## 1. Introducción

Este es el segundo artículo de la serie *Otras armonías son posibles*. La serie investiga la existencia de otros sistemas armónicos diferentes del tonal. Lo hacemos de la mano de un libro de notable factura, *Other harmony (beyond tonal and atonal)* [Joh14a], escrito por el compositor Tom Johnson. En el primer artículo de la serie [Góm15] nos volcamos en la armonía tonal, de la que dimos una visión breve y concisa, así como de diversas formas de visualización de la armonía a través de técnicas matemáticas (algunas de estas técnicas reaparecerán más tarde, especialmente las que se encuentran en la obra de Tymoczko [Tym11, Tym15]). En el presente artículo examinaremos la armonía atonal. Como ya advertimos en la introducción del primer artículo, por armonía atonal nos referiremos a la armonía que rechaza las jerarquías tonales y la prominencia de un tono particular, pero que todavía usa el concepto de tono. En esencia, estamos hablando del dodecafonismo. En el libro de Johnson las armonías no tonales distintas del dodecafonismo se llaman *Otras Armonías* (de nuevo, así, en mayúscula). Ya que esta serie constituye una recensión de esta obra de Johnson, adoptaremos tal terminología.

## 2. Armonía atonal

El atonalismo dodecafónico es un sistema de composición concebido por Arnold Schoenberg (1874-1951) en que ningún grado de la escala cromático posee ningún énfasis armónico especial. En particular, Schoenberg exige en su sistema que se establezca un orden fijo de aparición de las notas, el cual se repite a lo largo de la obra, para así asegurar que todas las notas tienen igual importancia. Esta es una manera de destruir la tonalidad imperante durante los siglos anteriores, durante la práctica común. En efecto, donde antes la armonía tonal establecía una jerarquía entre los tonos, tal jerarquía desaparece ahora al dotar a todos los grados de la escala de igual importancia; donde antes había una teoría de la consonancia que clasificaba los acordes, ahora tal clasificación se desvanece por pura falta de contexto; donde antes había unas reglas contrapuntísticas bien definidas, ahora tales reglas carecen de sentido;

donde antes podíamos hablar de polos tonales, ahora estamos en presencia de un *perpetuum mobile*
tonal, sin implicaciones jerárquicas, regido por un estricto orden de aparición. Este sistema compositivo dio lugar a la Segunda Escuela de Viena, cuyos miembros más destacados fueron Alban Berg, Anton Webern, Hanns Eisler y el propio Schoenberg; véase [
Nei97
] para más información.

La técnica compositiva de Schoenberg se basa en el concepto de secuencia de tonos, que no es más que una ordenación de los doce tonos de la escala cromática. Para definir esa secuencia de tonos, se establecen las siguientes cuatro condiciones:

1. La secuencia de tonos se da en un orden fijo, que ha de mantenerse durante la obra. Los tonos pueden aparecer en cualquier octava.
2. No puede haber repeticiones de tonos en la secuencia.
3. La secuencia de tonos puede someterse a transformaciones que dejen invariante el contenido interválico, esto es, las distancias entre las notas medidas en semitonos (esto se explica desde un punto de vista geométrico con más detalle más adelante). Las transformaciones que dejan intacto el contenido interválico son la retrogradación (invertir el orden de la secuencia de tonos), la inversión (cambiar la dirección de los intervalos), la retrogradación de la inversión (la combinación de las dos anteriores) y cualquier combinación de las anteriores.
4. Dada una transformación de una secuencia de tonos, esta puede empezar en cualquiera de sus notas.

Pondremos algunos ejemplos (tomados de [ Wik15 ]). Si la secuencia de tonos inicial es

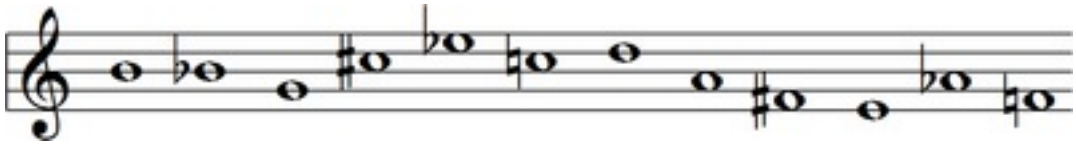


**Figura 1: Secuencia de tonos inicial (tomada de [ Wik15 ]).**

Si tomamos las distancias entre las notas consecutivas de la secuencia, medida en semitonos, tenemos que es (-1,-3,+6,+2,-3,+2,-5,-3,-2,+4,-3); se ha indicado la dirección del movimiento melódico con un signo más o menos. La secuencia puesta en retrogradación es

