
Todo llega. Un nuevo septiembre, y con él un nuevo curso y las conclusiones de este ¿original? ¿distinto? ¿singular? (dejemos las consideraciones < 0 para otro momento) concurso también. Este verano, a tenor de la menor participación, vuestros comentarios, y la resolución de las cuestiones planteadas, las puntuaciones finales, etc., podemos concluir que ha resultado más difícil que en otras ocasiones. Y eso que la mecánica ha sido similar a otras ocasiones (ejercicios de diferentes niveles y ramas de la matemática, y tres o cuatro cuestiones un poco más elevadas, normalmente extraídas de otros certámenes y concursos tipo olimpiadas matemáticas). Es cierto que probablemente la película era más difícil de descubrir y localizar (no para cinéfilos), pero deseaba que fuera española, diferente, y de un director esencial aunque seguramente no lo suficientemente reconocido, no por sus méritos cinematográficos (que los tiene), sino por la singularidad de sus propuestas en una época complicada y no propicia para demasiadas alegrías. No obstante la mitad de los participantes la han acertado.

Y claro, si era complicado para nosotros, casi imposible para los participantes allende los mares. Porque esta vez, tenemos que dar la bienvenida y congratularnos de la participación de una amiga nada menos que desde nuestra querida Argentina (estupendas películas también allí).

Sin más, vamos con las soluciones a las cuestiones.

**Cuestiones Generales**

**C – 1**.- De las indicaciones dadas, está claro que el juego es **la ruleta**.

**C – 2**.- El protagonista, BB (Basilio Beltrán), al ver en la sala a un jorobado, pasa disimuladamente su moneda de duro por su "chepa", dado que los supersticiosos consideran que esto atrae la suerte.

**C – 3**.- Sabiendo que el juego es la ruleta, ruleta española para más señas, no la americana, ésta contiene 36 números y un número 0: 37 sectores en total. El polígono regular de 37 lados se llama ***Triacontakaiheptágono***. El nombre está conformado con el prefijo *triaconta* (30 lados), *kai* (más) y *heptágono* (polígono de 7 lados).

**C – 4.-** Para encriptar su nombre se ha empleado el método de la ***escítala***. Se puede reproducir sobre una cuadrícula del siguiente modo:

| | | |
|---|---|---|
| T | T | P |

| | | |
|---|---|---|
| R | A | T |
| I | K | A |
| A | A | G |
| C | I | O |
| O | H | N |
| N | E | O |

Colocando las letras por filas, aparece la disposición que se proponía. Se ha utilizado el 7 como clave, dada su pertinencia en esta película, además de que el nombre del polígono estrellado tiene 21 letras exactamente, y “cuadraba” el 7.

También se ha dado por válido la ***trasposición***, dado que no había mayor información en el texto sobre el procedimiento, y porque también responde al encriptado. Eso sí, se ha valorado más cuando se ha explicado cómo se ha llegado a descifrar (disposición en tres columnas) que cuando sencillamente se ha dicho que por trasposición sin más explicaciones.

**C – 5**.- Se ha dado por válida tanto la respuesta grafo, como politopo (aunque ésta última es más para objetos tridimensionales; sin embargo puede aplicársele, teniendo en cuenta que la definición de politopo no está suficientemente clarificada). Sin embargo, no se ha dado validez a curvas de Bezier, ya que el contexto de éstas y su utilización es otro completamente diferente al propuesto.

**C – 6.-** El espejo es un elemento que ha suscitado a lo largo de la historia de la humanidad mucha literatura (y por supuesto, películas), fundamentalmente en dos facetas: como muestra de la realidad (realidad que a veces nos negamos a ver), y como inquietante, incluso terrorífico (porque quizá pueda reflejarnos lo que no podemos ver al natural pero que está presente, con nosotros). Así, desde Narciso y Perseo cargándose a la Medusa (nunca mejor dicho en el caso que nos ocupa) a otros más recientes, disponemos de un amplia variedad de títulos. Unos cuantos ejemplos, que se unen (algunos coinciden) a los que habéis propuesto cada uno:

Películas: *A través del espejo* (*The dark mirror*, Robert Siodmak, 1946), *La dama de Shanghai* ( *The Lady From Shanghai* , Orson Welles, 1947), *El hombre de la pistola de oro* ( *The Man With the Golden Gun* , Guy Hamilton, 1974), *Taxi Driver* (Martin Scorsese, 1976), *Reflejos* ( *Mirrors* , Alexandre Aja, EE. UU., 2008), *Cisne Negro* ( *Black Swan* , Darren Aronovsky, 2010).

