Queridos lectores, ante todo debo manifestar que me he quedado alucinado con las respuestas que habéis enviado este año. Como alguien dijo alguna vez,

I – M – P – R – E – S – I – O – N – A – N – T – E.

Necesitaría mucho espacio para describir con fidelidad el nivel que habéis alcanzado, sobre todo en las cuestiones relacionadas con las matemáticas, permitiéndoos incluso la genialidad de proponer nuevas cuestiones sobre la película, además de plasmar vuestra impresiones y sugerencias. Las diferencias finales en la puntuación se deben más a malinterpretaciones de enunciados, que en este caso, en muchos casos, estaban hechas adrede para reflejar el carácter demencial de la protagonista de la película. De verdad, a todos, ¡¡¡Chapeau!!!

Vamos con las soluciones (perdonad si en algún caso son demasiado breves; si alguien precisa mayores explicaciones sobre cualquier aspecto, no dudéis en mandarme un mail).

M – 1.- Según el enunciado, buscamos una partición $a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_n = 2014$, de modo que $\prod_{i=1}^{n} a_i$ sea máximo. Desde luego la cuestión tiene solución, ya que el número de particiones de 2014 es finita, y cada una tiene asociado un producto, uno de los cuales será el mayor.

Vamos a hacer algunas consideraciones previas a la resolución, que posteriormente nos la facilitarán. Como pretendemos que el producto sea el mayor posible, analicemos si es posible cambiar algún a_i por otros dos, de modo que la suma no se altere, pero que el producto sea mayor.

Supongamos por ejemplo que la partición tuviera algún valor $a_j \geq 4$. En ese caso a_j podría sustituirse por los factores 2 y $a_j – 2$, por que

- la suma queda como está: $2 + a_j - 2 = a_j$
- el producto sería $2(a_j - 2) = 2a_j - 4$. Como $a_j \geq 4$, $2a_j \geq 4 + a_j$, de donde se tiene que

$2a_j - 4 \geq a_j$

Mediante este proceso, asociamos a cualquier número mayor o igual a cuatro en doses y treses, y la nueva partición tiene un producto mayor o igual que el de la partición inicial.

Si algún $a_j = 1$, lo podemos sumar al a_k que queramos, reemplazando ambos sumandos por el nuevo número $1 + a_k$. La suma es idéntica, pero el producto es mayor ya que pasamos de $1 \times a_k$ a a_{k+1}. Por tanto, el producto máximo será un valor de la forma $2^x 3^y$.

Si la potencia del 2, que hemos designado por x, resulta ser $x \geq 3$, cada terna de doses puede sustituirse por un par de treses. Esto es debido a que $2 + 2 + 2 = 3 + 3$ (es decir, la suma no cambia), pero $2^3 < 3^2$, el producto aumenta. Por tanto el producto máximo es de la forma $2^a 3^b$, con $a = 0, 1, 2$.

Como 2014 = 2 x 1007 (es decir, 1007 doses), podemos sustituir 335 tríos de doses, que se sustituyen cada uno, por 3 + 3 (= 3^2):

2014 = 2 x 1007 = 2 x (335 x 3 + 2).

Por tanto, la partición estará compuesta por 670 treses y 2 doses, es decir, el producto máximo será $\mathbf{3^{670}\ 2^2}$, cantidad, por si alguien tiene alguna curiosidad de 321 dígitos.

Al corregir las soluciones que los concursantes enviaron, descubrí que Celso de Frutos dio una partición cuyo producto tenía, ¡¡EL MISMO NÚMERO de dígitos, 321!! Es

2014 = 3 x 671 + 1,

cuyo producto es 3^{671}. Pero la solución con el producto mayor es la primera (por poco; detallo los primeros dígitos): $\mathbf{3^{670}\ 2^2}$ = 1876292...., mientras que 3^{671} = 1407219.....

Otros productos propuestos han sido 2^{1007} que sólo tiene 304 dígitos.

M – 2.- Se trataba de encontrar el valor de *S* en

$S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 2013^2 - 2014^2$

Utilizando aquello de que diferencia de cuadrados es suma por diferencia, rescribimos la expresión así:

S = (1 – 2) (1 + 2) + (3 – 4) (3 + 4) +...........+ (2013 – 2014) (2013 + 2014)

Obsérvese que los factores señalados en verde son (– 1), lo que hace que S sea una suma de valores negativos, en concreto,

S = – (1 + 2 + 3 + 4 +...........+ 2013 + 2014)

De la conocida expresión para la suma de los primeros sumandos de una progresión aritmética, se tiene entonces que

$S = -\frac{2014\cdot 2015}{2}$
= – 2029105

M – 3.- En efecto, 2029105 = 5 · 13 · 19 · 31 · 53.