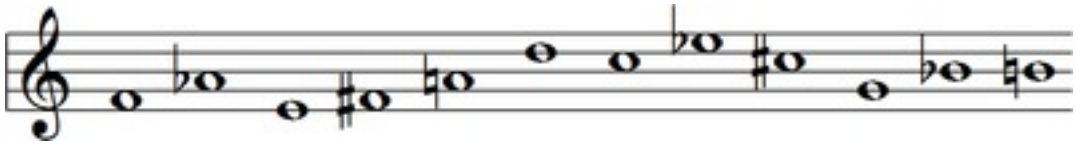


**Figura 2: Secuencia de tonos en retrogradación (tomada de [Wik15]).**

La secuencia de distancias es ahora (+3,-4,+2,+3,+5,-2,+3,-2,-6,+3,+1), que no es más que la secuencia original leída de derecha a izquierda. Obsérvese que como consecuencia de invertir el orden, también se intercambia la dirección melódica (y los signos + y -). La secuencia invertida es

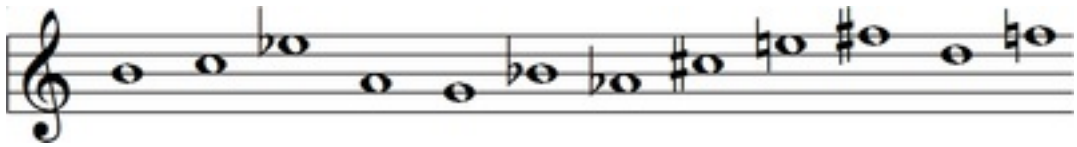


**Figura 3: Secuencia de tonos invertida (tomada de [Wik15]).**

La secuencia de distancias es (+1,+3,-6,-2,+3,-2,+5,+3,+2,-4,+3), obtenida intercambiando + por - y viceversa en la secuencia original. Por último, la retrogradación de la secuencia invertida es

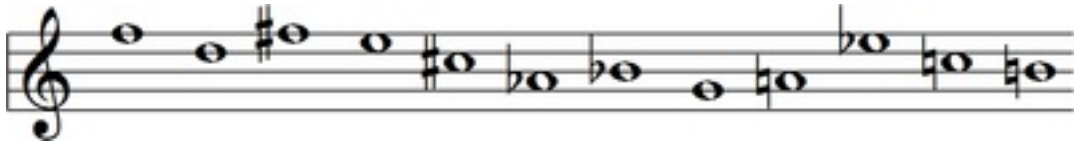


**Figura 4: Secuencia de tonos en retrogradación e invertida (tomada de [Wik15]).**

Finalmente, la secuencia de distancia es (-3,+4,-2,-3,-5,+2,-3,+2,+6,-3,-1).

En la figura de abajo tenemos un fragmento del quinteto para viento opus 26 de Schoenberg donde él mismo anotó las notas de la secuencia de tonos.