Obras literarias: *Blancanieves y los siete enanitos* (Hermanos Grimm), *El Aleph* (Jorge Luis Borges), *Alicia a través del Espejo*

(Lewis Carroll),
*El espejo curvo*
(Antón Chejov),
*El espejo roto*
(Agatha Christie).

**C – 7.-** La célebre frase corresponde a la película ***El sexto sentido*** (*The Sixth Sense*, M. Night Shyamalan, 1999), y la relación con la película que nos ocupa es la aparición de un espectro que busca que le ayuden a descubrir un asesinato en un caso, o a evitar que se cometa uno, en el otro, pero en esencia lo mismo. En definitiva que los guionistas recurren a lo mismo de siempre ante la absoluta falta de ideas nuevas (y normalmente, empeorando o infantilizando la propuesta).

**C – 8.-** *La escalera de caracol* (*The Spiral Staircase*, Robert Siodmak, 1945), *El tercer hombre*
(
*The Third Man*
, Carol Reed, 1949),
*De repente el último verano*
(
*Suddenly last summer*
, Joseph Leo Mankiewicz, 1959),
*Al final de la escalera*
(
*The Changeling*
, Peter Medak, 1980),
*Goya en Burdeos*
(Carlos Saura, 1999),
*El árbol de la Vida*
(
*The Tree of Life*
, Terrence Malick, 2011), entre otras muchas. La imagen de la foto corresponde a la serie de televisión
*El ministerio del tiempo*
.

**C – 9.-** En 1954, José Luis Sáenz de Heredia dirige ***Todo es posible en Granada***, con argumento también de corte fantástico, en el que se juega con la creencia de que en Granada se encuentra enterrado un fabuloso tesoro, musulmán en este caso. Francisco Rabal la protagoniza. Años después, en 1982, Rafael Romero Marchent dirige una nueva versión (aún peor que la precedente) de la misma historia, interpretada por Manolo Escobar, en la que fue su última aparición en el cine (de ahí lo de indicar que no tendría muy buen recuerdo de ella)


**C – 10.-** Sugiere que es bastante falsa, ya que César en latín era *Caesar*, y que no tenía el que la esculpió demasiada idea de cómo funcionan los números romanos.

El título de la película es ***La torre de los siete jorobados***, dirigida por Edgar Neville, en 1944, basada en un conjunto de relatos de Emilio Carrere. Se trata de una curiosa mezcla de géneros: costumbrismo, policiaco, negro, terror, aventura y fantástico. Son claras las influencias del cine expresionista alemán (tipo *Nosferatu* o *El gabinete del doctor Caligari*) y del cine gótico.

## Cuestiones Matemáticas

**M – 1.-** Apostar a la ruleta no es, salvo que estemos compinchados con el crupier, una buena idea, porque la esperanza matemática de ganar, sean apuestas sencillas o combinadas, es siempre negativa.

Para probarlo, empecemos con las apuestas simples. En la película, la ruleta es la europea (36 números, más un número cero; total 37 posibilidades en cada juego). Echemos un vistazo a cada una de las posibles apuestas que se pueden hacer. Tomamos 1 euro (o 1 dólar) como apuesta genérica.

1.- Apuesta a un único número. El pago es 35 a 1 (es decir, si sale nuestro número nos pagan 35 veces nuestra apuesta, más lo que apostamos). Recordemos que la esperanza matemática es la suma del producto de la probabilidad de cada suceso por el valor de dicho suceso.

$E_1 = (1/37)\ 35 + (36/37)\ (-1) = -1/37$

2.- Apuesta a dos números adyacentes. La ganancia es 17:1.

$E_2 = (2/37)\ 17 + (35/37)\ (-1) = -1/37$

3.- Apuesta a una fila completa (tres números). La proporción de pago es 11:1.

$E_3 = (3/37)\ 11 + (34/37)\ (-1) = -1/37$

4.- Apuesta a cuatro números. Se paga 8:1.

$E_4 = (4/37)\ 8 + (33/37)\ (-1) = -1/37$

5.- Apuesta a dos filas. Las ganancias son 5:1.

