

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

Empezamos el nuevo curso con todas las ganas del mundo, con las respuestas a las cuestiones del Concurso del Verano de 2013, la lista de ganadores, algunas consideraciones sobre el mismo y un sucinto repaso de algunas de las cosas que han tenido lugar este verano relacionadas con el Cine y las Matemáticas.

Los veranos son tiempo de relax pero eso no significa que no aparezcan noticias o cuestiones relacionadas con las matemáticas y el cine de las que estamos pendientes en la medida de lo posible y tratamos de poner al día en la página de Facebook [Las matemáticas en el Cine](#) . Así del 2 al 4 de julio hubo un interesante encuentro en los VI Cursos de Verano Ciudad de Logroño dedicados a comentar y analizar la

Actualidad

e Historia de las Matemáticas en los Medios de Comunicación

. La revista UNO de la editorial GRAÓ publicó su monográfico nº 63 sobre la

Innovación

en la Universidad

. Asimismo se han ido recogiendo y enlazando algunos cortometrajes relacionados con las matemáticas en la página. Hemos charlado con una joven y ya multipremiada directora española a la que dedicaremos la próxima reseña de Octubre. Y más asuntos de los que ya hablaremos y ahora mismo dejamos en la reserva para no hacer demasiado larga y pesada la presente.

Sobre el Concurso

Este año hemos tenido menos participantes que el año anterior (el anterior marca el máximo con 10 intrépidos participantes). Habréis notado que este año en lugar de una o dos películas, la idea era recorrer un poco (muy poco, la verdad: 120 películas son difíciles de condensar) algunos de los trabajos de un mismo actor, recientemente fallecido, Alfredo Landa. Además las cuestiones se centran no en sus mejores trabajos, sino más bien en algunas de las comedias que llevaron a definir el llamado "landismo". La intención era múltiple: recordar por supuesto al actor, tratar de dejar por una vez el omnipresente cine yanqui (del que hay películas muy buenas, pero también muy malas, y aquí nos tragamos todas, absolutamente todas), comprobar al hilo del anterior paréntesis que hasta algunas de las más denostadas películas del landismo pueden aportar y más (y son mejores, sin lugar a dudas) que muchas de las propuestas norteamericanas, y, dado que llegaba el verano, proponer un cine más ligero, cómico, de verano, etc.

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

Esa multiplicidad de películas ha conllevado seguramente a que haya habido menos participación porque había que controlar hasta ocho películas distintas con cierto detalle y cuestiones de algunas más, y una de las conclusiones a las que después de todos estos años hemos llegado es que los participantes en este concurso son más “matemáticos” que “cinéfilos” (es más algunos no responden más que a las cuestiones matemáticas). La sección, como sabéis, está orientada a las matemáticas, pero no queremos perder tampoco esa componente cinematográfica.

En relación con ello, algún concursante indica (¡¡¡por fin hay sugerencias y opiniones!!!) que da la impresión que cada vez el concurso se inclina más al cine, pisando el terreno a la parte matemática. Lo cierto es que cada vez han ido apareciendo más cuestiones (la idea es que dure un mes entero, pero relajadamente, es decir, resolviendo las cuestiones poco a poco, e intentar que se vean las películas), pero intentando guardar una proporción entre las culturales y las matemáticas que se ha ido acercando al 50% (en el verano de 2005 sólo había una pregunta (de cine), en 2006 nueve (cinco de cine), en 2007 siete (cuatro de cine), en 2008 doce (cinco de cine), en 2009 dieciocho (ocho de cine), en 2010 veintiuna (ocho de cine), en 2011 veintitrés (ocho de cine), en 2012 treinta (catorce de cine), y en éste 2013 cuarenta y una (veintitrés de cine)). Ciertamente esta edición la parte cinematográfica ha sobrepasado ligeramente la matemática, pero es que hasta ahora tampoco nos había preocupado en demasía tal proporción.