M – 4.- Ahora nos piden aproximar este valor

$$S_2 = 1^2 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{2013^2} - \frac{1}{2014^2}$$

Se trata de la suma parcial hasta el sumando 2014 de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$
. Esta serie es convergente (de hecho, absolutamente convergente), cuya suma es $\pi^2/12$ 0.8224670334... Este valor se puede determinar a partir del desarrollo en serie de Fourier de la función x^2
:

$$x^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos(n\pi\, x)$$

, $0 \leq x \leq 1$,

sustituyendo en ese desarrollo el valor $x = 0$.

Por otra parte, en una serie numérica alternada convergente, designando por S_n su suma parcial *n*-ésima, y S en este caso su suma, se tiene que

$| S_n - S | \leq a_{n+1}$.

Por tanto, para S_{2014} se verifica que $\left| S_{2014} - \frac{\pi^2}{12} \right| \leq a_{2015} = \frac{1}{2015^2}$. De esa desigualdad, se obtiene que

$$\frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2015^2} \leq S_{2014} \leq \frac{\pi^2}{12} + \frac{1}{2015^2}$$

$0.8224667871 \leq S_{2014} \leq 0.8224672797$

Este procedimiento no nos ofrece los ocho decimales correctos que se pedían (sólo nos da cinco), pero, a falta de un argumento más ajustado, se da por válido. El valor con diez dígitos correctos según el ordenador (para comparar sí puede utilizarse), es

$S_2 \approx 0.8224669102.....$

Carles Virgili y Andrés Mateo proponen una solución más ajustada. Descomponen S_2 del siguiente modo:

$$S_2 = \sum_{n=1}^{2014} \frac{1}{n^2} - 2 \sum_{k=1}^{1007} \frac{1}{(2k)^2} = \sum_{n=1}^{2014} \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{1007} \frac{1}{n^2} = S_{2014} - \frac{1}{2} S_{1007}$$

Se precisa entonces estimar esas sumas (S_{2014} y S_{1007}) con la precisión adecuada. Aproximando esas sumas mediante

$S_{2014} = A_{2014} + R_{2014}$

$S_{1007} = A_{1007} + R_{1007}$

siendo R_{2014} y R_{1007} los respectivos restos, entonces

$S_2 = A_{2014} - \frac{1}{2} A_{1007} + (R_{2014} - \frac{1}{2} R_{1007})$

Exigiendo que la diferencia entre restos (paréntesis del segundo miembro de la expresión anterior) tenga una precisión de ocho decimales correctos (tal y como se pide en el enunciado) y utilizando la fórmula de Euler-MacLaurin para aproximar las sumas (y la ayuda de Maple), obtiene que

S_2 □ 1.644437666.... – $\frac{1}{2}$

1.643941511.... □ 0.8224669105....

M – 5.- Llamemos *d* a la diferencia de los términos de la progresión aritmética (que no necesariamente tiene que ser positiva). Consideremos los lados del triángulo y su área en progresión aritmética en este orden: *a*, *b*, *c*, *A*. Por estar en progresión aritmética de diferencia d, sean esos valores *b* – *d*, *b*, *b* + *d*, *b* + 2*d*, respectivamente.

La fórmula de Herón, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, nos proporciona el valor del área de un triángulo cualquiera a partir de las longitudes de sus lados, siendo s el semiperímetro (la mitad del perímetro) del triángulo. Según los valores dados,

s = (b - d + b + b + d)/2 = 3b/2

Aplicando entonces la fórmula de Herón (con el área al cuadrado, para no utilizar la engorrosa raíz):

$$(b+2d)^2 = \frac{3b}{2}\left(\frac{3b}{2} - \mathrm{b} + \mathrm{d}\right)\left(\frac{3b}{2} - \mathrm{b}\right)\left(\frac{3b}{2} - \mathrm{b} - \mathrm{d}\right) = \frac{3b^2}{4}\left(\frac{b^2}{4} - d^2\right) \qquad [1]$$

Como el primer miembro es un número entero, para que lo sea el segundo, *b* debe ser un número par. Designémoslo mediante $b = 2B$, para algún entero B. Así, la expresión [1] se rescribe como

$$4\,(B + d) = 3\,B^2\,(B - d),$$

y despejando *d*,

$$d = \frac{3B^3 - 4B}{3B^2 + 4} = B - \frac{8B}{3B^2 + 4} \qquad [2]$$

Para $B > 2$, $3B^2 + 4 > 8B$, por lo que el cociente en [2] no es un número entero. Por tanto las únicas posibilidades son que $B = 1$ o que $B = 2$. Si $B = 1$, $d = -1/7$, que no daría para *a*, *b*, *c* valores enteros. Si $B = 2$, $d = 1$, $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$,

A
= 6. Por lo tanto el único triángulo con las condiciones impuestas es el conocido triángulo rectángulo 3 – 4 – 5.