$E_5 = (6/37)\ 5 + (31/37)\ (-1) = -1/37$

6.- Apuesta al primer tercio (doce números). La proporción es 2:1.

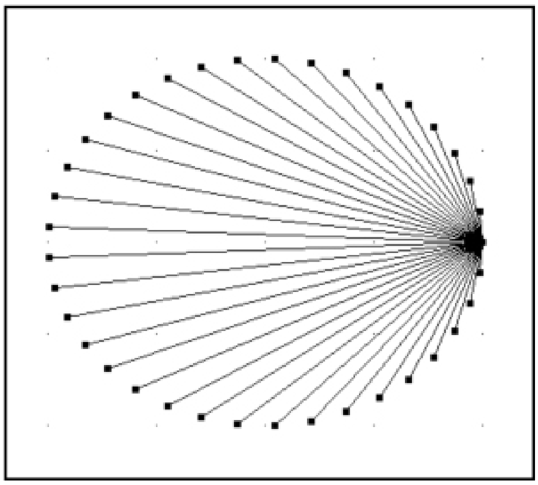
$E_6 = (12/37)\ 2 + (25/37)\ (-1) = -1/37$

7 y 8.- Apuesta a una mitad (18 números) o a un color (18 números). Las ganancias se pagan 1:1.

$E_7 = (18/37)\ 1 + (19/37)\ (-1) = -2/37$

Las apuestas combinadas consisten en combinar dos de las anteriores (por ejemplo, apostar al color negro y a los números 13, 14, 16 y 17; está permitido apostar cantidades diferentes a cada uno de ellos). La esperanza en este caso es la suma de ambas, es decir que cualquier apuesta combinada (tomando como referencia 1 euro como antes) tendrá por esperanza

E = (− 1/37) + (− 1/37) = − 2/37



**M – 2.-** Para calcular el número de metros de hilo que tenemos que utilizar para componer el hilorama de 37 puntos (el grafo completo del polígono regular de 37 lados), nos vamos a fijar en uno cualquiera de los puntos, y vamos a calcular las longitudes a cada uno de los restantes 36 puntos (los hiloramas no se construyen en la realidad así, porque no cortamos el hilo, pero como lo que tenemos que hacer es unir todos los vértices con todos, en el fondo el resultado es el mismo, sólo cambia la forma en que lo vamos a calcular). Como esa operación la hacemos con cada vértice, multiplicamos por 37 el valor que nos de la suma de longitudes de ese primer vértice, y lo tenemos.

Las distancias a cada punto son diferentes, aunque por simetría nos podremos ahorrar algunas. Para calcular esas distancias, primero representamos los puntos. Una forma es en coordenadas polares. Como el diámetro es de 40 *cm.*, el radio es de 20 *cm*. con lo que el radio vector lo pondremos en 20, y el argumento, 2$k$π/37, $k$ = 0,…., 36. Denotaremos entonces cada vértice como

$P_k$ = (20, 2$k$π/37), $k$ = 0,…., 36

El número de aristas que unen los vértices una sola vez del grafo completo (así evitamos las repeticiones) viene dado por $n(n-1)/2$, que en este caso son $37 \cdot 36/2 = 37 \cdot 18 = 666$ (un número como cualquier otro, ¿o no?). Además 18 son el número de distancias diferentes que tenemos desde cada punto al resto, porque

$d(P_0, P_1) = d(P_0, P_{36}) = 40$ sen $(\pi/37)$

$d(P_0, P_2) = d(P_0, P_{35}) = 40$ sen $(2\pi/37)$

$d(P_0, P_3) = d(P_0, P_{34}) = 40$ sen $(3\pi/37)$

……………………………………..

$d(P_0, P_{18}) = d(P_0, P_{19}) = 40$ sen $(18\pi/37)$

Para calcular esas distancias, si se emplea la fórmula habitual, no se olviden pasar los puntos a coordenadas cartesianas, esto es

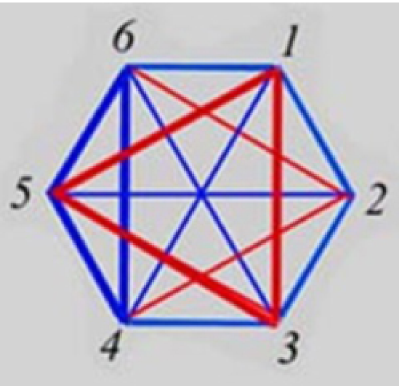
$P_k = (20\cos(2k\pi/37), 20\,\mathrm{sen}(2k\pi/37)), \quad k = 0, \ldots, 36$

