UN VERANO INTENSO

Además de las esperadas respuestas a las cuestiones del Concurso del Verano de 2012 y la lista de ganadores, recordamos algunas actividades que han tenido lugar este verano relacionadas con el Cine y las Matemáticas.

Como cada verano, se celebró en Avilés el Curso *Una mirada a las Matemáticas a través del Cine y la Televisión* , en el que un año más nos volvimos a encontrar algunos de los que impulsamos esta fantástica locura de intentar transmitir la presencia y la necesidad de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, y por tanto también en las películas, junto a alumnos de todo tipo de formación académica que confiamos disfrutaran con las proyecciones y las conferencias. Este año se incorporó una específica dedicada a una serie que empieza a ser de culto, *The Big Bang Theory* .

Por otro lado, el 3 de julio, decidí incorporar una página dedicada a *Las Matemáticas en el Cine en Facebook* , por experimentar un poco qué posibilidades ofrecen las ya imprescindibles redes sociales. Y de momento, la experiencia podríamos calificarla de muy positiva (y entretenida), ya que nos ha permitido estar en contacto diario a un montón de profesores, estudiantes, amigos, y personas en general a las que les puede interesar este binomio (matemáticas + cine) por alguna razón. Sin ningún tipo de publicidad ni información previa en ningún lado, sólo a partir de unos pocos amigos, hemos llegado a tener una audiencia de 4226 personas entre el 4 y el 10 de agosto (y no bajando en ninguna semana de los 1500), enfrascados a una, no original, pero si “enganchadora” (no sé si existe esta palabreja) propuesta: diariamente se han propuesto una serie de Jeroglíficos Cine-Matemáticos. Se trata de deducir el título de una película comercial, a partir de expresiones, gráficos, personajes, cualquier cosa que tenga que ver con las matemáticas. Ha sido (está siendo) todo un éxito. Al principio tomé las propuestas de la página Spiked Math Comics, pero en seguida (se acabaron los títulos que sirvieran a la vez en inglés y en español) me puse a imaginar mis propias propuestas. Y la verdad es que los asiduos (en torno a 100 personas) tienen un nivel impresionante, que nos ha hecho hilar cada vez más fino. Veamos un par de ejemplos:

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + b^2}$$

© a_j p_s

El jeroglífico más visto (413 personas: 153 directamente (lo que Facebook llama visita Orgánica) y 276 a partir de las páginas de otros (lo que Facebook llama visita viral)).

Las propuestas de solución que se hicieron (algunas, la mayoría, fantásticas): *La extraña pareja* (por aquello del 2 *ab* que “extrañamos”), *Error Fatal*, *Vamos a contar mentiras*, *Error de Cálculo*, *Fugados*, *Acero Puro* (A Cero), *Sin Perdón*, *Mentiras y Gordas*, … Hasta que con las pistas adecuadas, se dio con el título de la película: *FALSA IDENTIDAD*. Pero entremedias, se han hecho atinadas observaciones matemáticas. Por ejemplo, la Sociedad de Educación Matemática URuguaya (S.E.M.UR.), nos hizo la atinada observación: “El problema de este tipo de planteos, es que no se especifica en qué conjunto y con qué "estructura" se está trabajando... ¿Qué pasa si *a* no es un número? ¿Si *a*

= [*x* , 0; 0, 0] y *b* = [0, 0; 0, *y*]? (matrices de orden 2) ¿Verifican o no la identidad referida? ¿Esto funciona en otras situaciones? ¿Cuáles? ¿Para qué valores esto es siempre cierto (o falso)? ¿Preguntas?, muchas... Lo interesante sería ver si esa expresión es siempre cierta y en dicho caso, por qué lo es, no?” Pues comentarios así, han venido apareciendo en muchas otras ocasiones, que han derivado incluso a cuestiones matemáticas “serias”.

$$r = 3\left|cos(\frac{7\theta}{2})\right| + 1$$

$$\int_0^\infty e^{-x} x^{r-1}\, dx =$$

© ajps

A la derecha tenéis otro ejemplo, uno de los que más rápido adivinaron: “El efecto de los rayos gamma sobre las margaritas”, ya que la primera ecuación, al dibujarla en polares tiene, más o menos, la forma de una margarita, y sobre todo, la integral de abajo es ***la función gamma***. Hay por el momento más de medio centenar de jeroglíficos diferentes.