M – 6.- Los triángulos cuyos lados son números enteros se denominan ***heronianos***, precisamente en honor de Herón de Alejandría. El triángulo rectángulo 3 – 4 – 5, y área 6, obtenido anteriormente, era conocido ya en Egipto mucho antes de Herón. Sin embargo, el descubrimiento del triángulo 13 – 14 – 15 y área 84 se le atribuye a él. No es un triángulo rectángulo, pero sus lados y área son números enteros. Por esta razón, a los triángulos de lados y área enteros se les bautizó como
triángulos heronianos
en su honor.

M – 7.- Existen muchos resultados y fórmulas acerca de los triángulos heronianos. Una cuestión de la que se desconoce la respuesta es si existe algún triángulo heroniano con sus tres medianas racionales. (Por si alguien no se acuerda bien, una mediana de un triángulo es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto). Con dos medianas racionales si se conocen (por ejemplo, el triángulo 76 – 51 – 26 con medianas 35/2 y 97/2, entre otros), pero con tres no. Los que buscan la solución, “a la fuerza bruta”, es decir, comprobando con el ordenador mediante un algoritmo de búsqueda, a fecha de hoy, no han encontrado ninguno entre todos los triángulos de diámetro menor o igual a 600000 (con diámetro de un triángulo nos referimos al diámetro del menor círculo que contenga al triángulo).

M – 8.- Con estas cuestiones sobre triángulos heronianos pretendíamos básicamente darlos a conocer, y que el lector buscara información sobre ellos y quizá se interesara por ver cómo se obtienen. Evidentemente incluir la demostración de cómo obtener un par de triángulos heronianos distintos del mismo perímetro y área excede lo razonable para un concurso festivo como éste, por lo que sólo se pedía un ejemplo de esos triángulos.

En cualquier caso, mediante un razonamiento similar al desarrollado en la resolución de M – 5, se llega a que los triángulos heronianos verifican las relaciones

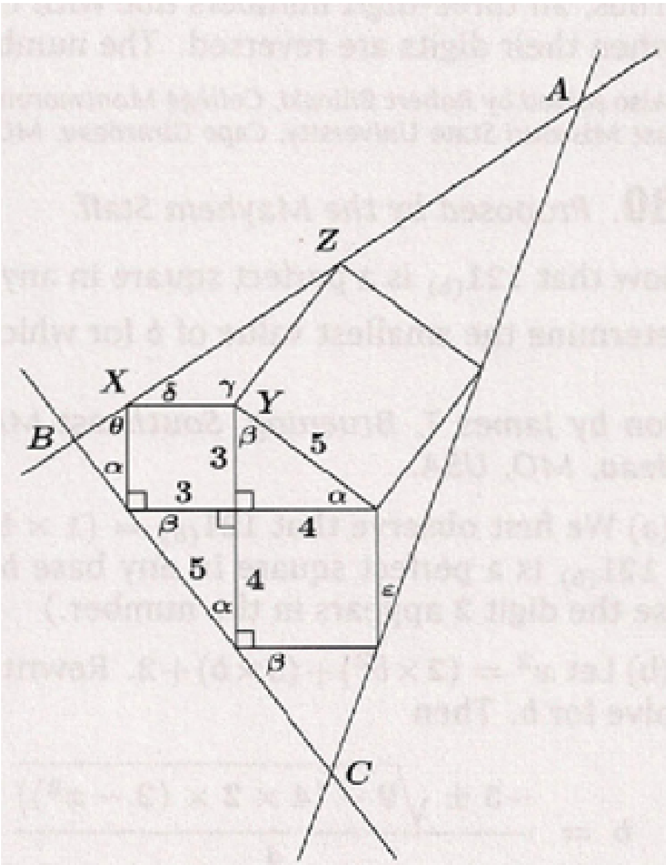
$a = 4m^2 + n^2, \quad b = 5(m^2 - n^2), \quad c = m^2 + 4n^2, \quad P = 10m^2, \quad A = 10mn(m^2 - n^2),$

Escrito por Alfonso Jesús Población Sáez

para valores apropiados de *m* y *n*.