La suma de esas dieciocho distancias (ojo: no el doble, aunque para cada punto salga así; si pusiéramos el doble, repetiríamos distancias. Recuérdese la expresión del número de aristas distintas) es

$$\sum_{i=1}^{18} 40\,sen\left(\frac{i\pi}{37}\right) \approx 470.8155711$$

Por tanto el total será 37  470.8155711 = 1742.017613 *cm*., esto es **17.42 *m***. aproximadamente.

**M – 3.-** Estas construcciones aparecen en la llamada ***teoría de Ramsey***. Básicamente trata sobre situaciones en las que hay que probar que en una colección grande de objetos, hay configuraciones más pequeñas con alguna regularidad. Una forma de demostración es a través del coloreado de grafos completos que al final muestran la estructura de un hilorama.




Un problema típico, el de la amistad: Probar que en un grupo de seis personas, o se cumple que tres se conocen entre sí, o se cumple que tres no se conocen entre sí. Representamos cada persona mediante un punto, y la relación de conocimiento o desconocimiento mediante aristas que los unan. Por ejemplo, rojo indica que sí se conocen y azul lo contrario. (un enunciado en términos de grafos del mismo problema es: en el grafo completo $K_6$ coloreadas sus aristas de dos colores, siempre encontramos un subgrafo $K_3$ monocolor.

**M – 4.-** Para verse de cuerpo entero en un espejo, éste ha de tener una medida vertical mínima igual a la mitad de la altura de la persona, y estar a una altura máxima igual a la mitad de la distancia que haya entre los ojos y el suelo (es fácil encontrar o deducir la demostración en la que se aplica una semejanza de triángulos vía teorema de Tales). Por tanto para que BB se vea al completo, el espejo debe tener una altura mínima de **0.825 *m***. y para la segunda cuestión no disponemos de todos los datos necesarios.

**M – 5**.- Una cuestión muy sencilla. En una ecuación de segundo grado, $ax^2 + bx + c = 0$, sabemos que el producto de sus raíces (que en este caso son las dimensiones del espejo rectangular) viene dado por $c/a$, y su suma (el perímetro será el doble), por $-b/a$. Así pues, la superficie del espejo será $17/19$ $m^2$, y su perímetro, $86/19$ $m$.

Ambos son números racionales, por tanto su expresión decimal, o es finita, o es infinita periódica. Como el denominador, 19, no contiene como factores primos ni al 2 ni al 5, debe ser periódicos puros. Otro modo de comprobarlo es pasando el número a fracción continua: si el número de denominadores es finito, el número es periódico puro.

En el caso de 17/19 el periodo es de 18 cifras (0.894736842105263157.....), y para 86/19 es también de 18 (4.526315789473684210.....). ¿Tendrán todas las fracciones de denominador 19 periodo 18?

Por cierto, no sé si conocéis la siguiente propiedad: tomad la mitad de los números del periodo de cualquiera de los números anteriores. A continuación sumadle el resto del periodo (o sea, para el primer número algo así: 894736842 + 105263157). ¿Qué se obtiene? ¿Es así siempre? Si fuese cierto, no haría falta más que calcular la mitad de los decimales, ¿no? ¿O falla algo? El concurso ya acabó, pero un matemático nunca deja de hacerse preguntas...

**M – 6**.- Análoga a la anterior, en este caso, sabiendo que la habitación tiene forma de paralelepípedo ( $V = abc$). Sabiendo que esas dimensiones son las raíces

$$(x - a)\,(x - b)\,(x - c) = x^3 - (a + b + c)\,x^2 + (ab + ac + bc)\,x - abc$$

El volumen de la habitación (*abc*) es por tanto **12600** $m^3$, y la superficie total, que viene dada por 2( *ab* + *ac* + *bc*), será (véase el término en *x*) 2 x 1629 = **3258** $m^2$.

Lo que mató a la curiosidad fue al gato (dicho popular que se remonta a la Inglaterra del siglo XVI), animal que aparece varias veces en la película, y dado el carácter supersticioso del protagonista, es negro, como dice el enunciado.