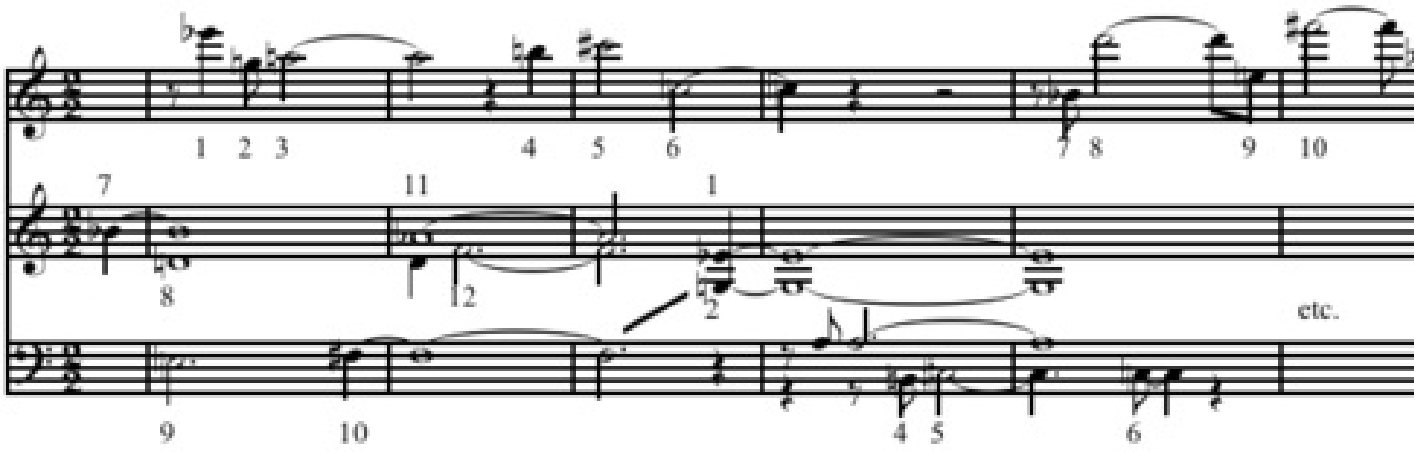



**Figura 5: Fragmento del quinteto para viento, opus 26 (tomada de [Wik15]).**

Como puede verse en el ejemplo anterior, la instrumentación, ritmo, textura y otros parámetros musicales no se someten a ningún orden particular; el compositor tiene total libertad para manipularlos. Posteriormente, otros compositores sistematizaron la elección de esos parámetros musicales también, lo que dio lugar a una música más formalizada.

El libro de Johnson proporciona un ejemplo muy ilustrativo de secuencia de tonos (quien a su vez lo toma del libro de Mazzola [ Maz02 ] *The Topos of Music*); véase la figura 6.

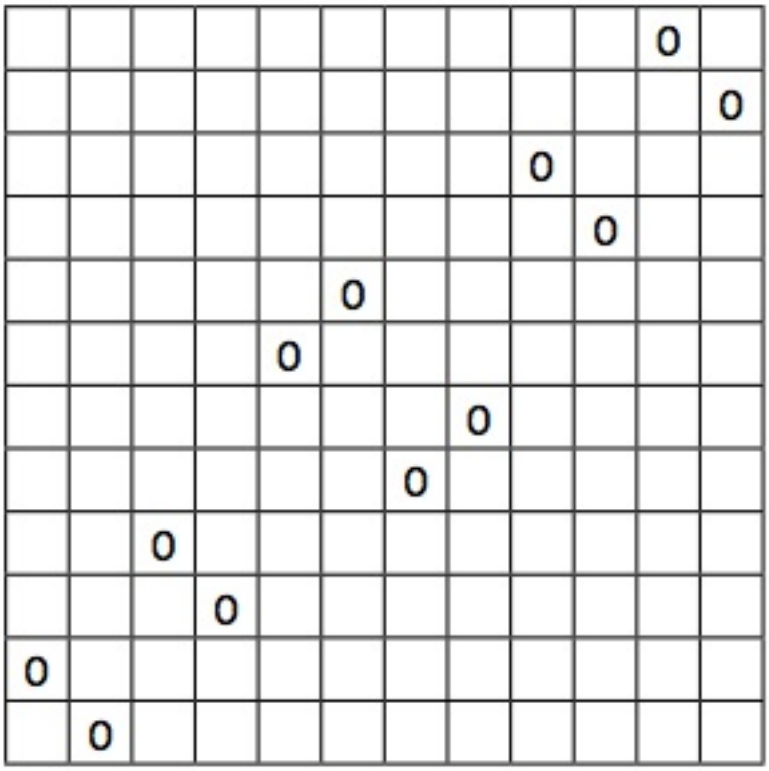


**Figura 6: Matriz de alturas de sonido del cuarteto para cuerda, opus 28, de Webern. (figura tomada de [ Joh14b ]).**

Suponiendo que la fila uno es do, la fila dos, do, y así sucesivamente, cuando la matriz se lee horizontalmente, se obtiene la secuencia de tonos (escrita en notas y grados de la escala):

(do, do, re, re, fa, sol, mi, fa, la, la, si, si)

(1, 0, 3, 2, 6, 7, 4, 5, 9, 8, 11, 10)

Además, la matriz refleja clara y elegantemente la simetría que hay en la secuencia, donde se ve que la segunda mitad es la retrogradación de la inversión de la primera mitad. En efecto, la secuencia de distancias para la segunda mitad es (+1,+4,-1,+3,-1) (empezando en la nota mi), y cuando hacemos la retrogradación de la inversión obtenemos la secuencia (-1,+3,-1,+4,+1), que es la correspondiente a la primera mitad.

