. Es probablemente la ecuación más difícil del mundo [...]. Si alguno de vosotros soluciona el problema, me encargaré personalmente de que no vuelva a abrir un libro de matemáticas el resto de su vida* ".

Los alumnos son de un colegio privado preuniversitario norteamericano. En ese momento, Max Fischer, un auténtico petardo de alumno, se levanta ante el estupor general de sus compañeros, y comienza a resolver la cuestión, como podéis ver en la otra instantánea, ante la admiración general. La escena me parece realmente notable, porque vemos como resuelve, de principio a fin, la integral resultante, incluyendo detalles como el de que al quitar un cuadrado con una raíz cuadrada, el radicando debe aparecer con un valor absoluto, o la conversión de un coseno al cuadrado al ángulo doble para hacer la integral.

¿Porqué el profesor afirma que esto es muy difícil? Enseguida salimos de dudas. Max está soñando que esto ocurre durante la presentación del curso a cargo del director del colegio (es una institución privada; posteriormente Max es expulsado y debe ir a un colegio público, donde veremos algunas acertadas diferencias entre ambas instituciones). En realidad Max no es brillante ni en matemáticas (aunque dice querer estudiar esta carrera en la universidad para impresionar a su profesora favorita), ni en casi nada. Se trata de la primera película del joven director Wes Anderson, un prometedor talento según la mayor parte de los críticos. Una de las características de los personajes que retrata tanto en este caso como en su siguiente trabajo, ***La familia Tenenbaum*** (2001) es su frustración. A pesar de intentar por todos los medios cambiar su destino con una perseverancia encomiable, la vida, la sociedad, no recompensará nunca sus esfuerzos. En el

caso que nos ocupa, Max pretende triunfar, tanto en los estudios como en ligarse a Rosemary, la citada profesora del colegio, como lo hace mucha gente adulta, con fuegos de artificio, impresionando a todos. Así, se prestará voluntario en múltiples tareas y pondrá en marcha innumerables actividades extraescolares; pero este "trepa" que quiere ser adulto antes de tiempo, acaba sobrepasando unos límites de los que no es consciente y cae sin remedio, una y otra vez, en el ridículo más espantoso. A pesar de este atractivo planteamiento, y de la dinámica forma en que está rodada la película, con unas transiciones entre escenas muy llamativas, la película va languideciendo progresivamente hasta convertirse en una más de esas cargantes comedias adolescentes norteamericanas (no así, la otra película citada, mucho más lograda). El cálculo del área anterior es, con mucho, lo mejor de la película y afortunadamente sucede en los dos primeros minutos de película. Quedan avisados.
Finalmente, un problema de teoría de grafos. En
El indomable Will Hunting
(
Good Will Hunting
, Gus van Sant, EE. UU., 1997), el profesor Lambeau propone a sus alumnos un problema difícil, que llevó su tiempo a varios profesores de su departamento (la arenga que lanza como motivación es la que describí en la reseña de Abril para introducir el concurso de la escena misteriosa, que por cierto aún no está resuelta y nadie ha osado aventurarse aún a mandarme un correo; además en esa escena aparece otro problema resuelto mediante una integral de línea). El citado problema es el de la fotografía. Lo rescribo:



"*Dado el grafo de la foto, encontrar:*

1.-la matriz de adyacencia A.

2.- la matriz que da el número de caminos de longitud tres.

3.- la función que genera los caminos de i --> j.

4.- la función que genera los caminos de 1 --> 3."

Como veis sí que hay por tanto en esta película un problema propuesto (en la reseña de SUMA 48, pág. 117, citada arriba se dice “*vemos al protagonista resolviendo en una pizarra un problema que no se nos explica* ”; de hecho la película contiene más resultados matemáticos explícitos, que ya detallaremos en otra ocasión). Lo que no es cierto es que ese problema sea de la dificultad de la que habla el profesor Lambeau (los dos primeros apartados los resolvería cualquier alumno de un curso inicial de grafos) siendo el tercero el único que tiene un poco de complicación. Tampoco se entiende mucho que el caso particular del apartado cuarto aparezca propuesto después de haber resuelto el caso general del apartado previo. Para los interesados, el citado problema está completamente resuelto en la página

http://wwwhome.math.utwente.nl/ ~jagersaa/Will.html

Y ya que estamos con referencias a otras páginas web, en

http://usuarios.lycos.es/bbrp/matematicas.html ,

podéis encontrar un montón de cuestiones y problemas matemáticos de la serie de animación ***Futurama*** (EE. UU.,1999-2003; 72 episodios de 30 minutos cada uno). Al final de esa página hay otro enlace a curiosidades matemáticas en ***Los Simpson*** (EE. UU., 1989 - ?? (aún continúa)), otra serie de animación conocida por todos del mismo dibujante, Matt Groening.

A partir de estas escenas uno ya puede ir confeccionando un pequeño montaje con el que "engatusar" un poco a sus alumnos. El problema es localizar las películas y luego entretenerse en cortar y pegar en el sitio que crea oportuno, tarea esta última en absoluto trivial, al menos para un manazas como yo. Dado que se acercan periodos complicados (final de curso, exámenes, vacaciones, etc.) me disculpareis si no vuelvo hasta finales de septiembre/principios de octubre. A ver si para entonces alguien ha averiguado algo de la enigmática escena de la reseña anterior. Espero que disfrutéis todos de un seguramente merecido descanso, viendo buen cine, y si es posible sin olvidar del todo nuestras queridas matemáticas.

No quisiera acabar sin mostrar mi agradecimiento a Esteban Ruben Hurtado Cruz, un compañero de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de Méjico (UNAM) que sigue nuestra sección, por su amabilidad y su generoso envío y ofrecimiento. Y por supuesto a la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española, por crear y mantener esta excelente web, DIVULGAMAT.

Para finalizar, uno de esos diálogos de medio minuto. Ray Wrinkler (Woody Allen) y sus tres compinches tienen una discusión en ***Granujas de medio pelo*** (*Small Time Crooks*, Woody Allen, EE.UU., 2000) a propósito del reparto de un botín. Quieren saber cuánto le toca a cada uno de un total de 2 millones de dólares. El problema surge porque no saben cuanto asignar a Frenchy (Tracey Ullman), la esposa de Ray, que les sirve de tapadera vendiendo galletas en una tienda. Ellos presuponen que su parte debe ser menor:

- Que cobre una parte, pero no una parte entera

- ¿Qué tal si todos cobramos 1/4y ella, digamos, 1/3?

-Tú estás "chinao"; entonces cobraría más que nosotros

- ¿Cómo lo sabes?

- Además, ¿de dónde sacas cuatro cuartos y un tercio? ¿No sabes sumar?

- Mira, yo en quebrados no me meto, ¿vale?

Obviamente, no llegaron muy lejos, al menos, no sin Frenchy.

Próxima entrega (a la vuelta de vacaciones): **¿Y qué hay del cine español?**