**M – 7**.- Suponiendo que en cada jugada se tarden 5 minutos, al cabo de una hora se juegan 12 veces. Buscamos entonces la probabilidad de que en la ruleta europea, de 12 jugadas, salga 6 veces el mismo número. Esto es,

$$\binom{12}{6}\left(\frac{36}{37}\right)^6\left(\frac{1}{37}\right)^6 \approx 0.000000305\ldots$$

una probabilidad ciertamente baja, de donde tal suceso se antoja prácticamente imposible (en una ruleta sin trucar, claro, como se supone que es la de la película). Por tanto, sí se puede afirma que ocurre “algo extraño”.

**M – 8**.- La banca gana con seguridad cuando sale el cero. La probabilidad de que esto ocurra es

$$\binom{12}{3}\left(\frac{1}{37}\right)^3\left(\frac{36}{37}\right)^9 \approx 0.00339\ldots$$

Teniendo en cuenta además que la banca siempre juega, aún no me explico cómo a la gente le gusta enriquecer a los casinos tan estúpidamente.

**M – 9**.- BB empezó ganado con una peseta. Como en la ruleta la ganancia a un número es 35:1, que se acumula a lo apostado, tras la primera vez tiene 36 pesetas. Apuesta todo ello a un número de nuevo, con lo que gana $35 \cdot 36 + 36 = 36^2$ (=1296), que vuelve a apostar y ganar, con lo que obtiene $36^3$ (= 46656). En ese momento se le cae una ficha. Algunos concursantes han supuesto que era de las de una peseta, y otros han hilado más fino y han considerado que era de las de 5 pesetas, comparando con escenas previas (tanto a unos como a otros les he valorado igual; lo que me importan son las matemáticas empleadas).

Como vuelve a ganar con esa ficha que se le cae, el beneficio será de $5 \cdot 35$ más. Es decir, $36^3 - 5 + 5 \cdot 35 = 46826$ pesetas, aproximadamente. Como nos recuerda Pablo Palacio Puente, “*teniendo en cuenta que al principio de la película, BB está preocupado si con un duro podrían comer tres personas, es más que evidente que después de la ganancia obtenida podrá invitar a comer a dos personas (y a bastantes más)*”.

**M – 10**.- La mente de los jugadores siempre ha sido muy productiva a la hora de idear estrategias para intentar ganar con seguridad a cualquier juego de apuestas. Otra cosa es que sean de verdad eficientes.

1.- La más conocida es seguramente **la Martingala**. Consiste en doblar una apuesta después de perder la anterior, siempre que pérdidas y ganancias estén al 50%. Así, cuando se gane, se recupera todo lo perdido anteriormente. Por ejemplo, apostamos a un color (hay “casi” 50% de posibilidades de ganar y perder; el “casi” es por el maldito cero que desnivela las posibilidades). Si sólo apuestas a un color y se va doblando la apuesta hasta que se gane, todas las pérdidas podrían verse recuperadas.

Muy bonito, salvo que nadie tiene asegurado que tras cuatros rojos aparezca un negro. Podría salir una sucesión de veinte rojos, por ejemplo, y claro, salvo que seas millonario no se tienen recursos infinitos para seguir apostando. Además se puede alcanzar rápidamente el umbral máximo de apuesta tras varias veces perdiendo.

**2.- La estrategia D´Alembert**. Un poco más segura que la martingala, consiste en aumentar o disminuir las apuestas en base a factores aritméticos en lugar de geométricos. En lugar de doblar la apuesta al perder (como en la martingala), aumentamos la apuesta en una unidad (1€, por ejemplo), mientras que la bajamos después de ganar. Si se gana el mismo número de veces que se pierde, esta estrategia puede llevarnos a tener beneficios. La estrategia D´Alembert es un sistema de apuesta que puede funcionar apostando a par o impar, a color, o a números entre 1-18 o entre 19-36.

Por ejemplo, comenzamos apostando 5€ al negro. Perdemos. Entonces apostamos 6€ al negro. Perdemos otra vez. Apostamos entonces 7€ al negro. Si en ese momento ganamos, bajamos la apuesta a 6€. Si volvemos a ganar, dejamos de jugar. Hemos ganado tantas rondas como hemos perdido, pero tenemos beneficios: −5−6+7+6= +2.