Johnson, quien está francamente bien informado de las matemáticas que se han aplicado a la música, pone otro ejemplo notable, el de Jedrzejewski, quien en su *Mathematical Theory of Music* [ Jed06 ] clasifica los 9.979.200 posibles secuencias de tonos a exactamente 554 a través de la teoría de nodos, una conexión sorprendente y profunda entre matemáticas y música. En la figura 7 vemos la interpretación geométrica que permitió a Jedrzejewski construir esa clasificación. Tomando como secuencia de tonos la secuencia del cuarteto de Webern de más arriba, el nudo que aparece en la figura se construye poniendo sobre un círculo de 12 puntos equiespaciados la secuencia de tonos (1,0,3,2,6,7,4,5,9,8,11,10) y a continuación uniendo aquellos tonos cuya distancia es un tritono.

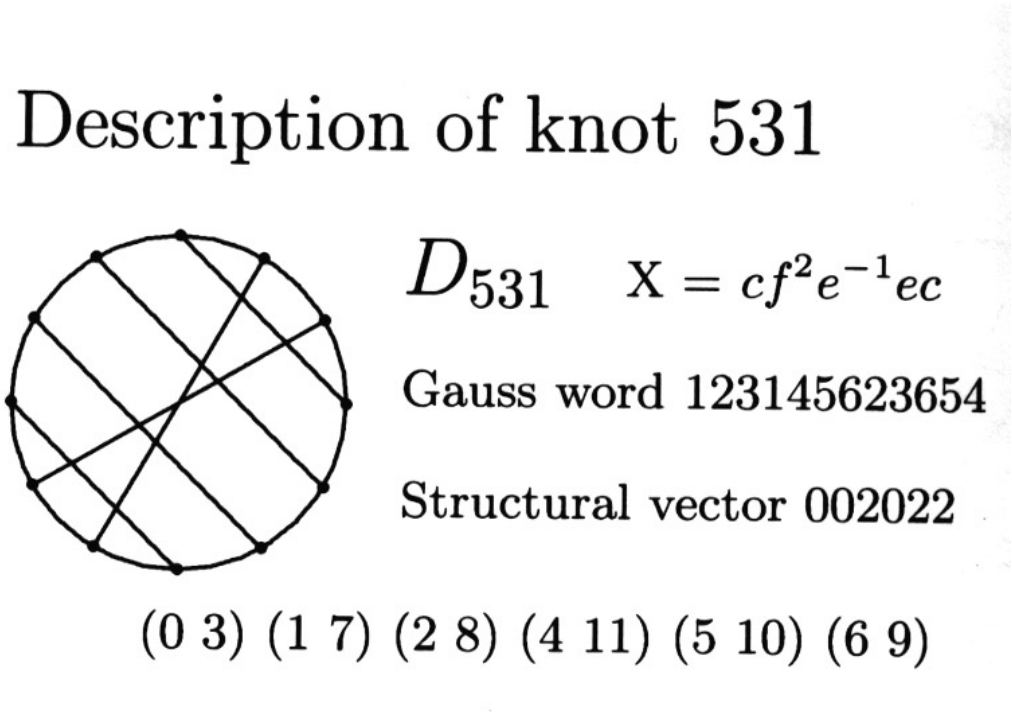



**Figura 7: Clasificación de la secuencia del cuarteto de cuerda de Webern según el método de Jedrzejewski (figura tomada de [ Joh14b ]).**

El dodecafonismo ha sido estudiado profunda y extensamente. Por ejemplo, Simms [ Sim00 ] constituye un buen estudio de la música del propio Schoenber y el reciente libro [

For14
] de Forte, un excelente tratado de la música de Webern, otro importante músico seguidor de esta corriente estética y musical. Para un tratado del contrapunto en la música atonal, véase el libro de Funicelli [
Fun09
]. Los libros de Allen [
For77
] y Tymoczko [
Tym11
] son muy recomendables para el lector interesado.