Se ha dado por válido, encontrar dos pares de valores adecuados para *m* y *n*, que nos proporcionen idénticos *P* (perímetro) y *A* (área). Por ejemplo, 221 – 120 – 149 y 205 – 200 – 85, de perímetro 490 y superficie 8400.

Varios concursantes han aludido a que han utilizado el estupendo artículo *Pares de triángulos heronianos con áreas y perímetros iguales: una descripción de K. R. S. Sastry* (http://www.oei.es/oim/revistaoim/numero16/Sastry.pdf). El proponente, también lo ha utilizado.



M – 9.- Un procedimiento elemental, pero laborioso es utilizar argumentos de geometría analítica, es decir, fijar los triángulos en un sistema de coordenadas, calcular las rectas que pasan por los vértices, etc. Os muestro una solución alternativa utilizando ángulos y el teorema del coseno. Etiquetamos los diferentes ángulos como se muestra en la figura (se aplica reiteradamente la semejanza de triángulos para hacerlo).

A partir de ahí, se sigue que $\angle B = \beta + \delta$, y que $\angle C = \alpha + \varepsilon$. Entonces, $\angle B + \angle C = (\alpha + \beta) + \delta + \varepsilon = 90º + \delta + \varepsilon > 90º$.

Por tanto, $\angle A < 90º$. Por la ley de los cosenos aplicada al triángulo ΔXYZ, se tiene que

$XZ^2 = 3^2 + 5^2 – 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos \gamma = 34 – 30 \cos \gamma$.

Como $\gamma = 180º – \beta$, entonces

$XZ^2 = 34 + 30 \cos \beta = 34 + 30\,(3/5) = 52$,

y entonces, $XZ = 2\sqrt{13}$
. De nuevo aplicando el teorema del coseno en ΔXYZ,

$YZ^2 = 5^2 = 52 + 3^2 – 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{13}$
$\cos \delta$,

por lo que $\cos \delta = 3/\sqrt{13}$
. De ahí, $\operatorname{sen} \delta = 2/\sqrt{13}$
, y por tanto,

$\cos B = \cos(\beta + \delta) = \cos \beta \cos \delta – \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \delta =$

$= (3/5)(3/\sqrt{13}$

) – (4/5)(2/$\sqrt{13}$
) = 1/(5/$\sqrt{13}$
) > 0.

Entonces, $\angle B < 90º$.

De forma análoga se puede comprobar que cos C = 23/(5$\sqrt{73}$
) > 0, y de ahí, $\angle C < 90º$, por lo que Δ*ABC* no es rectángulo.

M – 10.- Haciendo cálculos (no se detallan, dada su sencillez; un procedimiento es calcular las ecuaciones de las rectas de los tres lados, luego las coordenadas de los tres vértices, y acabar calculando el área del triángulo), comprobamos que la afirmación no es cierta.

Área del triángulo *ABC* = 1849/18 u^2 = 102,72 u^2
Área de la parte sombreada $2(3^2 + 4^2 + 5^2)$ = 100 u^2

M – 11.- Las soluciones de la ecuación son las raíces cuartas de – 1, que escrito en forma binómica compleja es $z = -1 + 0\,i$. El módulo de este número es 1, y el argumento 180º, es decir, π. Por ello las raíces cuartas serán de la forma

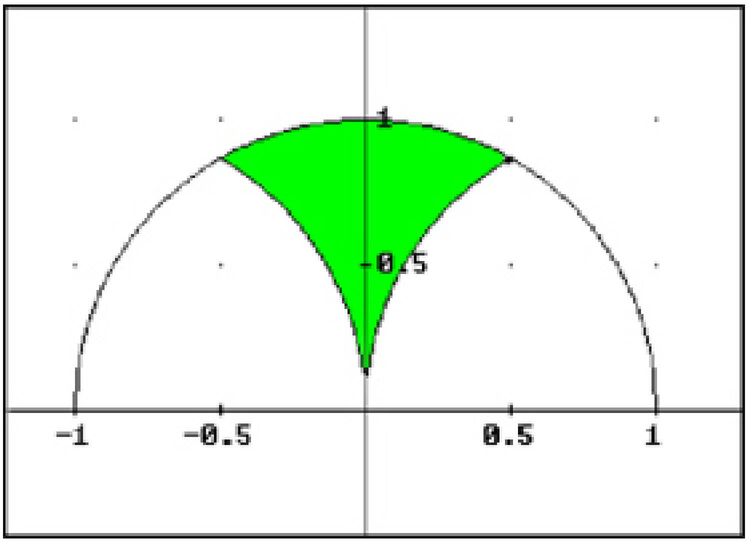
, con k = 0, 1, 2, 3. Las raíces cuartas pedidas serán entonces en forma polar, y en forma binómica:

$$1_{\frac{\pi}{4}i} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2},\ 1_{\frac{3\pi}{4}i} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2},\ 1_{\frac{5\pi}{4}i} = 1_{\frac{-3\pi}{4}i} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\,\frac{\sqrt{2}}{2},\ 1_{\frac{7\pi}{4}i} =$$