Os invito a que echéis un vistazo al juego (podéis sugerir vuestras propias propuestas), y si os apetece, deis un “Me gusta” a la página.

Pero la cosa no ha quedado sólo en esto. El amigo José L. Besada se animó a proponer a través de la misma página un cuestionario similar, pero de Jeroglíficos Ópera-Matemáticos (van 52 propuestas hasta el momento).

También se van planteando o aclarando cuestiones relacionadas con las películas y las matemáticas: curiosidades, aspectos más técnicos, etc. Por ejemplo se han descrito algunos momentos matemáticos de ***Los Simpson*** y ***Futurama***, hemos descubierto al actor español que más ha sufrido en la pantalla con las matemáticas y al que más veces ha hecho de profesor, hemos indagado en porqué el recientemente fallecido Jim Nelson (daba vida al Conde Draco en ***Barrio Sésamo***, entre otros personajes) respondió en una entrevista que su número favorito era el ¡¡34969!! En fin, un montón de curiosidades y lugares en cine y televisión con las matemáticas en primer plano. Esperamos que os guste y que participéis.

SOLUCIONES AL CONCURSO DEL VERANO 2012

Quizá por haber sido anunciado en Facebook, además de en estas páginas, quizá porque ya es muy popular, este año ha sido uno de los que ha registrado una participación mayor. Además el nivel ha sido francamente alto en cuanto a las respuestas que habéis dado. Os agradecemos enormemente también vuestros alentadores y efusivos comentarios sobre esta propuesta. Muchas gracias a tod@s.

Antes de dar solución a las cuestiones, me gustaría indicar que había algunas cuestiones con un poco de mala leche, de ingenio, de segundas intenciones (hay que poner alguna pega para poder diferenciar las puntuaciones; sino todos obtendríais la máxima puntuación), por lo que de antemano os pedimos disculpas por ello. Dicho lo cual, vamos a ello:

1.- El número máximo de pitillos que puede fumarse con un poco de ingenio es 5. Con las nueve primeras colillas, forma 3, quedando una colilla de cada uno. Con esas tres colillas, lía un cuarto cigarrillo, sobrándole una colilla. Tenemos por tanto dos colillas (ésta última y la décima). El ingenio está en pedirle a otro paisano una colilla, formar un cigarrillo, fumárselo, y devolverle la colilla resultante al que se la prestó.

2.- El tipo se fuma 760 cigarrillos en treinta días. Cada hora (cuatro cuartos de hora) se fuma 4/3, luego en cuatro horas se fuma 16/3 de cigarrillos mientras bebe. En las otras veinte horas del día, cada hora se fuma un cigarrillo, luego al día en total se fuma 20 + 16/3; multiplicando esto por treinta días, se obtienen esos 760 cigarrillos. Una sencilla proporción nos lleva a que el porcentaje que fuma mientras bebe (160/760) es del 21.05 %.

Algunas personas han considerado que dormía un número de horas al día. El enunciado no dice nada al respecto (este hombre fuma y bebe hasta dormido). En todo caso, para no alentar ninguna discusión inútil, a aquellos que han contemplado esa posibilidad de que duerme unas horas y en ese tiempo ni fuma ni bebe, también se ha considerado correcta su respuesta (si fueran 8 horas durmiendo al día, se fumará "sólo" 520 cigarrillos, y el porcentaje de los que fuma a la vez que bebe, sube al 30.77%).

3.- Esta cuestión no puede responderse hasta que sepamos algo más sobre la película que nos ocupa, sobre todo hasta averiguar que el actor protagonista es Humphrey Bogart y que lo que sueña ocurrió en la película *Casablanca*, estrenada en 1942, seis años antes de la que nos ocupa.