## 3. La nomenclatura de acordes de Allen Forte

Johnson también glosa para el lector otra nomenclatura de acordes, la de Allen Forte. En su libro *The Structure of Atonal Music* [ For77 ] Forte ofrece una clasificación de los acordes de mucho más profunda y sistemática que las clasificaciones dadas hasta el momento. La clasificación de Forte se basa en dos ideas principales: primero, clasificar los acordes según las distancias entre sus notas o *contenido interválico*; segundo, considera que dos acordes son iguales si uno se puede transformar en el otro a través de *movimientos rígidos*, esto es, movimientos que dejen invariante el contenido interválico.

Explicaremos con un poco más de detalle la clasificación de Forte. Seguiremos, con permiso del lector, la exposición que hicimos en un artículo anterior de mayo de 2010 (véase [ Góm10 ]). Supongamos que ponemos las notas de una secuencia de notas (en principio, de cualquier longitud) sobre el círculo cromático. El contenido interválico depende solo de la distancia entre los puntos del círculo. Los movimientos rígidos son aquellos que preservan las distancias entre pares de puntos y, por tanto, preservarán el contenido interválico. Esos movimientos son los giros, las simetrías respecto a un diámetro y las simetrías seguidas por giros. Pongamos un ejemplo; consideremos el conjunto A = {0,3,4,7,9}. Si lo giramos 4 posiciones obtenemos $T_4$(A) = {1,4,7,8,11}. Si le aplicamos una simetría S respecto al diámetro que pasa por 0, resulta el conjunto S(A) = {0,3,5,8,9}. Por último, la composición de ambas operaciones da S($T_4$(A)) = {0,1,4,7,9}; véase la figura 8.