M – 12.- Obsérvese que en forma exponencial los anteriores números complejos son, respectivamente, $e^{\frac{\pi}{4}i}$, $e^{\frac{3\pi}{4}i}$, $e^{\frac{-3\pi}{4}i}$, $e^{\frac{-\pi}{4}i}$

. Por tanto sus logaritmos (neperianos o naturales, se entiende), al ser funciones inversas la exponencial y la logarítmica, serán sencillamente, $\frac{\pi}{4}i$, $\frac{3\pi}{4}i$, $\frac{-3\pi}{4}i$, $\frac{-\pi}{4}i$

. Su representación gráfica por tanto se encuentra sobre la recta vertical $x = 0$ (o sea todos los valores imaginarios, tal cual se encuentra la mente de la protagonista), mientras que las raíces de – 1 están formando un cuadrado.



M – 13.- Es conocido que la longitud de la circunferencia viene dada por $L = 2\pi r$, siendo r el radio de dicha circunferencia. Nos dicen que la moldura superior, una semicircunferencia, tiene por longitud π, luego $r = 1$. Podemos entonces modelizar la situación como se ve en la imagen, o sea, $x^2 + y^2 = 1$ la ecuación de la circunferencia de la que representamos su mitad superior, $(x - 1)^2 + y^2$

= 1 para el arco de centro (1, 0) y radio la unidad, y $(x + 1)^2 + y^2 = 1$, el simétrico desde el punto (– 1, 0). Se pide el área pintada en la gráfica de color verde. Teniendo las ecuaciones, lo más sencillo es calcular la superficie mediante cálculo integral. Para ello debemos hallar primero el punto de corte de los arcos con la semicircunferencia. De las dos primeras ecuaciones, se sigue sin más que despejar y^2, que

$(x – 1)^2 + 1 – x^2 = 1$,

o lo que es lo mismo, $(x – 1)^2 = x^2$. De ahí es sencillo obtener que $x = ½$. Como la situación es simétrica a izquierda y derecha del eje de ordenadas, el área será entonces

$$A = 2\left(\frac{\pi}{4} - \int_0^{1/2} \sqrt{1-(x-1)^2}\,dx - \int_{1/2}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx\right)$$

Obsérvese que (hay varios modos de expresarlo), fijándonos sólo en el primer cuadrante, se ha restado del área del círculo en dicho cuadrante, las superficies encerradas por los respectivos arcos de circunferencia (que también es fácil comprobar que son idénticos por simetría). El área es por tanto $A = \frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$

 0.3424266281.....

NOTA: Algunos participantes han considerado como arco superior (el de longitud π) **sólo la parte correspondiente al intervalo [– 0.5, 0.5] del dibujo. En ese caso, el radio resulta *r* = 3, y el área 3.08184 aproximadamente. Revisado el enunciado original, en efecto puede no quedar claro el arco al que se refiere, y como todos han razonado convenientemente, se ha tomado la solución salomónica de considerar correctas ambas soluciones.**

M – 14.- Es conocido el truco para elevar al cuadrado un número de dos cifras terminado en 5: se tomar la cifra de las decenas, se multiplica por su consecutivo en el orden natural, y se le pega el número 25 a continuación. Por ejemplo, 35^2 sería (3 x 4 = 12), 1225. La razón de que esto suceda, es clara:

$(10\,a + 5)^2 = 100\,a^2 + 2 \cdot 5 \cdot 10\,a + 25 = 100\,(a^2 + a) + 25 = 100\,a(a+1) + 25$

Ahora bien, ¿es cierto para números de mas de dos cifras? Si uno experimenta con algunos ejemplos, comprobará que parece que también se cumple. La demostración general no es tan evidente, pero el magnífico nivel de los concursantes nos ha aportado varias. A continuación la facilitada por María José Fuente:

$$\begin{aligned} a_n \cdots a_1 5^2 &= (a_n \cdots a_1 0 + 5)^2 = (a_n \cdots a_1 \cdot 10 + 5)^2 = a_n \cdots a_1{}^2 \cdot 10^2 + 2 \cdot a_n \cdots a_1 \cdot 10 \cdot 5 \\ &= a_n \cdots a_1 \cdot 10^2 \cdot (a_n \cdots a_1 + 1) + 25 = \underbrace{a_n \cdots a_1 \cdot (a_n \cdots a_1 + 1) \cdot 10^2}_{\text{Número acabado en 00}} + 25 \end{aligned}$$

La razón por la que no se utiliza para números de más de dos cifras es porque ya no es tan sencillo hacer la multiplicación mentalmente, y casi es igual hacer la multiplicación original.

