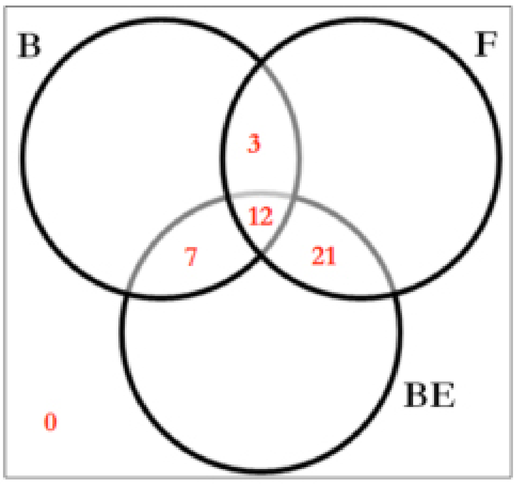
Como viene siendo costumbre desde hace ya un montón de años, inauguramos el nuevo curso escolar, publicando las soluciones al *Concurso del Verano* de la Sección de *Cine y Matemáticas* .
Muchas Gracias a los participantes, espero que os haya hecho pasar un rato entretenidos, y enhorabuena por vuestras respuestas, algunas de verdadero mérito; también a aquellos que lo han intentado y finalmente no se han animado a mandar sus respuestas, que los ha habido, no lo digo como un cumplido.

La sensación general, tal y como me indican los participantes, es que las cuestiones este año (las matemáticas fundamentalmente) han sido algo más sencillas que en otras ocasiones. En efecto, uno trata de que la mayor parte de los lectores puedan resolver la mayor parte de ellas, aunque siempre hay alguna un poco más compleja o de un nivel más avanzado. También en algún caso, alguna cuestión puede no ser “todo lo clara que debería”, buscando ver cómo se las ingenia el personal. No es el caso de alguna errata, como la de que la actriz principal ha obtenido tres Oscars, cuando en realidad sólo han sido dos. Mil disculpas a los que les haya podido despistar ese dato equivocado, que todos los participantes me han hecho llegar (lo cual, por tanto, no impidió dar con la película que se buscaba). Como siempre pasa, por mucho que se revisan las cosas, siempre algo se acaba escapando (es que me enrollo mucho, y a más texto, más posibilidades de error). En fin, vamos a por las respuestas.

Cuestiones Matemáticas



M – 1.- Utilizando un diagrama de Venn, denotando por *B* → bailar, *F* → fumar, *BE* → beber, se tiene que (todos los presentes hacen alguna acción)

100 – (21 + 3 + 7 +12) =100 – 43 = **57**

hacen una sola cosa (ese valor coincide con el número de muertos en el accidente de avión a Casablanca).

M – 2.- Llamemos *A* y *B* a las dos salas mayores. Una distribución de 50 sillas entre estas dos estancias es una asignación de las letras *A* o *B* a cada una de las 50 sillas. Como las sillas se suponen iguales no hay orden en esta asignación y cada distribución es una combinación con repetición de orden 50 con los elementos
A
y
B
. Por tanto, el número de distribuciones de las 50 sillas será

$CR_{2,\,50} = \binom{2+50-1}{50}$
= 51

Análogamente, las formas de distribuir las otras 50 sillas son

$CR_{3,\,50} = \binom{3+50-1}{50}$
= 1326

El reparto se puede por ello efectuar de 51 · 1326 = **67626** formas distintas.

Ningún concursante ha respondido correctamente a esta cuestión, al menos no a lo que se pretendía preguntar, seguramente por no haberla formulado con precisión. En un local de estas características lo normal es que las sillas sean todas iguales (alguno las ha considerado todas distintas considerando que si no son indistinguibles y no se puede hacer la cuenta; bien digamos que a simple vista son todas iguales, pero tienen un número en la parte de atrás que por supuesto no nos molestamos en mirar. En ese caso, la pregunta es la que se hace: de cuántas formas distintas se pueden disponer las sillas).