Otro amable y joven lector, Pedro (12 años) sugiere un concurso más adecuado para su edad. Recogemos su idea y trataremos la próxima edición de proponer cuestiones para los más jóvenes y otras para los más adultos. Un saludo y gracias, Pedro.

Y sin más prolegómenos, pasemos a las **Respuestas a las Cuestiones del Concurso de Verano 2013** (recordemos que relacionadas con las matemáticas van en color azul, y el resto, sobre cine u otras cosas, en rojo).

1.- El reloj de uno de los protagonistas funciona con velocidad constante, pero sus agujas se superponen cada 62 minutos. Entonces, ¿Adelanta? ¿Atrasa? ¿Cuánto?

Respuesta:

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

En un reloj que funcione correctamente, la velocidad a la que se mueve la aguja de los minutos es de 2π rad/hora, mientras que la de las horas lo hace a $\pi/6$ rad/hora (da una vuelta completa a las 12 horas).

Las agujas están juntas a las 12:00 con toda seguridad. Averigüemos cuando vuelven a estarlo. La aguja de las horas habrá recorrido un ángulo a , mientras que la de los minutos habrá recorrido el mismo ángulo más una vuelta completa, o sea $2\pi + a$, en un tiempo t .

Por tanto,

$$2\pi = (2\pi + a)/t$$

$$\pi/6 = a/t$$

Resolviendo el sistema, se tiene que

$$t = 12/11 \text{ h, } a = 2\pi/11$$

Expresando el tiempo en minutos y segundos, $t = 1 \text{ h } 5 \text{ minutos } 27 \text{ segundos}$.

En el reloj del enunciado las agujas se superponen cada 62 minutos, mientras que en uno que funcione correctamente acabamos de demostrar que esa situación se da cada 65 minutos y 27 segundos. Por tanto el reloj en cuestión va más rápido de lo normal, y por tanto, adelanta.

En una hora por tanto, adelantará $65 \text{ minutos, } 27 \text{ seg.} - 62 \text{ min.} = 3 \text{ minutos } 27 \text{ segundos}$, que al cabo del día es como para darse cuenta de que el reloj está como para arreglarlo o

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

cambiarlo.

2.- ¿Qué ángulo forman exactamente las manecillas en la imagen?

Respuesta:

El ángulo entre dos números consecutivos del reloj es $360^\circ/12 = 30^\circ$. En el caso del reloj de la imagen será $4 \times 30^\circ = 120^\circ$. (El ángulo complementario será por tanto 240° , un concursante me indica que en realidad no se especifica cuál de los dos ángulos se pide).

3.- ¿Qué cantidad prestó el bueno de Don Felipe? ¿Cómo se devuelve el préstamo mes a mes?

Respuesta:

En general si C es la cantidad prestada, no es difícil demostrar que al terminar el año n el reembolso

R

n , y la deuda restante

D

n
son

$$R_n = \frac{C}{n(n+1)}, \quad D_n = \frac{C}{n+1}$$

Sin entrar en su demostración, se puede también construir una tabla de este tipo

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

n	R_n	D_n
1	$\frac{C}{2}$	$\frac{C}{2}$
2	$\frac{C}{6}$	$\frac{C}{3}$
3	$\frac{C}{12}$	$\frac{C}{4}$
.....
9	$\frac{C}{90}$	$\frac{C}{10}$

Al terminar el décimo año, $\frac{C}{10}$

es la cantidad que hay que devolver. Como todos los reembolsos son números enteros de pesetas según el enunciado, C debe ser divisible por los denominadores de R_n , es decir, 2, 6, 12, ..., 90 es decir por 2

3

× 3

2

× 5 × 7 = 2520, luego $C = 2520$

K

, con

K

número natural.

Como el último reembolso, $\frac{C}{10}$

< 300, entonces $C < 3000$, luego $K = 1$, y así $C = 2520$.