4.- La versión doblada está equivocada: si un cuarto de billete es 1 peso, un vigésimo serían 20 centavos, no los 10 que dice. En cambio, como ocurre muchas veces, en la versión original el niño explica que un décimo son 40 centavos (que eso ni siquiera se dobló), y un vigésimo son 20 centavos. Un nuevo ejemplo de dejadez en el doblaje seguramente por considerarlo de escasa relevancia (digo de dejadez porque probablemente el actor de doblaje se equivocó y si se dieron cuenta, pasaron del tema; en la V. O. se escucha perfectamente *Twenty Cents*, no *T en Cents*
). La comida le costó 80 centavos, por lo que puede comprar 1/20 de billete con los 20 centavos que le sobran.

5.- Es sencillo deducir que la respuesta a la quinta es negativa. Veamos una escueta justificación. Hay muchos números de hasta cinco cifras que sumen 13 y sean cuadrados perfectos. Nada más y nada menos que 26:

49 (=7^2), 256 (=16^2), 625 (=25^2), **841 (=29^2)**, 1156 (=34^2), 1444 (=38^2), **2209 (=47^2)**, 2704 (=52 ^{2}),
3136 (=56
2

), **3721 (=61^2)**, 4225 (=65^2), 4900 (=70^2), **6241 (=79^2)**, 11236 (=106^2), 13225 (=115^2), 14161 (=119^2), 20164 (=142^2), 21316 (=146^2), **22801 (=151^2)**, 24021 (=155^2), 25600 (=160^2), 33124 (=182^2), 42025 (=205^2), 60025 (=245^2), 62500 (=250^2), 84100 (=290^2).

Como se dice además que el número buscado es cuadrado perfecto de un número primo, las posibilidades se reducen;

sólo las seis resaltadas en rojo
, aunque siguen siendo muchas para deducir el número sin alguna condición adicional.

6.- Obviamente, los mayores candidatos a proporcionar el número máximo de primos permutando cifras, serán aquellos que tengan menos cifras pares y/o ceros. Con un poco de paciencia puede verse que el 3721 nos da 11 primos diferentes: 1237, 1327, 1723, 2137, 2371, 2713, 2731, 3217, 3271, 7213 y 7321.

7.- Una vez adivinada la película, en una escena el niño busca al protagonista para avisarle de que le ha tocado la lotería, diciendo en voz alta el número del boleto premiado, y la ganancia, 200 pesos (recordemos que era un vigésimo del billete premiado con 4000 pesos). Aunque previamente, cuando le vende el chico el número con el argumento de que suma 13 y eso da buena suerte, también especifica que quedan 3 semanas para el sorteo, que son 21 días, y el número es 3721 (lo tiene todo, número de semanas, días de la semana, número de días que faltan y suma 13).

8.- Explicamos brevemente el significado de todos los números que se manejan en el sorteo de Navidad de la Lotería Nacional Española. Desde el año pasado, se ponen en juego 100.000 números (del 00000 al 99999). Anteriormente sólo eran los números hasta el 85.000. El premio al décimo fue de 400.000 €, es decir que la serie de 10 décimos se premiaba con 4 millones de €. Por ley hay que premiar el 70% de la recaudación.

La cifra de 25.5 millones en premios no es correcta; en realidad se repartieron veintisiete millones quinientos cuarenta y siete mil doscientos euros en premios (27.547.200 €), es decir 27,5 millones. Hubo 15.304 premios a billetes; multiplicándolos por 10 décimos y por 180 series, obtenemos exactamente esa cantidad, 27.547.200.

El número de décimos premiados no tiene por qué coincidir con el número de premios adjudicados a décimos y suele ser menor pues hay números (como las pedreas) que tienen más de un premio. En el bombo de los premios sólo hay 1807 bolas que corresponden a 3 primeros premios, más 2 cuartos premios, más 8 quintos premios, más 1794 premios de pedrea (3+2+8+1794 = 1807). Hasta los 15.304 premios quedan los 9.999 reintegros, más los 2.997 de las dos últimas cifras de los tres primeros premios, más los 198 de las centenas de los dos cuartos premios, más los 297 premios a las centenas de los tres primeros premios, más los 6 premios de los números anteriores y posteriores a los tres primeros premios.