Nuevamente, la estrategia se basa en que “teóricamente” (ley de los grandes números) se tiende a un equilibrio entre las veces que se gana y las que se pierde, pero nos olvidamos de que ese principio funciona “en el infinito”, no con un número concreto de jugadas, que son las que podemos hacer en una tarde. Por otro lado, hay que tener la suficiente sangre fría como para dejar de jugar cuando hemos alcanzado ese equilibrio, algo prácticamente imposible hablando de jugadores (léase ***El jugador*** de Dostoyevski, por ejemplo).

**3.- La estrategia Fibonacci**. Consiste en seguir la famosa sucesión, generada sumando dos números para obtener cada uno de los siguientes:

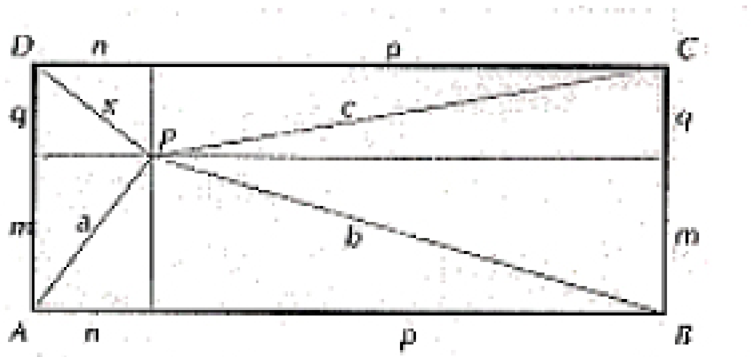
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610,….

Esta estrategia supone apostar sumando las dos apuestas anteriores para obtener el monto de la siguiente. Cuando se pierde, se sigue adelante con la secuencia; cuando se gana, se vuelve dos apuestas hacia atrás en la secuencia y se apuesta esa cantidad. Se pueden obtener beneficios incluso aunque se pierda más veces que las que se gane. Pero, cuanto más se avanza en la secuencia, más dinero puede perderse.

Veamos un ejemplo. Apostamos al negro, 3€; perdemos. Apostamos al negro otros 3€;

volvemos a perder. Entonces apostamos al negro 6€; perdemos de nuevo. Siguiendo esta estrategia, apostamos entonces al negro 9€; volvemos a perder. Volvemos a apostar al negro, ahora 15€. Supongamos que ganamos. La siguiente ronda entonces apostamos al negro 6€. Ahora perdemos. Apostamos entonces al negro 9€, y ganamos. Después apostamos al negro 3€. Si ganamos, y volvemos a apostar 3€, y volvemos a ganar, en el cómputo general hemos perdido más veces de las que hemos ganado, pero hemos tenido beneficios: □3 □3 □6 □9 +15 – 6 + 9 +3 +3 = +3

Otras estrategias son la martingala inversa, la estrategia James Bond, etc. En Internet o libros especializados pueden encontrarse todas las que se quieran, pero ninguna puede garantizarnos ninguna ganancia.




$$\left.\begin{array}{l} m^2 + n^2 = a^2 \\ m^2 + p^2 = b^2 \\ p^2 + q^2 = c^2 \\ n^2 + q^2 = x^2 \end{array}\right\}$$

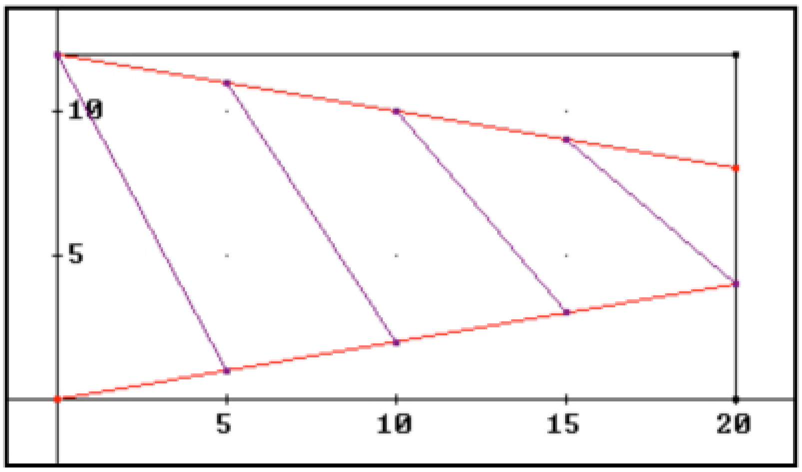
**M – 11.-** La situación propuesta es similar a la de la imagen, siendo *P* el punto en el que BB se encuentra, y la incógnita *x* es la distancia *PD*.