M – 3.- Llamando m_i al peso del *i*-ésimo bailongo, el peso medio será

$(m_1 + ... + m_{18}) / 18 = 109$,

es decir, $m_1 + ... + m_{18} = 18·109 = 1962$ (el año de estreno de la película).

Por otro lado, la media de los ocho primeros es

$(m_1 + ... + m_8) / 8 = 104$,

de donde $m_1 + ... + m_8 = 8·104 = 832$.

Por tanto, el peso medio de los otros diez será (1962 – 832)/10 = **113 Kg**.

M – 4.- Designemos por H número de hombres en la fiesta, y M número de mujeres en la fiesta.

Cuando se va la quinta parte de los hombres, quedan los 4/5, por lo que

$$\frac{\frac{4}{5}H}{M} = \frac{2}{3}$$

, de donde $6H = 5M$.

Cuando se van las 44 mujeres, resulta que

$$\frac{M-44}{\frac{4}{5}H} = \frac{2}{5}$$

, de donde $8H = 25M - 1100$.

Resolviendo el sistema, obtenemos $H = 50$ y $M = 60$, por lo que los que quedan en la fiesta son

$(\frac{2}{3})50 + (60 - 44) = 40 + 16 =$ **56**.

M – 5.- Al suprimir una de las regiones, la suma de días soleados o lluviosos de las restantes ha de ser múltiplo de 4. Las seis regiones suman 1994, que dividido entre 4 da resto 2. El único dato de esta columna que da resto 2 al dividirlo entre 4 es 330 correspondiente a **la región F**.

En términos de congruencias, tenemos que

$336 \equiv 0 \mod 4$

$321 \equiv 1 \mod 4$

$335 \equiv 3 \mod 4$

343 ≡ 3 mod 4

329 ≡ 1 mod 4

330 ≡ 2 mod 4

1994 ≡ 2 mod 4

Si omitimos 330, obtendremos una cantidad congruente con 0, es decir, que deja resto nulo al dividirla entre 4, ya que la suma quedaría 1664 º 0 mod 4. Suprimiendo esta región quedan, entre las cinco restantes, **416** días lluviosos y 3·416 = **1248** días soleados.

M – 6.- Supondremos que *n* no puede comenzar por 0 (es decir, 04 no es admisible). Para que *n* sea absorbente debe ser un número de *k* dígitos tal que divida a ($10^k \cdot m + n$), para todo *m*. Esto sucede, si, y sólo si, *n* divide a 10^k. Como $10^k = 1 \cdot 2^k$

$\cdot 5^{k}$

, resulta que los números absorbentes serán

1, 2, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 200, ...

M – 7.- Un ***poliedro*** es un sólido tridimensional cuyas caras son todas polígonos que están unidos por sus aristas. Un conjunto *C* es ***convexo*** si el segmento que une dos pares cualesquiera de puntos del conjunto está totalmente contenido en *C*. De modo que un poliedro convexo es todo poliedro que cumple esa propiedad. Se suele definir también como el conjunto de soluciones del sistema de desigualdades lineales

$M\,\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$,

siendo M una matriz real s x 3 y $\boldsymbol{b}$ un vector de s componentes.

Describamos algunos de sus tipos. Un poliedro se dice que es ***regular*** si todas sus caras son polígonos regulares (no necesariamente convexos) y en cada vértice concurren el mismo número de caras. Con esta definición, existen 9 poliedros regulares, 5 de ellos convexos (los conocidos como ***sólidos platónicos***) y 4 cóncavos (los llamados ***sólidos de Kepler-Poinsot***; imagen tomada de la *Wikipedia*)