9.- Una nueva cuestión “con trampa” (de hecho en el enunciado, se pone porcentaje de ganar “algo”). Cobrar el reintegro no responde a ganar “algo” porque ya nos hemos gastado el dinero del décimo. En ese caso no ganamos, sino que nos quedamos a cero, sin ganar, ni perder. Por tanto la probabilidad de ganar “algo” será considerar los caos favorables (15304 – 9999 = 5305) entre los posibles (100000), con lo cual,

p(ganar “algo”) = 5305/100000 = 0.05305,

es decir, un 5.3 %. A los que incluyeron cobrar el reintegro (en ese caso, el porcentaje sería 15.3 %), les he dado la mitad de la puntuación en esta cuestión (5 puntos).

10.- En esta cuestión no resulta sencillo contar cuántos números suman exactamente 13 entre los 100000 números posibles (por supuesto sin hacerlo programando el ordenador para que lo haga “por la fuerza bruta”, es decir, contando todos uno por uno). A destacar los métodos descritos por Alejandro Azpeteguía, Francisco Pi Martínez, María José Fuente, Elías Villalonga y Emilio Díaz Rodríguez. Adjunto la propuesta por Elías Villalonga, por ser una de las más breves:

La cantidad de quíntuplas de números enteros no negativos ordenadas de manera que sumen 13 viene dada por las combinaciones con repetición de 5 elementos sobre 13 posibles, esto es:

$$\mathrm{CR}(5,\ 13) = \binom{18-1}{13} = \binom{17}{13} = \frac{17!}{13!\,4!} = 2380$$

Como los números enteros no negativos de los que estamos hablando son dígitos, éstos han de ser inferiores o iguales a nueve, de 2380 hay que restar los números correspondientes a aquellos con cifras 13, 12, 11 o 10 en alguna posición

Con algún 13:	5
Con algún 12:	5 · 4 = 20
Con algún 11:	5 · 10 = 50
Con algún 10:	5 · 20 = 100
Total:	175

Por lo tanto las quíntuplas admisibles son 2380 – 175 = 2205. Así pues, la probabilidad de un gordo con las cifras sumando 13 es:

p(gordo sumando 13) = 2205/100000 = 0.02205.

O sea (este comentario ya es mío) que no merece mucho el esfuerzo de los que revuelven Roma con Santiago buscando un número así (o cumpliendo cualquier otra peculiaridad).

11.- Todos los concursantes han comprobado, con números muy similares, que la lotería nacional es el juego de apuestas entre los propuestos con más posibilidades de ganar algo (en torno a un 35% sin descontar lo que vale el precio del billete), después la primitiva (1.86%), y la menor las quinielas aunque en este caso la información que poseemos de los equipos hace que no todos los partidos tengan la misma probabilidad (aunque a veces hay sorpresas, claro; los cálculos los han hecho con sucesos equiprobables).

12.- Según la novela (y la película), las necesidades básicas para un hombre son, por este orden, comer, afeitarse y asearse, y finalmente, “pasar un rato” (puede haber menores leyendo esto) con una mujer.

13.- 

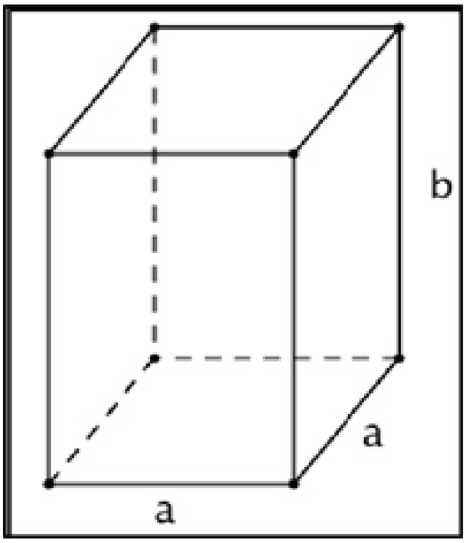
En esta cuestión he metido la pata. Mil disculpas. El paisano que se cruza tres veces con Bogart es el director de la película, John Huston (esto lo sabremos cuando hayamos descubierto el título de la película; la deducción se puede hacer al resolver la pregunta 16). Huston y Bogart eran amigos en la vida real, por lo que coincidirían muchas veces, pero públicamente lo hicieron en seis películas: ***El halcón maltés*** (1941), ***A través del Pacífico*** (1942), ***El tesoro de Sierra Madre*** (1948), ***Cayo Largo*** (1948), ***La Reina de África*** (1951) y ***La Burla del Diablo*** (1953). De ellas se pretendía pedir "al menos tres", en lugar de "exactamente tres veces". Como esto ha podido confundir a algunos, he decidido dar la puntuación completa a todos. Y encima en la número 13. No soy supersticioso, pero tampoco ha sido adrede.

