

ABC, 9 de Marzo de 2020

CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas

Urtzi Buijs y Miriam González

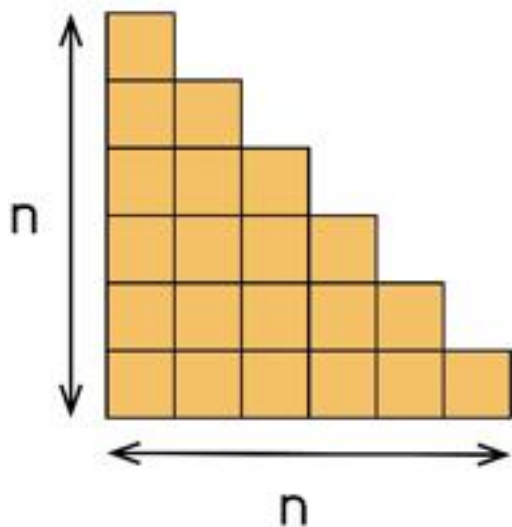
El matemático Urtzi Buijs y la ingeniera Miriam González demuestran cómo se pueden sumar números cuadrados con sencillas figuras



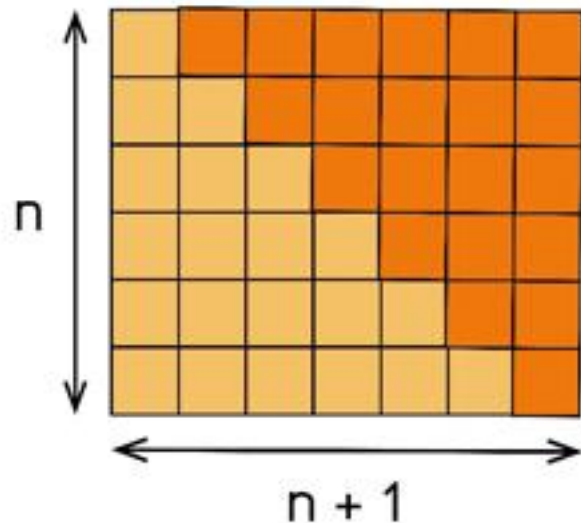
En un [artículo reciente](#) del «ABCdario de las matemáticas» hablábamos de «La sociedad secreta de Pitágoras y el "superpoder" de los números figurados». Explicábamos **cómo obtener el resultado de algunas sumas complejas** solo observando un dibujo, sin necesidad de coger el boli y hacer sesudas operaciones. También contábamos la anécdota (probablemente apócrifa) de un jovencísimo Gauss sorprendiendo a su maestro de aritmética sumando $1+2+3+\dots+100=5050$. Este resultado puede calcularse con la fórmula $1+2+\dots+n= n(n+1)/2$ para el valor $n=50$, pero también se

deduce de un solo vistazo a la figura adjunta:

$$1+2+3+\dots+n = ?$$

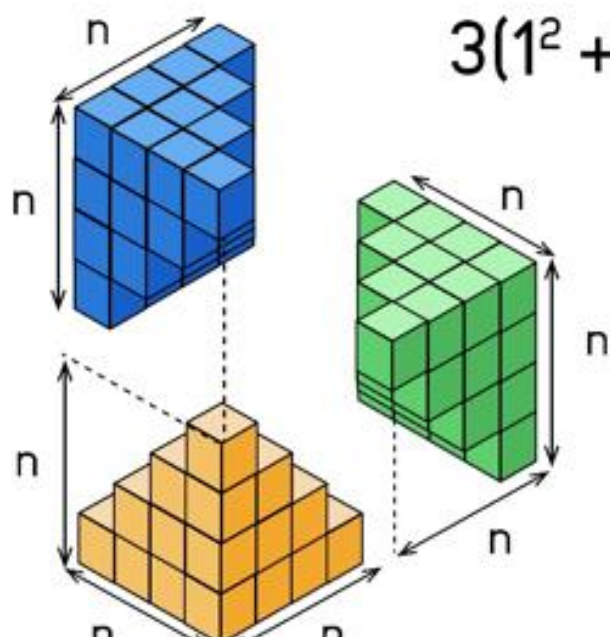


$$2 (1+2+3+\dots+n) = n (n+1)$$



Pero en el artículo citado dejábamos en el tintero una pregunta, ¿puede alguna mente privilegiada realizar una hazaña mayor y con un argumento visual sumar los primeros números cuadrados: $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$? ¡Vamos convencer al lector de que esto puede hacerse! Y además sin apenas pestañear.

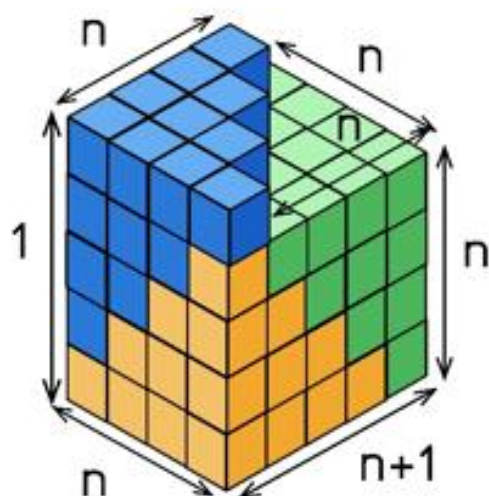
Consideremos para este problema pequeños cubitos como unidad. Queremos sumar los siguientes cubitos:



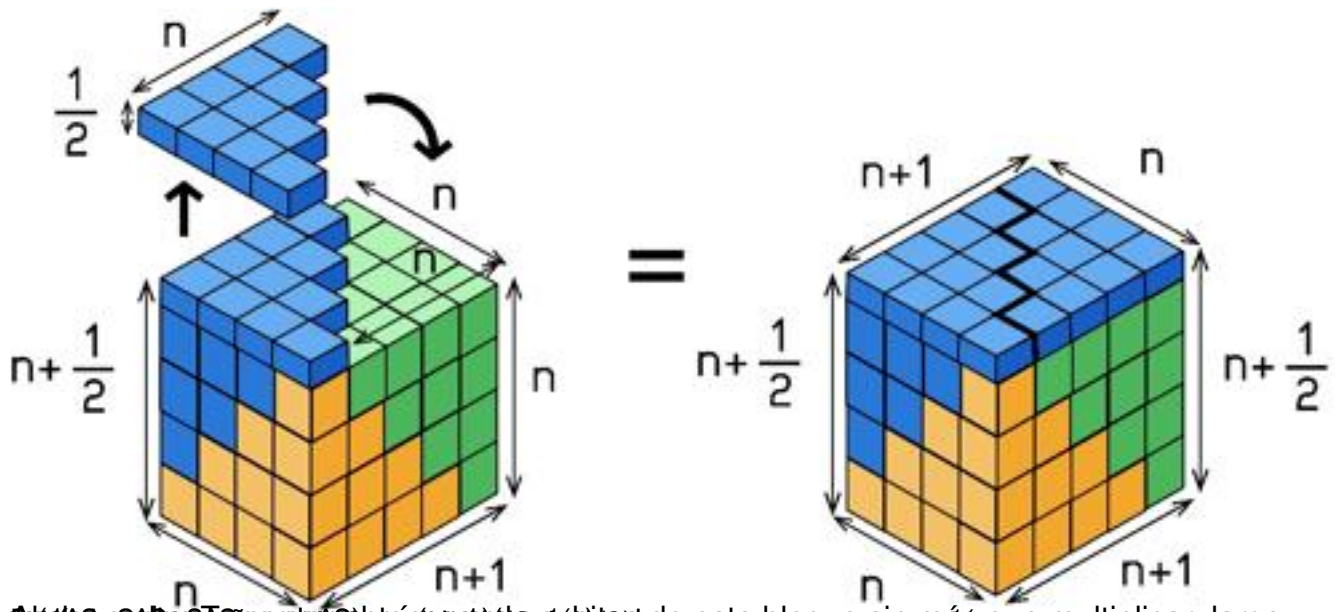
$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)$$

Podrías decir que el volumen de la estructura es el triple del volumen de la pirámide, pero...

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)$$

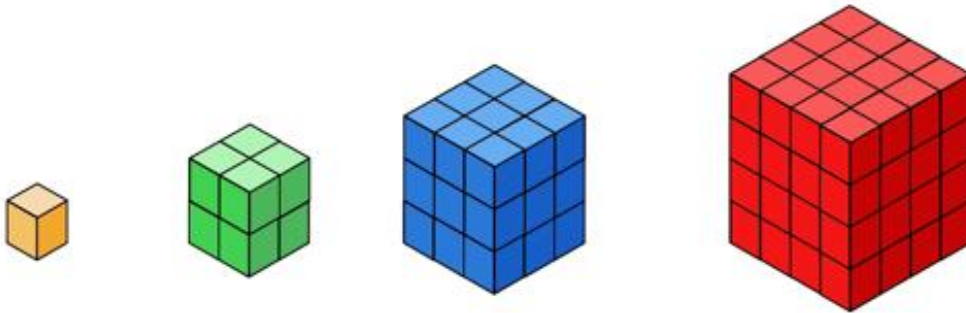


Podrías decir que el volumen de la estructura es el triple del volumen de la pirámide, pero...



Como cada uno de estos cubos descompuestos en piezas podemos construir una figura

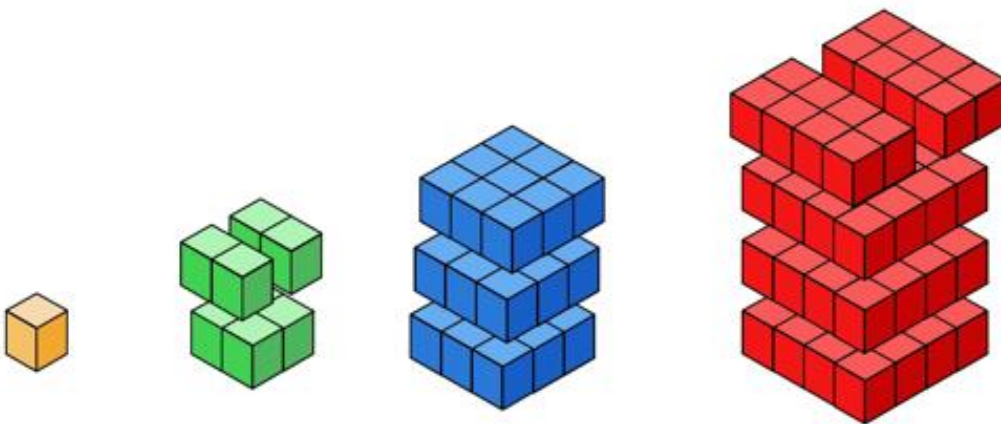
1^3 2^3 3^3 n^3



1 cubito 8 cubitos 27 cubitos n^3 cubitos

Como cada uno de estos cubos descompuestos en piezas podemos construir una figura

1^3 2^3 3^3 n^3



1 cubito 8 cubitos 27 cubitos n^3 cubitos

Como cada uno de estos cubos descompuestos en piezas podemos construir una figura