[illegible]

$$\mathrm{Dig}(k) = \begin{cases} k, & si\ 1 \le k < 10 \\ 9 + 2(k-9), & si\ 10 \le k < 100 \\ 9 + 2\cdot 90 + 3(k-99), & si\ 100 \le k < 1000 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{cases}$$

siendo k el número de página. Una expresión general será entonces

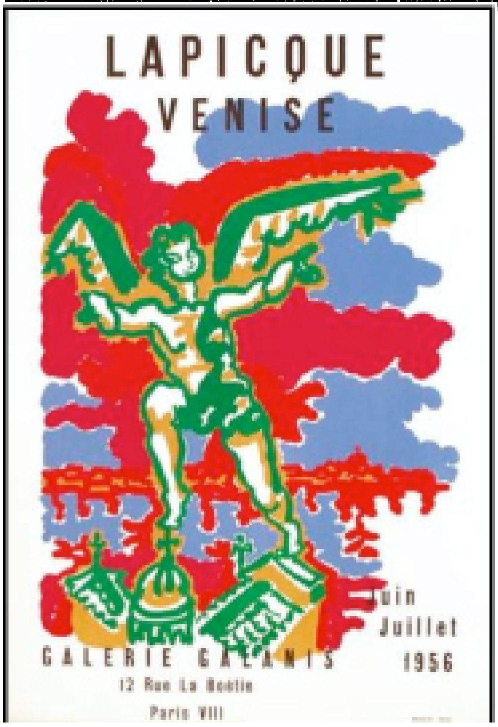
$$\mathrm{Dig}(k, \alpha) = (\alpha + 1)(k - (10\,\alpha - 1)) + 9\ \sum^{\alpha} i \cdot 10^{i-1}$$

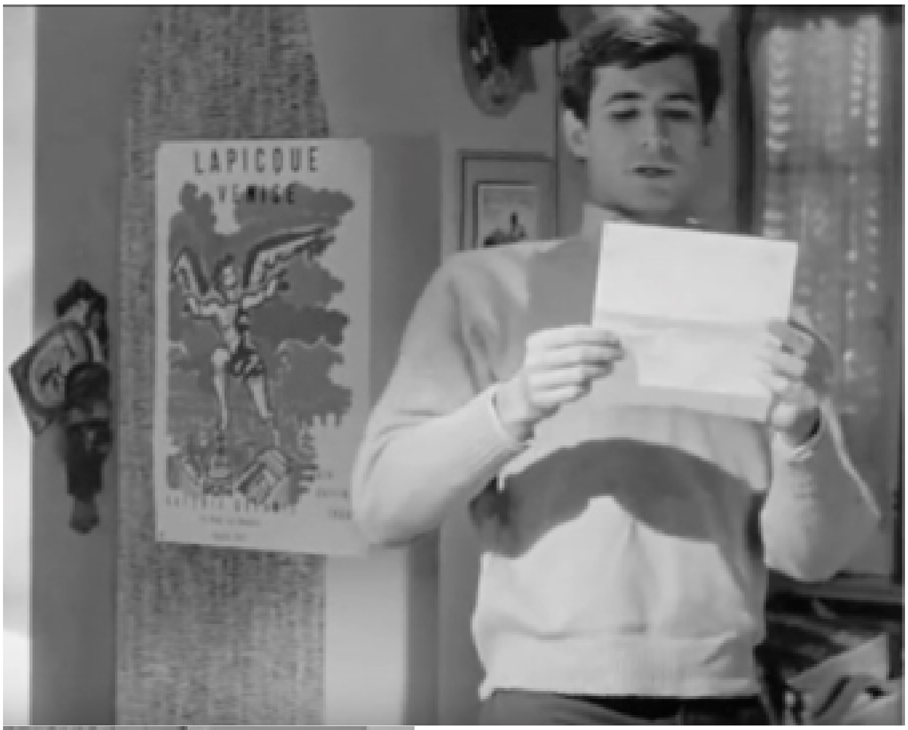
En esa expresión, podemos calcular la suma, quedando

$$\mathrm{Dig}(k, \alpha) = (\alpha + 1)(k - (10\,\alpha - 1)) + \frac{1}{9} + \frac{9\alpha - 1}{9} 10^{\alpha}$$

[illegible]

[illegible] nada, Francia, 2002).


LAPICQUE
VENISE
Juin
Juillet
1956
GALERIE GALANIS
12 Rue La Boétie
Paris VIII


LAPICQUE