Utilizando la cuarta ecuación, sustituyendo y operando, se tiene que

$x^2 = n^2 + q^2 = (a^2 - m^2) + (c^2 - p^2) = a^2 + c^2 - (m^2 + p^2) = a^2 + c^2 - b^2$

por lo que, $x = PD = \sqrt{5^2 + 14^2 - 10^2}$ **= 11 m.**

Las dimensiones de la sala no es posible calcularlas con los datos dados, ya que quedan en función de un parámetro, con lo que hay infinitas soluciones posibles.




**M – 12.-** Según las condiciones descritas, la escalera se asienta sobre un tronco de cono de sección circular, de altura 20 m., y de longitudes de circunferencias superior e inferior 12 m. y 4 m., respectivamente. Si cortáramos por la mitad verticalmente dicho tronco de cono, tendríamos algo parecido a la imagen de la derecha, donde se ha situado en la base la altura del tronco de cono, y en las abscisas las longitudes de las circunferencias superior e inferior. He considerado todo muy regular (una escalera real normalmente no lo es). Los tramos de escalera (como da 4 vueltas, recorre 5 metros en cada vuelta) serían los segmentos de color morado del dibujo. Bastaría por tanto con sumar las longitudes de cada tramo.

1er tramo: longitud desde el punto (0, 12) al punto (5, 1): $\sqrt{(5-0)^2+(1-12)^2} = \sqrt{146}$

2º tramo: longitud desde el punto (5, 11) al punto (10, 2): $\sqrt{106}$

3er tramo: longitud desde el punto (10, 10) al punto (15, 3): $\sqrt{74}$

4º tramo: longitud desde el punto (15, 9) al punto (20, 4): $\sqrt{50}$

Por tanto la citada escalera tendrá un longitud total de $\sqrt{146}+\sqrt{106}+\sqrt{74}+\sqrt{50}$
(unos 38 metros).

**M – 13.-** Sea *xyz* el número en cuestión. La condición que nos dan es que

$x^2 + y^2 + z^2 = ½ (100x + 10y + z)$,

de donde se deduce que $z$ debe ser un número par (el número de esculturas, *xyz*, es un número entero positivo, obviamente).

Pongamos entonces que $z = 2λ$, con $0 \le λ < 5$, lo que sustituido en la ecuación nos lleva a que

$x^2 + y^2 + (2λ)^2 = 50x + 5y + λ$.

Hagamos algunas operaciones elementales:

$x^2 – 50x + y^2 – 5y = λ – 4 λ^2$

$(x – 25)^2 + (y – 5/2)^2 = 25^2 + 25/4 + λ – 4 λ^2$

$(2x – 50)^2 + (2y – 5)^2 = 2525 +4 λ(1 – 4 λ)$

Sean $\alpha = 50 - 2x$, $\beta = 2y - 5$.

Claramente $\alpha < 50$, y $\beta \leq 13$ (porque $y \leq 9$).

Consideremos los posibles valores de $\lambda$. Obsérvese que un número $N = kt^2$, con $k$ no cuadrado perfecto, nunca puede ser suma de dos cuadrados si $k$ tiene algún factor de la forma $4n - 1$:

i) Si $\lambda = 0$, $\alpha^2 + \beta^2 = 2525 = 50^2 + 5^2 = 34^2 + 37^2 = 26^2 + 43^2$, ninguno de los cuales nos da valores enteros para $x$, $y$ entre 0 y 9.

ii) Si $\lambda = 1$, $\alpha^2 + \beta^2 = 2513 = 359 \cdot 7$, imposible por el factor 7.

iii) Si $\lambda = 2$, $\alpha^2 + \beta^2 = 2469 = 823 \cdot 3$, imposible por el factor 3.

iv) Si $\lambda = 3$, $\alpha^2 + \beta^2 = 2393 = 32^2 + 37^2$, inaceptable para $x$, $y$ entre 0 y 9.

v) Si $\lambda = 4$, $\alpha^2 + \beta^2 = 2285 = 457 \cdot 5 = (21^2 + 4^2)(2^2 + 1^2) = 38^2 + 29^2 = 46^2 + 13^2$.