M – 15.- El año de la película. Se dice que tiene el mismo número de factores primos que el año presente, o sea que 2014. Como $2014 = 1 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 53$, resulta que el año en cuestión tiene cuatro factores primos (tres si prescindimos del trivial 1). La fecha oficial de nacimiento del cine es 1898. Si factorizamos todos los años desde 1898 a 2014, sólo tienen tres factores los años 1898, 1902, 1905, 1910, 1918, 1930, 1947, 1955, 1958, 1965, 1970, 1978, 1986, 1990, 2001, 2006, 2013, 2014.

De la información que se va extrayendo del texto y de resolver las demás cuestiones (las de cine fundamentalmente: película de cine negro, a blanco y negro, quizá habiendo averiguado también la actriz principal (Joan Crawford), etc.) se deduce que (no es muy matemático, pero recuérdese que este concurso trata de aunar cine y matemáticas) se refiere a **1947**.

M – 16.- Supongamos que existan dos números M y N tales que

$N = 1.8\,M + 32$,   [1]

donde los dígitos de ambos son $M = a_1 a_2 a_3 \ldots a_n$, y $N = a_n \ldots a_2 a_1$. En primer lugar, $a_n \neq 0$, porque en caso contrario, $N < M$. Esto obliga además a que, por la igualdad anterior, 5 sea divisor de M, por lo que $a_n = 5$.

Como $N \equiv a_1 \mod 10$, y

$N = 1.8M + 32 \equiv 1.8\,(10\,a_{n-1} + 5) + 32 \mod 10$
$\equiv 8\,a_{n-1} + 1 \mod 10$

entonces a_1 debe ser impar. Teniendo en cuenta los primeros dígitos de N y M, se sigue que $a_1 = 3$. Entonces, $8a_{n-1} + 1 \equiv 3 \mod 10$, y de ahí, a_{n-1} debe ser 4 o 9.

Si $a_{n-1} = 4$, considerando los dos prímeros dígitos de N y M, por [1], $a_2 = 0$. Eso nos lleva a que $N \equiv 3 \mod 100$, mientras que

$$N = 1.8M + 32 \equiv 1.8\,(100\, a_{n-2} + 45) + 32 \mod 100$$

$$\equiv 8\, a_{n-2} + 113 \mod 100,$$

de donde

$$80\, a_{n-2} + 110 \equiv 0 \mod 100,$$

o dicho de otro modo, 10 divide a $8\, a_{n-2} + 11$, lo cual es imposible porque los múltiplos de 8 siempre acaban en 0, 2, 4, 6 u 8, que al sumarlos 11, nunca pueden ser divisibles por 10.

Si $a_{n-1} = 9$, $N \equiv 10\, a_2 + 3 \mod 100$, y

$N = 1.8\ M + 32 \equiv 1.8\ (100\ a_{n-2} + 95) + 32 \mod 100$
$\equiv 80\ a_{n-2} + 203 \mod 100,$

y por [1],

$a_2 \equiv 8\ a_{n-2} \mod 10$ [2]

por lo que, por [1], a_2 debe ser par. Teniendo en cuenta que los dos dígitos de *N* son 59 y de *M*, 3 a_2 entonces, $a_2 = 2$.

Echemos finalmente un vistazo a a_{n-2}. Considerando los dos primeros dígitos de *M* (32), y los tres primeros dígitos de *N* (59 a_{n-2}), se tiene por [1] que $a_{n-2} \leq 3$.

Por [2], entonces $8\ a_{n-2} \equiv 2 \mod 10$, y entonces a_{n-2} tiene que ser o 4 o 9, lo cual es absurdo.

En conclusión, no existen dos temperaturas *N* y *M* que satisfagan las condiciones indicadas.

M – 17.- Sean *x* la edad del hombre e *y* la de la chica. Se dice por un lado que $x - 5 = 2\ (y -$

5). Es decir que $x = 2y - 5$. Tras plantear todas las posibilidades de números de dos cifras cuya suma en binario sea la unidad, se llega a que la única posibilidad de que las edades concuerden con los datos, es que $x + y = 55$, en cuyo caso las edades son $x =$ **35**, $y =$ **20**. No hace falta para nada el dato adicional, y si se considera, sólo en uno de los casos posibles se llega a una solución. Además de seguir "desquiciando" al personal, tal y como está la protagonista, se trataba únicamente de dar alguna pista más sobre la película (el protagonista toca el piano).