14.- Solución a la cruzada: "*Es algo endemoniado, creedme muchachos. Cambia totalmente el carácter de los hombres. Cuando se consigue, el alma no es la misma, y nadie escapa a esto*". Para resolverla, las definiciones planteadas son, por orden: Bessel, Elipse, Región, Número, Hélice, Afelio, Radios, Dobles, Taylor, Rectas, Angulo, Volumen, Esfera, Noether, Teorema, Aleatorio, Mediana, Paradoja, Isaac, Charada, OCDE.

15.- Se refiere a cómo la codicia de las personas altera su personalidad cuando han descubierto una mina de Oro.

16.- Las iniciales de las definiciones anteriores nos dan BERNHARD TRAVEN y TAMPICO. Si uno busca el primer nombre, deducirá fácilmente el título de la película, ***El tesoro de Sierra Madre***, una de las escasas novelas que escribió. Tampico es la ciudad de donde inicialmente parten los protagonistas.

17.- Cuando van a salir a la búsqueda del oro el viejo Howard dice que necesitan 600 pesos para costear la expedición. Él tiene 300 y puede poner sus 200, pero Dobbs y Curtin solo tienen 150 pesos cada uno. Cuando a Dobbs le toca la lotería (200 pesos), completa su cuota y cubre lo de Curtin (50 pesos más), por lo que Dobbs en realidad aporta 250 pesos y Curtin 150 pesos. Por tanto la proporción justa serán 4/12 para Howard, 5/12 para Dobbs y 3/12 para Curtin. Al hacer recuento de las ganancias (35000 pesos cada uno; en total 105000 pesos), esa proporción nos lleva a que Dobbs debe recibir 43750 pesos, Howard 35000 y Curtin 26250 pesos (compárese con Dobbs; bastante menos).



18.- Sea el prisma de base cuadrada (8 aristas) de lado a, y sean b las aristas laterales (4 en total). La suma de las longitudes de todos sus lados es: $8a + 4b$, y el **área total** (se especifica en el enunciado) del prisma $2a^2 + 4ab$. El enunciado nos dice que

$$8a + 4b = 2a^2 + 4ab$$

de donde se deduce que $2b = a\,(a + 2b - 4)$ [*], es decir que a debe ser un número par (obsérvese que en caso contrario, a

+ 2
b
– 4 también sería impar, y el producto de dos números impares nunca sería 2
b
).

Llamemos $a = 2k$. Entonces, $b = a\,(k + b - 2)$. Si designamos el segundo factor como n, entonces
b
=
an
.

Por [*], $a = \dfrac{2n+4}{2n+1} = 1 + \dfrac{3}{2n+1}$

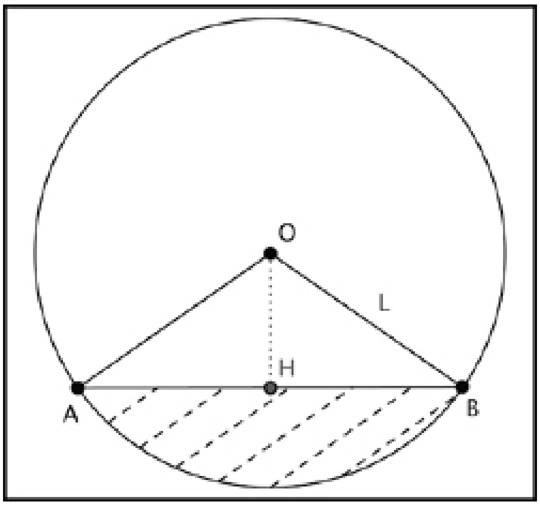
Como a debe ser un número entero, n sólo puede ser $n = 1$, de donde $a = b = 2$. Por tanto, en realidad se trata de un cubo (aunque en la película no es así, pero bueno, ¿no se cometen errores y/o anacronismos en el cine? Pues yo también, para no en revesar mucho el problema).