En este último caso, sí estamos en el rango de $\alpha$ y $\beta$, con lo que $\alpha = 46$ y $\beta = 13$, que nos llevan a que $x = 2$, $y = 9$ (y por tanto $z = 8$).

Por tanto el número de esculturas en la habitación era de **298**.

**M – 14.-** Llamando

$x$ □ cantidad de monedas (en kilogramos)

$y$ □ cantidad de aditivo “envejecedor” (en kilogramos),

del enunciado del ejercicio se tiene que se trata de

Maximizar $z = 40\ x + 30\ y$

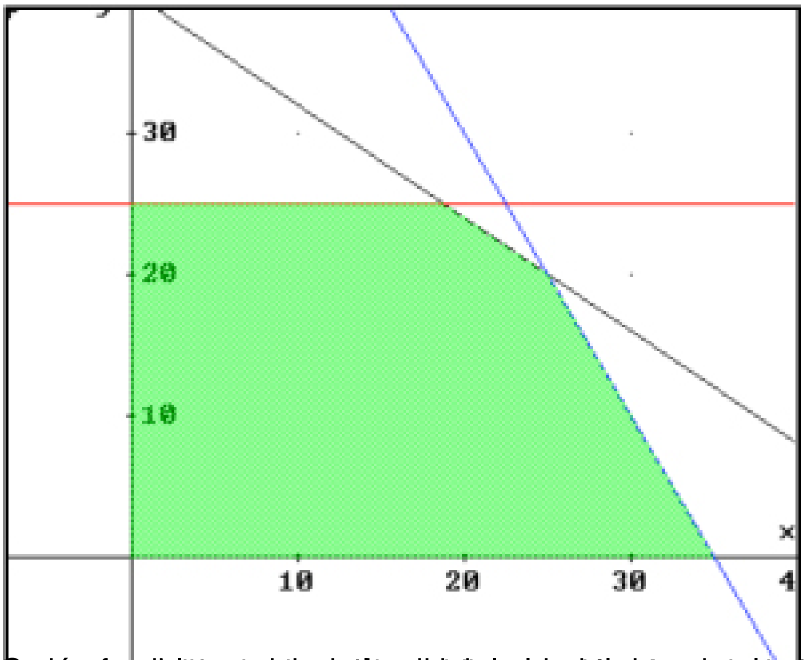
sujeto a las condiciones

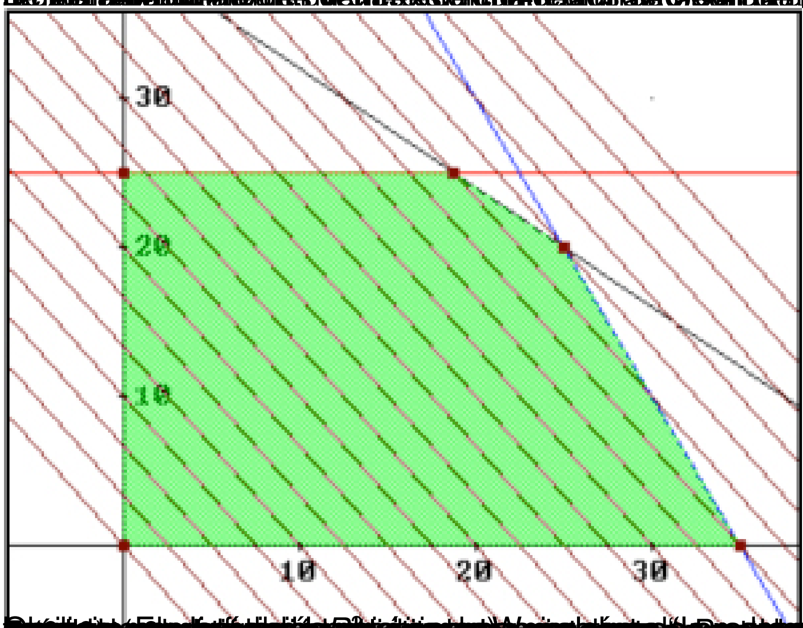
$2/5\ x + ½\ y \leq 20$

$1/5\ y \leq 5$

$3/5\ x + 3/10\ y \leq 21$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$




$$\binom{r}{2} = \frac{r(r-1)}{2} = n - r - 1$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se tiene que

$$r_1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{8n-7}, \quad r_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{8n-7}$$

$$n = \frac{r(r+1)}{2} + 1$$