M – 18.- $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Tiene exactamente 12 divisores distintos [1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60] (aprovéchese para repasar la fórmula que da el número de divisores de un número). De ellos, seis son menores que 7. Por tanto la probabilidad de la que se habla es 6/12, es decir, ½. El comentario de que lo sabría un niño de primaria se refiere a que es de perogrullo que la protagonista tiene ½ de posibilidades de acertar o no acertar.

Respuestas a las cuestiones relacionadas (más o menos) con el cine:

C – 1.- A *A* no le agrada *S*, esencialmente por ser un valor negativo, aunque tiene más que ver con la película que S_2 porque la protagonista es también un personaje bastante negativo.

Uno de los concursantes, Emilio Díaz, además aporta un apunte que no esperaba que lo descubrieran, que tiene más relación con el apartado de matemáticas: La relación de la suma *S* con la película es debida a que el valor absoluto del número negativo 2029105 es el 2014-ésimo número triangular (recordemos que estamos en el año 2014). Recordemos que un número triangular es un número de la forma

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Sustituyendo $n = 2014$ obtenemos el valor absoluto de $S = 2029105$, el número triangular de lado 2014. Y los triángulos tienen que ver con la película debido a las relaciones entre los personajes. También algunos concursantes han apreciado que, de algún modo, el número de las habitaciones del hospital donde ingresa la protagonista, 295 y 150, están de algún modo incluidos en el valor de esa suma.

C – 2.- Se refiere al rol de mujer fatal frecuente en las películas de cine negro. En esta película, el protagonista masculino puede considerarse un "hombre fatal".

C – 3.- Trabaja en el diseño de vigas moldeadas.

C – 4.- David, el protagonista, es ingeniero industrial.

C – 5.- Triángulos básicos hay tres (eso ya sería un cuarto triángulo): Louise (la protagonista), Pauline (la esposa enferma que cuida) y Dean (marido de Pauline); Louise, Dean y David; Louise, Caroline (hija de Dean) y David. Si nos atenemos a todo tipo de triángulos, no sólo los sentimentales, en la puesta en escena hay numerosos momentos en que aparecen tres personajes: en el hospital atienden dos médicos a Louise, Louise y los dos hijos de Dean (hijastros al casarse con Dean), etc.

C – 6.- Se refiere al psicoanálisis y Freud. Son muchas las películas que en Hollywood abordaron este asunto. Algunos ejemplos son: ***Freud, pasión secreta*** (*Freud, the Secret Pasión*, John Huston, 1962), varias de Alfred Hitchcock (***Rebeca***, ***Recuerda***, ***Psicosis***, ***Vértigo***, ***Marnie la ladrona***,....), ***La escalera de caracol*** y ***A través del espejo***, ambas de Robert Siodmak; las versiones de Dr. Jekyll y Mr. Hyde con el tema del desdoblamiento de la personalidad, etc. Y fuera de Hollywood el tema también ha tenido diversas incursiones: películas de Luis Buñuel, Ingmar Bergman, Krzysztof Kieslowski, Woody Allen, etc. Hasta Pedro Almodóvar con sus ***Tacones Lejanos*** podría adherirse a la lista.

C – 7.- Evidentemente se está hablando del **cine negro**. Alguna otra característica no citada suele ser la narración desde el punto de vista totalmente subjetivo de algún personaje, la intercalación de *flashbacks*, el uso de la violencia, lenguaje elíptico y metafórico donde se describe la escena caracterizado por una iluminación tenebrosa en claroscuro, escenas nocturnas con humedad en el ambiente, se juega con el uso de sombras para exaltar la psicología de los personajes, etc.

Directores de cine negro: Robert Siodmak, los comienzos de Billy Wilder, Curtis Bernhardt, Fritz Lang, John Huston (algunos consideran ***El halcón maltés***, 1941, como la primera película de *film noir*, aunque personalmente creo que el género ya es distinguible desde principios de los años 30), etc.

C – 8.- La película del jeroglífico es ***Psicosis***. (letra griega *Psi* – definición del coseno *cos* – otra vez psi al revés, o sea isp, quitando la p, *is*. Total: *Psicosis*).