19.- Se indignó y tiró al fuego de la hoguera su contenido (unos gramos de oro).

20.- Como acertadamente nos indica Alejandro Azpeteguía, si el triángulo es equilátero, el ángulo del sector circular que abarca es de 60º y el radio de la circunferencia coincide con el lado del triángulo, de valor 6 unid. Para calcular la zona rayada, basta restar el área del triángulo equilátero del área del sector circular. Por tanto,

$$\text{AREA} = \frac{\pi l^2}{6} - \frac{\sqrt{3}\, l^2}{4} = 6\pi - 9\sqrt{3} \approx 3.261098654\ u^2.$$

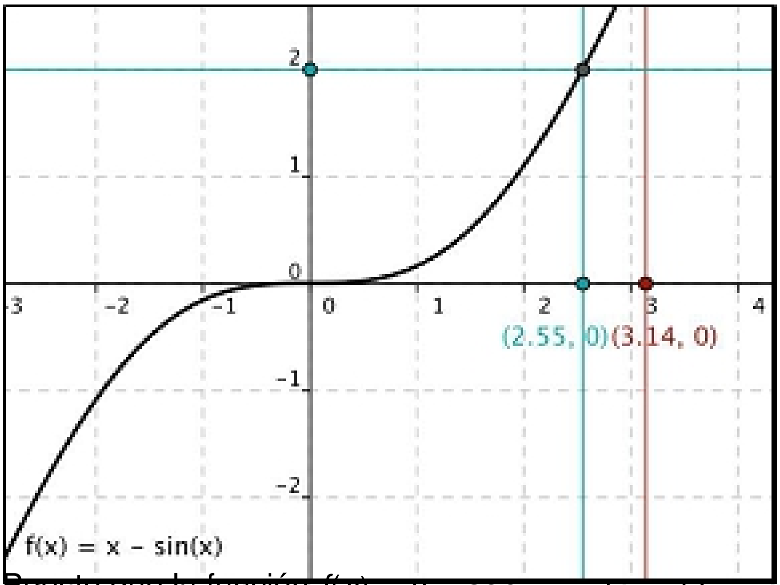
21.- Adjuntamos en esta ocasión el razonamiento seguido por María José Fuente Somavilla.

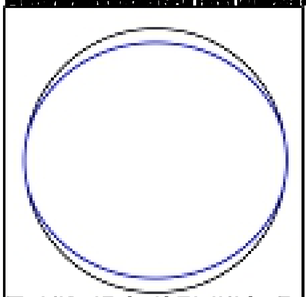


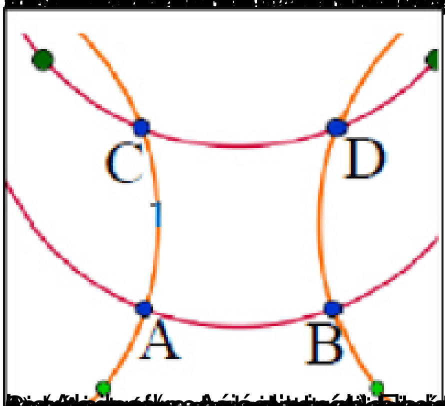
Se considera la figura adjunta y se supone que los ángulos del triángulo isósceles están medidos en radianes. Si ÐAOB = α, entonces

∠OBA = ∠OAB = (π-α)/2, 0 < α < π

El área de la zona rayada es (α/2 - senα/2)L^2 (se deduce a partir de OH, AB e identidades trigonométricas). El problema se reduce a saber si existe un valor α para el cual esa expresión arroje un valor entero. Como se puede suponer que L es un número entero (incluso admitir que vale 6, como en la cuestión anterior), basta saber si es posible que α –
sen
α = 2
k
, con k un número entero. Como 0 < α < π , 0 <
sen
α < 1 y, por tanto, los posibles valores enteros y pares para α –
sen
α sólo son 0 y 2. ¿Pero son alcanzados esos valores?


(2.55, 0)
(3.14, 0)
f(x) = x − sin(x)




C
D
1
A
B