Ese préstamo de 2520 pesetas se devuelve entonces así (basta calcular las fracciones de la columna de R_n): Año 1 : 1260 ptas; Año 2: 420 ptas; Año 3: 210 ptas; Año 4: 126 ptas; Año 5: 84 ptas; Año 6: 60 ptas; Año 7: 45 ptas; Año 8: 35 ptas; Año 9: 28 ptas y el último año las 252 pesetas restantes.

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

En esta cuestión, algún participante ha tomado la progresión también en el último mes, el décimo. El enunciado especificaba que “*el último año, el décimo, supongo que acabará el saldo..., una bagatela de menos de 300 pesetas*”. Se infiere que el último mes por tanto es de liquidación final, quede lo que quede, que es una cantidad menor de 300 pesetas.

4.- Dijimos que era día 20. ¿De qué mes? ¿De qué año?

Respuesta:

20 de Noviembre de 1962 como aparece en un calendario de la casa de Enriqueta, la secretaria interpretada por Gracita Morales, se trataría de un Martes.

5.- ¿Cómo pudo adivinar su compañero la causa exacta del error sin echar un solo vistazo a las cuentas?

Respuesta: Un número N cualquiera es igual a un múltiplo de 9 más la suma de sus cifras (esto nos lo dice el criterio de divisibilidad por 9). Si se invierten las cifras de N , se obtiene otro número N^* que es también igual a un múltiplo de 9 más la suma de sus cifras (que son las mismas que las de N). Por tanto $N - N^*$ es un múltiplo de 9.

Al ser 54 un múltiplo de 9, una posible causa es precisamente esa (que podría ser otra, por supuesto), pero es una posibilidad a comprobar que, en este caso, era.

6.- ¿Cuántas veces aparece el objeto anteriormente descrito (indicar brevemente las escenas)?

Respuesta:

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

El enunciado se refería a cuantas veces aparecía un reloj en la película, cualquier reloj, no el de la foto (el del banco). Como no queda claro (por no dar demasiadas pistas), se ha tomado por válido la respuesta de ese reloj. Y aparece hasta 15 veces.

7.- Hay otro objeto en los domicilios de los protagonistas que se repite. ¿Cuál?

Respuesta: El Calendario de publicidad del Banco de los Previsores del Mañana, donde trabajan nuestros protagonistas, que se observa al menos en las casas de Benítez (Manuel Alexandre), Enriqueta (Gracita Morales), y Galindo (José Luis López Vázquez).



8.- ¿En qué momento aparece por primera vez el personaje que buscamos y que hace?

Respuesta: La primera vez que aparece Castrillo (Alfredo Landa), que es cajero, es en el minuto 1:37, durante los títulos de crédito, conduciendo una moto a toda pastilla porque llega tarde. Durante los mismos aparecen todos los personajes.

9.- ¿Que película aparece anunciada encima de la fachada principal del banco?

Respuesta: Sólo se ve el anuncio encima de la sucursal al final de la película. Es **Vacaciones en Roma** (Roman Holiday), William Wyler, EE. UU., 1953", de la que acaban de cumplirse "casualmente" seis décadas de su estreno internacional.

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

10.- ¿Quién o que es “Eustaquia Hugarea”?

Respuesta: La inscripción que hay en una lápida en el Cementerio donde se reúne en cierta ocasión la banda.

11.- El actor que buscamos no iba en un principio a participar en esta película. ¿A quién sustituía?

Respuesta: Sostituía a Manolo Gómez Bur.

12.- ¿Por qué el actor originalmente pensado no participó?

Respuesta: Estaba comprometido con otra película.

13.- ¿Cuánto cobró nuestro protagonista por este trabajo? ¿Donde lo vio el guionista?

Respuesta: Cobró 10.000 pts en 3 plazos de 3.000 pts y las 1.000 restantes al terminar el doblaje. El guionista lo vio en el teatro María Guerrero haciendo la comedia "*Eloísa está debajo de un almendro*" de Enrique Jardiel Poncela.

14.- Hablando de botijos, ¿cómo describiríais esta superficie en términos de una función de dos variables?