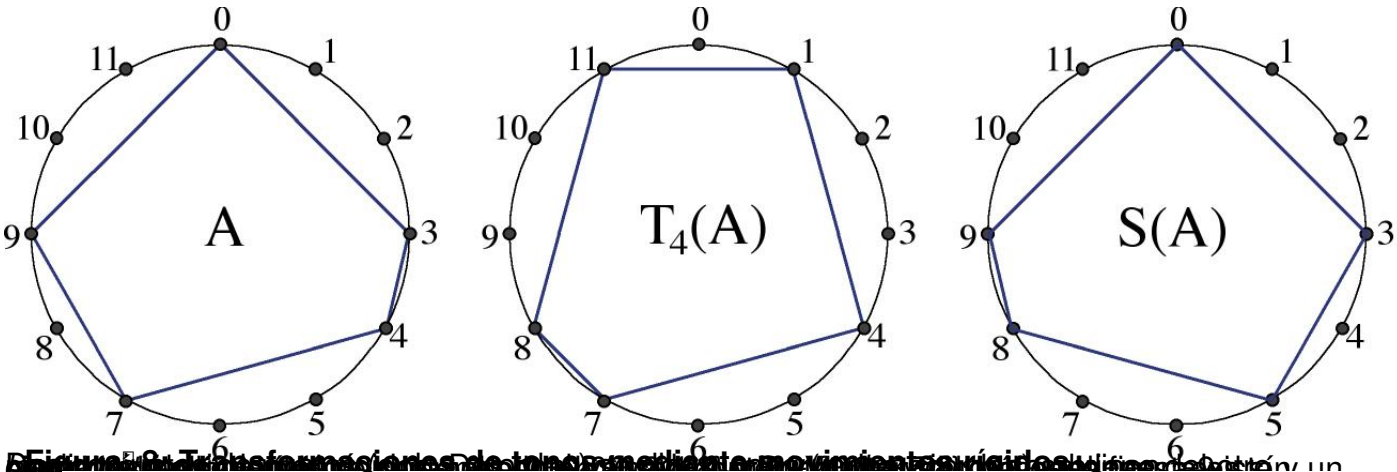



**Figura 9: Transformaciones de interés musical**

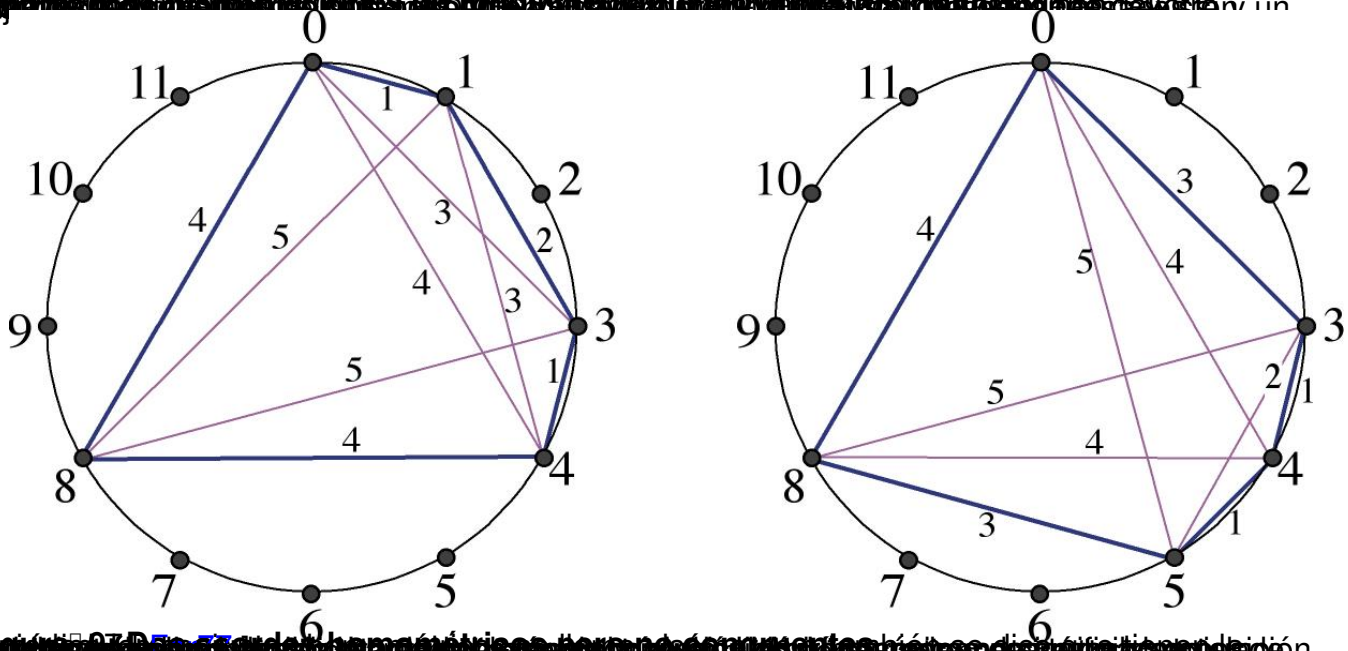


**Figura 10: Transposición de un acorde**

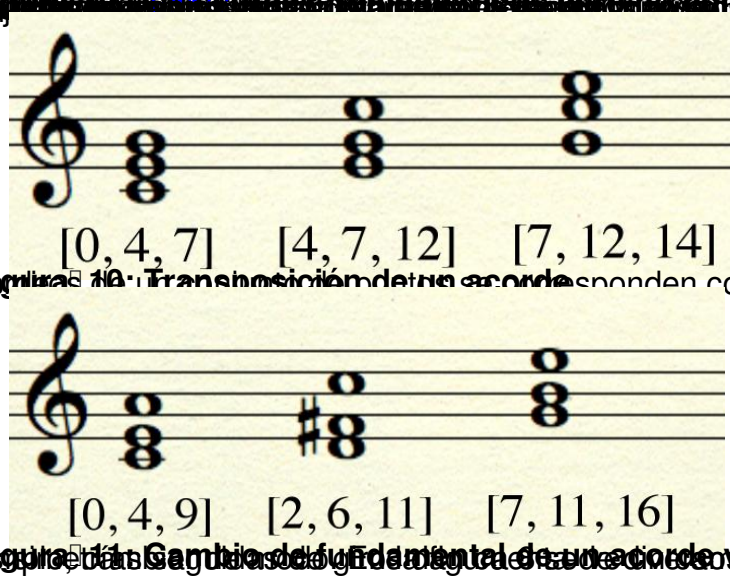



**Figura 11: Cambio de fundamental de un acorde vía transposición**

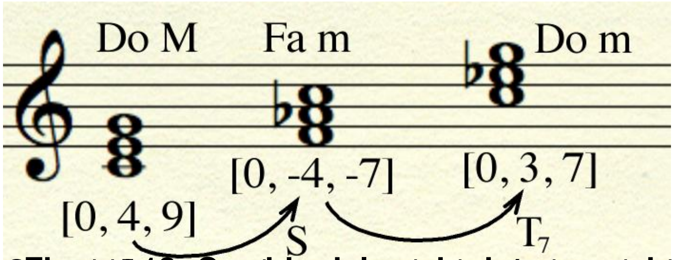



**Figura 12: Cambio del modo de un acorde vía la simetría**

... acorde séptima de sensible:

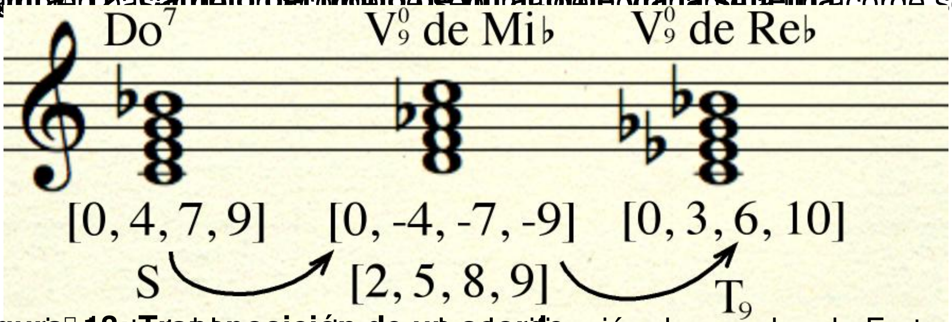
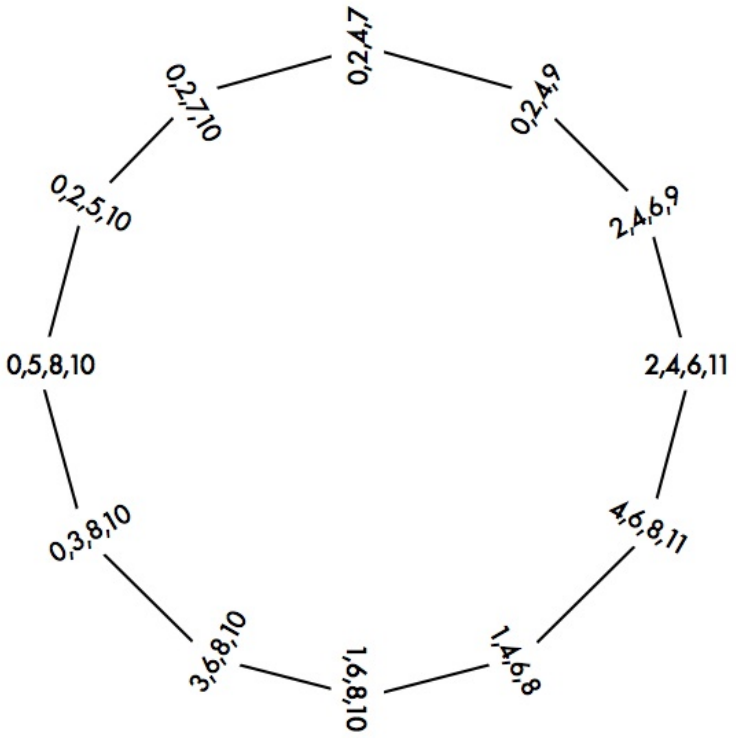



**Figura 13: Transposición de un acorde**

... ación de acordes de Forte:

| | | |
|---|---|---|
| Forte 4-1 | (12) | 0,1,2,3 |
| Forte 4-2 | | 0,1,2,4 |
| Forte 4-3 | (12) | 0,1,3,4 |
| Forte 4-4 | | 0,1,2,5 |
| Forte 4-5 | | 0,1,2,6 |
| Forte 4-6 | (12) | 0,1,2,7 |
| Forte 4-7 | (12) | 0,1,4,5 |
| Forte 4-8 | (12) | 0,1,5,6 |
| Forte 4-9 | (6) | 0,1,6,7 |
| Forte 4-10 | (12) | 0,2,3,5 |
| Forte 4-11 | | 0,1,3,5 |
| Forte 4-12 | | 0,2,3,6 |
| Forte 4-13 | | 0,1,3,6 |
| Forte 4-14 | | 0,2,3,7 |
| Forte 4-Z15 | | 0,1,4,6 |
| Forte 4-16 | | 0,1,5,7 |
| Forte 4-17 | (12) | 0,3,4,7 |
| Forte 4-18 | | 0,1,4,7 |
| Forte 4-19 | | 0,1,4,8 |
| Forte 4-20 | (12) | 0,1,5,8 |
| Forte 4-21 | (12) | 0,2,4,6 |
| Forte 4-22 | | 0,2,4,7 |
| Forte 4-23 | (12) | 0,2,5,7 |
| Forte 4-24 | (12) | 0,2,4,8 |
| Forte 4-25 | (6) | 0,2,6,8 |
| Forte 4-26 | (12) | 0,3,5,8 |
| Forte 4-27 | | 0,2,5,8 |
| Forte 4-28 | (3) | 0,3,6,9 |
| Forte 4-Z29 | | 0,1,3,7 |



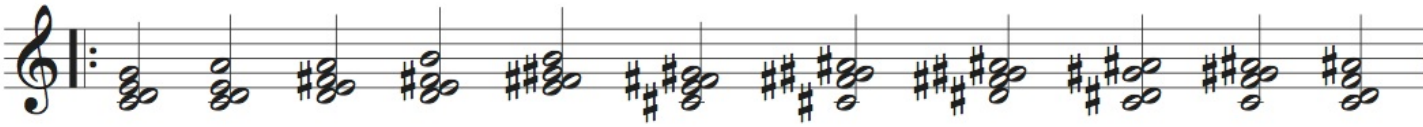
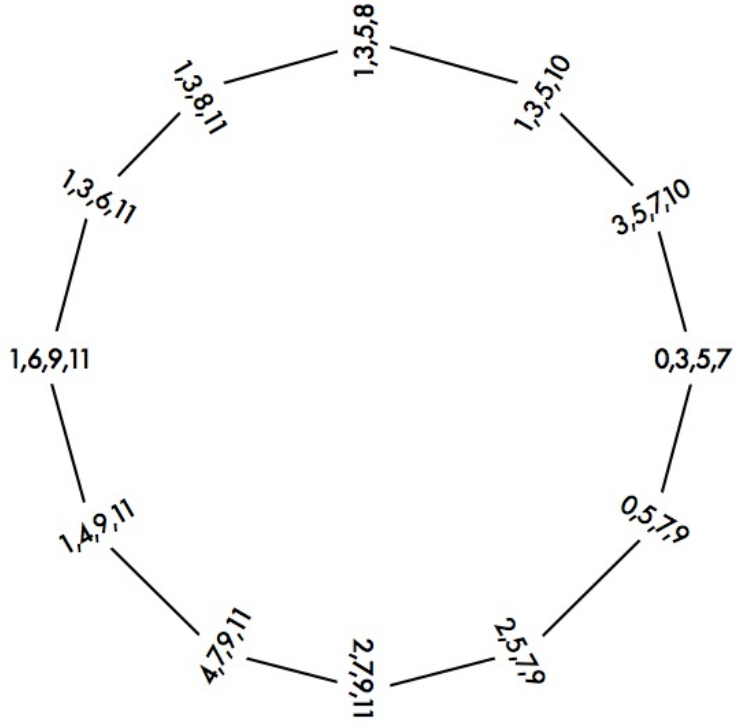



**Figura 15: Primer ciclo de acordes derivados de Forte 4-22 (figura tomada de [Joh14b**



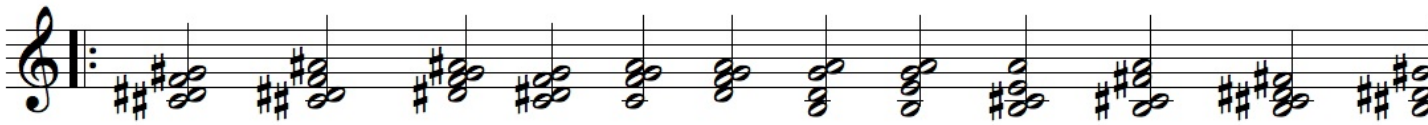


**Figura 16: Segundo ciclo de acordes derivados de Forte 4-22 (figura tomada de [Lo11]).**