C – 9.- Películas diferentes con el mismo título en castellano: ***Tres mujeres***.- hay una de Ingmar Bergman de 1952, y otra de Robert Altman de 1977. Otro ejemplo más reciente es el de ***Más allá de los sueños*** (*Bedtimes Stories*, Adam Shankman, EE. UU., 2008) y ***Más allá de los sueños*** (What Dreams May Come, Vincent Ward, EE. UU., 1998). Y hay muchos más, ***Cruce de caminos***, i

Por fin solos
!,
Crash
, etc.

C – 10.- Joan Crawford, según he leído, es la única actriz que protagoniza dos películas distintas con el mismo título (ojo, en inglés): ***Possesed*** , dirigida por Clarence Brown en 1936 (en España se tituló ***Amor en venta***), y la que nos ocupa dirigida por Curtis Bernhardt en 1947 (que aquí se tituló ***Amor que mata*** ; se ve que querían que nos quisiéramos mucho). Si en el conjunto inicial colocamos la etiqueta "películas" o "año de producción", y en el conjunto final "títulos", se trata de una aplicación porque cada imagen tiene al menos un origen. No sería inyectiva, porque películas distintas tienen el mismo título, pero sí sería aplicación. Obviamente no lo es si los conjuntos se intercambian.

C – 11.- A Canadá marcha David Sutton, a la fábrica que tiene Dean Graham, y que le viene de perlas para deshacerse de Louise. Ésta, por supuesto, quedará despechada, aunque no se olvidará de él.

C – 12.- El aparato de la imagen no es un termómetro, sino un *tensiómetro* (también se da por válido *Esfigmomanómetro*). En la medida de la tensión arterial (TA) se dan dos valores, la tensión sistólica (máxima o alta), y la tensión diastólica (mínima o baja).

Se suelen expresar en milímetros de mercurio (mmHg), separadas por un guión. Por ejemplo 140 – 90 mmHg. o una barra 140/90. Sin embargo no es infrecuente escuchar a médicos y pacientes utilizar medidas en centímetros de mercurio en lugar de en milímetros. En ese caso, la cifra anterior debe dividirse por 10, por lo que la TA anterior sería 14 – 9 o 14/9. En la película, la versión doblada lo expresa de este último modo, mientras que en la versión original lo hace en mmHg.

C – 13.- Hay varios momentos en los que el protagonista David Sutton menciona las matemáticas o cifras diversas. Por ejemplo cuando bromea con Wynn, el hijo menor de Dean: "*la última vez que te vi aún no te afeitabas*". El chico no se entera de qué le habla, y David replica, "*Es matemáticamente imposible gastarle una broma a un niño de su edad*". A este respecto se podía haber pensado alguna cuestión sobre el humor en los matemáticos. O en otros momentos, cuando la cámara nos lleva por los pasillos del hospital, se podía pensar en algo relacionado con distancias, perspectivas desde la camilla, etc., o estimar el número de libros de la biblioteca de Dean, o tiempo en lancha desde donde vive David a la casa de Dean, o en la escena en la que Louise prepara unas bebidas mientras David explica un experimento sobre sedimentos petrolíferos: "*hice una prueba con 1000 barriles de crudo, y recorrieron 4 Km. en 1 hora*".

C – 14.- Se refiere a la famosa cuestión de las edades de las hijas de una lechera vecina de otra que quiere saber las edades de las hijas de la primera. El producto de las edades es 36, y como la segunda lechera dice que falta un dato, la primera le apunta que "*la hija mayor toca el piano*".

C – 15.- Como algunos concursantes han apuntado, esta cuestión es tan delirante como la

protagonista (era otra pista para tratar de averiguar la película). Además previamente se menciona la relación de *A* y *B* con otra película, *Psicosis*. Todo ello trataba de desembocar, (incluido lo de que en caso de que se atentara contra la integridad de *A*, también acabaría con *B*), en que *A* y *B* son la misma persona.
Es decir, yo mismo me reúno con mi parte perversa para idear las cuestiones del concurso (como cuando pienso en poner las preguntas de un examen). Quizá hubiera sido más claro mencionar a Jekyll y Mr. Hyde, pero no era del todo exacto porque éstos no conviven nunca, mientras que *A* y *B* sí.

C – 16.- De todo lo dicho anteriormente se deduce que se trata de ***Amor que mata*** (*Possessed*, Curtis Bernhardt, EE. UU., 1947).

Antes de pasar a la puntuación obtenida por los concursantes no me resisto a compartir algunas cuestiones sobre la película sugeridas por algunos de ellos. Concretamente, Alejandro Azpeteguía nos propone las siguientes (elijo sólo algunas de las muchas que ha propuesto):


STEEL
TAPES
PAIRED
ARPENING
FILING


intel
pentium III
2

[illegible]