Respuesta:

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00

La expresión más cercana a la forma del botijo es la dada por Emilio Díaz, de un esferoide prolato, truncado por una de sus bases

$$f(x, y) = c \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}}$$

, con a , c constantes.

15.- Como pista para adivinar la película, diremos que es una de esas en la que se relata en paralelo las peripecias de tres personas distintas y que, en un momento dado, coinciden las tres. ¿De qué película hablamos? Citar alguna otra película del mismo actor de esquema similar (historias diferentes que convergen en algún momento). Por cierto, el nombre del actor en la ficción responde a un concepto matemático.

Respuesta: Se trata de la película *40 grados a la sombra* (Mariano Ozores, 1967). El personaje que interpreta Alfredo Landa se llama Máximo. Otras películas de Alfredo Landa con varias historias diferentes que confluyen son

Las viudas

(José María Forqué, 1966),

Crónica de nueve meses

(Mariano Ozores, 1967),

Novios 68

(Pedro Lazaga, 1967),

Cuatro noches de boda

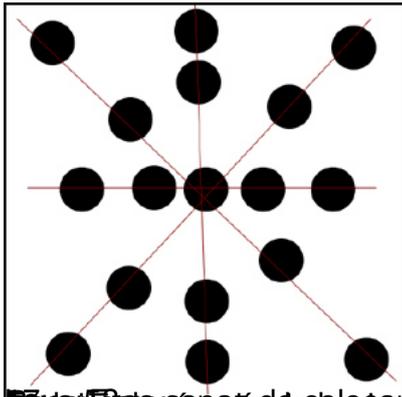
(Mariano Ozores, 1969), entre otras.

16.- ¿Qué se hace “con una servilleta de bar y dos confetis”?

Respuesta: Un bikini.

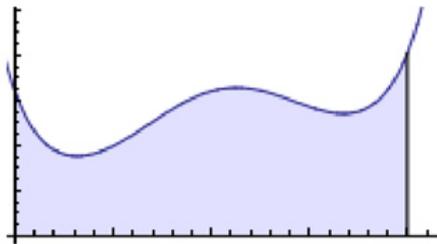
82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
 Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00



Este es el resultado de un concurso de 17 fotos en 4 filas de modo que en cada fila se encuentran 4, 3, 4 y 6 fotos respectivamente. Cada foto tiene un tamaño que se representa por un número natural entre 1 y 40. El número de fotos de tamaño x se representa por $f(x)$.

$$f(x) = \frac{3111}{77840000} x^4 - \frac{31049}{9340800} x^3 + \frac{6911}{77840} x^2 - \frac{89417}{116760} x + 8$$



Si se toma como eje de integral que da el volumen de revolución al hacer girar la función alrededor del eje x , se obtiene el volumen de revolución que se genera al hacer girar la función alrededor del eje x en el intervalo $[0, 40]$.

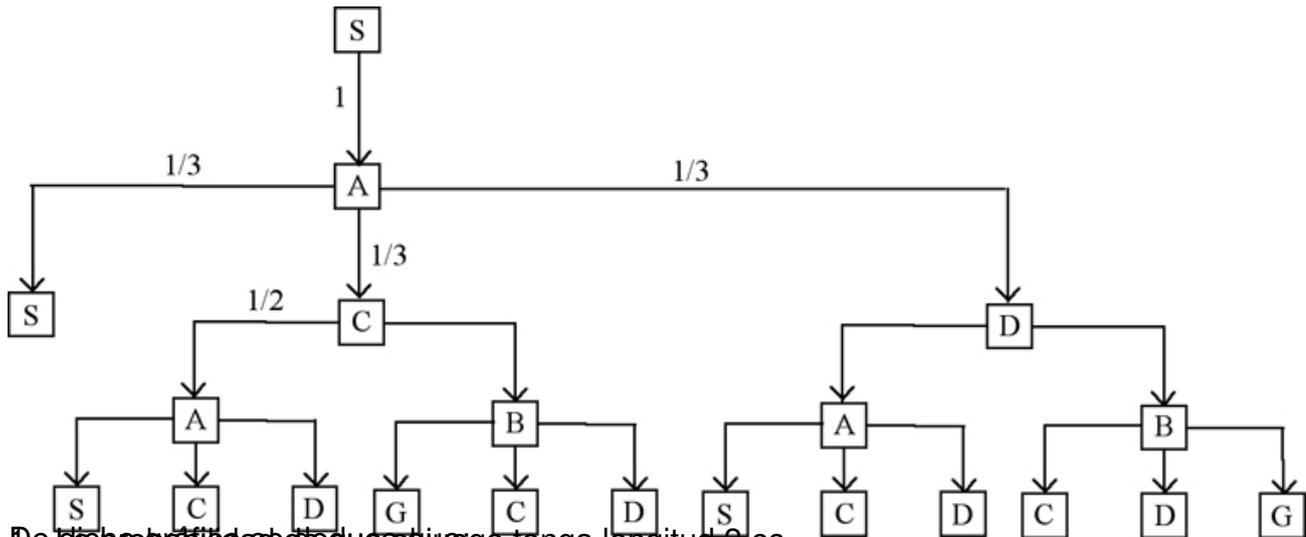
$$\int_0^{40} \pi \left(\frac{3111 x^4}{77840000} - \frac{31049 x^3}{9340800} + \frac{6911 x^2}{77840} - \frac{89417 x}{116760} + 8 \right)^2 dx =$$

$$\frac{386811720712 \pi}{178931781} \approx 6791.44$$

El volumen de revolución que se genera al hacer girar la función alrededor del eje x en el intervalo $[0, 40]$ es aproximadamente 6791.44 unidades cúbicas.

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00



De dicho árbol se deduce que el juego tenga longitud 2 es $\frac{1}{3}$

2.- La probabilidad de que el juego tenga longitud 4 es: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{2}{3^2}$

3.- La probabilidad de que el juego tenga longitud 6 es: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2^2}{3^3}$

, etc, en general la probabilidad de que el juego tenga longitud $2n$ es: $\frac{2^{n-1}}{3^n}$

La probabilidad de ganar en n pasos será la suma de las probabilidades de ganar en 4 pasos más la de

$$p = \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{2^2}{3^4} + \dots = \frac{1}{3}$$

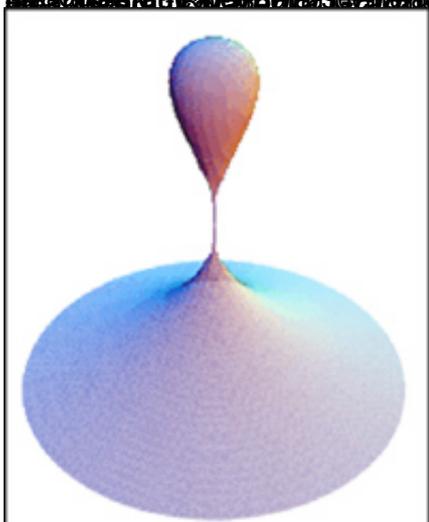
¿Cuál es la longitud media de las partidas?

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{3^n} \cdot 2n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n n$$

Estimamos una serie aritmético geométrica que se suma por el mismo método que la

$$M - \frac{2}{3}M = \frac{M}{3} = \frac{2}{3} + \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{2} = 2 \Rightarrow M = 2 \cdot 3 = 6$$

Estadística de los números de la sombra *El crack* de los 675 Garci (1981).



Reducción: Historia de un Bisco (José Luis Garci 1992) ¿Cuál es el número de bisco que se comen en un día? ¿Cuál es el número de bisco que se comen en un día? ¿Cuál es el número de bisco que se comen en un día?

82. SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO DE 2013

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez
Miércoles 11 de Septiembre de 2013 11:00



El texto de la imagen está completamente borrado y no es legible.